学习资料整理汇编

（考点或配套习题突击训练）

广西民族大学 2007 年硕士研究生入学考试试题

（所有试题答案必须写在答题纸上，答案写在试卷上无效）

学科专业：基础数学、计算数学、应用数学　　　　研究方向：
考试科目：数学分析　　　　试卷代号：A 卷

一、

1.（15 分）证明：$\lim\limits_{x\to 0} f(x^2)=A$ 等价于 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=A$.

2.（15 分）讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin xy}{x} & x\neq 0\\ y & x=0\end{cases}$ 的连续性，并确定它的连续点集.

二、(20 分)已知函数 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 有二阶连续导数, 且 $g(0)=0$. 试证: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{g(x)}{x} & x\neq 0\\ g'(0) & x=0\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有连续导数.

三、(20 分）计算 J=$\iint\limits_S xdydz+ydzdx+zdxdy$, 其中曲面 S: 由球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 与 $x^2+y^2=ax$ 相交所得球面部分, 球面外侧为正向.

四、(20 分）已知函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 试证至少存在一点 $\xi\in(a,b)$ 使得

$\int_a^b f(x)dx=f(\xi)\ (b-a)$ 成立, 其中 $a<\xi<b$.

五、(20 分）证明：如果函数 $f(x,y)$ 在有界开区域 D 内一致连续，那么它在 D 内有界.

六、(20 分）确定正数 η，使得曲面 $xyz=\eta$ 与曲面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$ 相切，并写出一个切平面方程.

七、(20 分）计算：I=$\int_0^{n\pi} x|\sin x|dx$, 其中 n 是正整数.

广西民族大学 2008 年硕士研究生入学考试试题

（所有试题答案必须写在答题纸上，答案写在试卷上无效）

学科专业：基础数学、计算数学、应用数学　　　　研究方向：

考试科目：622　数学分析　　　　试卷代号：A 卷

一、(20 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{e^x+e^{2x}+\Lambda+e^{nx}}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$。

二、(20 分) 已知 $x_1=1$，$x_{n+1}=1+\dfrac{x_n}{x_n+1}$，$n=1,2,\Lambda$，证明数列 $\{x_n\}$ 存在极限,并求此极限。

三、(20 分) 已知函数 $f(x)$ 在包含 $[a,b]$ 的开区间内二阶可导，$f'(a)=f'(b)=0$,证明存在 $c\in(a,b)$，使得

$$|f''(c)|\geq\frac{4}{(b-a)^2}|f(b)-f(a)|$$

四、(20 分) 已知 $f(0)=-\dfrac{1}{2}$，确定 $f(x)$ 使 $\int_{P_1}^{P_2}\left[e^x+f(x)\right]ydx-f(x)dy$ 与路径无关，并求当 P_1 和 P_2 分别为 $(0,0)$ 和 $(1,1)$ 时此积分的值。

五、(20 分) 设 $z=f\left(x,\dfrac{x}{y}\right)$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$。

六、(15 分) 证明:如果 $f(x)$ 存在二阶导数，$F(z)$ 存在连续导数，则函数

$$u(x,t)=\frac{1}{2}[f(x-at)+f(x+at)]+\frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at}F(z)dz$$

是弦振动方程 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 的解。

七、(15 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^n$ 的收敛域，并求其和函数。

八、(20 分) 设函数 $f(w)$ 在 $[0,+\infty]$ 上连续，且满足如下方程求 $f(w)$

$$f(w)=e^{4\pi w^2}+\iint\limits_{x^2+y^2\leq 4w^2}f\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy$$

广西民族大学 2009 年硕士研究生入学考试试题

（所有试题答案必须写在答题纸上，答案写在试卷上无效）

学科专业：基础数学、计算数学、应用数学　　研究方向：
考试科目：数学分析　　试卷代号：A 卷

一、计算题

1)（10 分）求：$\int x\operatorname{arctg}x\,dx$.

2)（10 分）求：$\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,dx$.

二、（10 分）设 $z=f\left(x,xy^2\right)$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

三、设 $\{a_n\}$ 为 $a_1\neq 0$ 且公比 q 满足 $0<q<2$ 的等比数列, 试求

1)（15 分）幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nx^n$ 的收敛半径;

2)（15 分）数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+a_n}{2^n}$ 的和.

四、（15 分）将 $f(x)=\dfrac{\pi-x}{2}$ 在 $(0,2\pi)$ 内展成傅立叶级数.

五、（15 分）设 $f=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，求：div(grad f).

六、（20 分）利用 Lagrange 乘数法, 求解 $f(x,y,z)=2x^2+2y^2+z^4$ 在 $xyz=1$ 条件下的极值.

七、（20 分）已知 $B_0(x)=\begin{cases}1 & 当 0\le x<1\\ 0 & 其它\end{cases}$，$B_i(x)=\int_{-\infty}^{\infty}B_0(y)B_{i-1}(x-y)dy$，$i=1,2,\ldots$. 试求 $B_2(x)$.

八、（20 分）设有区间 $[0,1]$. $x_i=i/n$, $i=1,\ldots,n-1$, 将区间 $[0,1]$ 分成 n 个小区间 $[x_{i-1},x_i]$, $i=1,\ldots,n$. $s(x)$ 为 $[0,1]$ 上整体二次光滑的分段三次多项式，即满足

1) $s(x)\in C^2[0,1]$,

2) $s(x)$ 在每一个小区间 $[x_{i-1},x_i]$ 上为三次多项式.

证明：$\dfrac{h^2}{6}s''(x_{i-1})+\dfrac{2h^2}{3}s''(x_i)+\dfrac{h^2}{6}s''(x_{i+1})=s(x_{i-1})-2s(x_i)+s(x_{i+1})$, $i=1,\ldots,n-1$.