



第六章 平面向量及其应用

§6.1 平面向量的概念



1

PART ONE

知识梳理

知识点一 向量的概念及表示

1. 向量的概念

(1) 向量：既有 大小 又有 方向 的量叫做向量。

(2) 数量：只有 大小 没有 方向 的量称为数量。

2. 向量的表示

(1) 有向线段

具有 方向 的线段叫做有向线段，它包含三个要素：起点、方向、长度。

以 A 为起点、 B 为终点的有向线段记作 \vec{AB} ，线段 AB 的长度叫做有向线段 \vec{AB} 的长度，记作 $|\vec{AB}|$ 。

(2)向量的表示

①几何表示：向量可以用有向线段表示，有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向表示向量的方向，向量 \vec{AB} 的大小称为向量 \vec{AB} 的长度(或称模)，记作 $|\vec{AB}|$.

②字母表示：向量可以用字母 a, b, c, \dots 表示(印刷用黑体 a, b, c ，书写时用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$).

思考 “向量就是有向线段，有向线段就是向量”的说法对吗？

答案 错误.理由是：①向量只有长度和方向两个要素，与起点无关，只要长度和方向相同，则这两个向量就是相同的向量；
②有向线段有起点、长度和方向三个要素，起点不同，尽管长度和方向相同，也是不同的有向线段.

知识点二 向量的相关概念

向量名称	定义
零向量	长度为0的向量，记作 $\mathbf{0}$
单位向量	长度等于 1个单位 长度的向量
平行向量 (共线向量)	方向 相同或相反 的非零向量；向量 \mathbf{a} ， \mathbf{b} 平行，记作 $\mathbf{a} // \mathbf{b}$ ，规定：零向量与任意向量 平行
相等向量	长度 相等 且方向 相同 的向量；向量 \mathbf{a} ， \mathbf{b} 相等，记作 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$

思考 (1)平行向量是否一定方向相同？

答案 不一定；

(2)不相等的向量是否一定不平行？

答案 不一定；

(3)与任意向量都平行的向量是什么向量？

答案 零向量；

(4)若两个向量在同一直线上，则这两个向量一定是什么向量？

答案 平行(共线)向量.

[归纳]

解决与向量概念有关问题的关键是突出向量的核心——**方向和长度**.

如：

- 1.共线向量的核心是方向相同或相反，长度没有限制；
- 2.相等向量的核心是方向相同且长度相等；
- 3.单位向量的核心是方向没有限制，但长度都是一个单位长度；
- 4.零向量的核心是方向没有限制，长度是0；
- 5.规定零向量与任一向量共线.

思考辨析 判断正误

SI KAO BIAN XI PAN DUAN ZHENG WU

1. 如果 $|\vec{AB}| > |\vec{CD}|$ ，那么 $\vec{AB} > \vec{CD}$. (×)
2. 力、速度和质量都是向量. (×)
3. 零向量的大小为0，没有方向. (×)



2

PART TWO

题型探究

一、向量的概念

例1 (多选) 下列说法错误的是

A. 向量 \vec{AB} 与向量 \vec{BA} 的长度相等

B. 两个有共同起点，且长度相等的向量，它们的终点相同

C. 零向量都是相等的

D. 若两个单位向量平行，则这两个单位向量相等

解析 两个有共同起点，且长度相等的向量，它们的方向不一定相同，

终点也不一定相同；

零向量的模都是0，但方向不确定；

两个单位向量也可能反向，则不相等，故B，C，D都错误，A正确.

反思 感悟

解决向量概念问题一定要紧扣定义，对单位向量与零向量要特别注意方向问题.

跟踪训练1 下列说法中正确的是

A. 向量的模都是正实数

B. 单位向量都是相等向量

C. 向量的大小与方向无关

D. 方向不同的向量不能比较大小，但同向的向量可以比较大小

解析 零向量的模为0，故A不正确；

单位向量的方向可以是任意的，故B不正确；

向量的大小即为向量的模，指的是有向线段的长度，与方向无关，故C正确；

不管向量的方向如何，它们都不能比较大小，故D不正确.

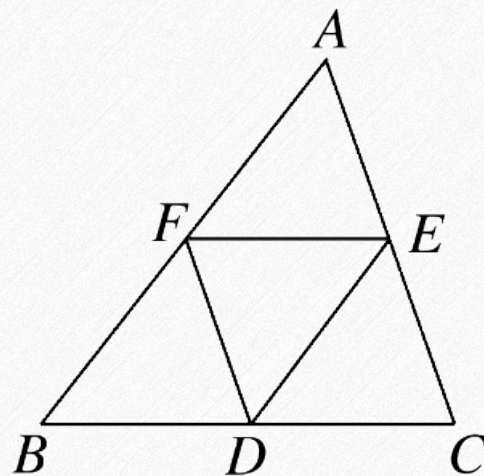
二、相等向量与共线向量

例2 如图所示， $\triangle ABC$ 的三边均不相等， E, F, D 分别是 AC, AB, BC 的中点.

(1) 写出与 \vec{EF} 共线的向量；

(2) 写出模与 \vec{EF} 的模相等的向量；

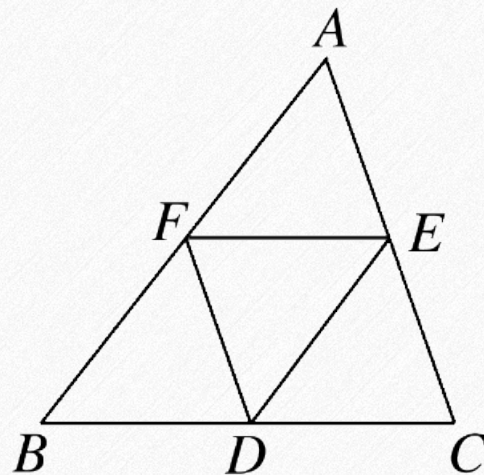
(3) 写出与 \vec{EF} 相等的向量.



二、相等向量与共线向量

例2 如图所示, $\triangle ABC$ 的三边均不相等, E, F, D 分别是 AC, AB, BC 的中点.

(1) 写出与 \vec{EF} 共线的向量;



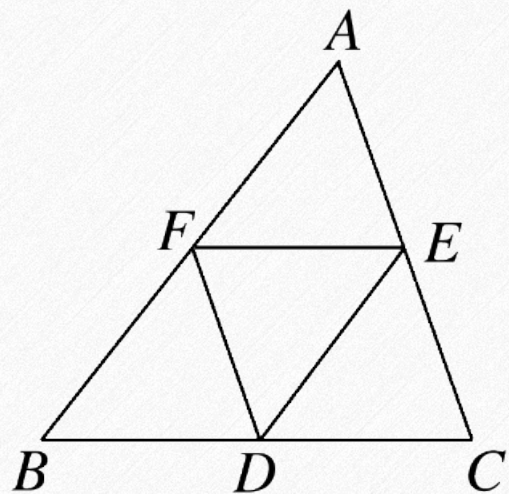
解 因为 E, F 分别是 AC, AB 的中点,

所以 $EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC$.

又因为 D 是 BC 的中点,

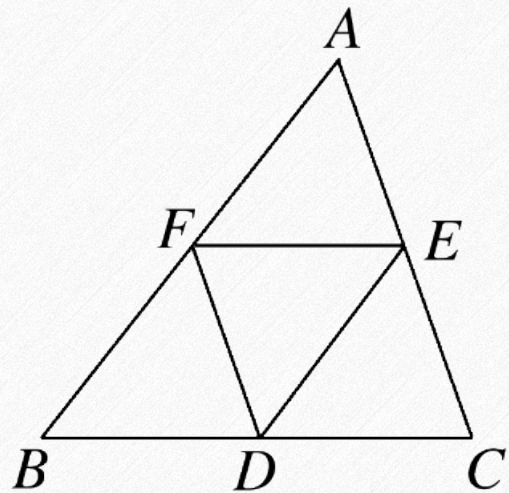
所以与 \vec{EF} 共线的向量有 $\vec{FE}, \vec{BD}, \vec{DB}, \vec{DC}, \vec{CD}, \vec{BC}, \vec{CB}$.

(2) 写出模与 \vec{EF} 的模相等的向量；



解 模与 \vec{EF} 的模相等的向量有 \vec{FE} , \vec{BD} , \vec{DB} , \vec{DC} , \vec{CD} .

(3) 写出与 \vec{EF} 相等的向量.



解 与 \vec{EF} 相等的向量有 \vec{DB} , \vec{CD} .

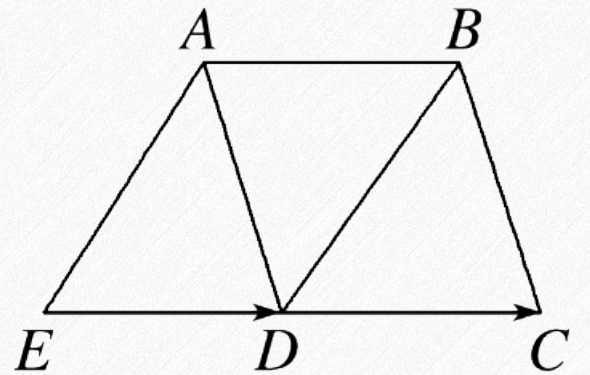
反思 感悟

相等向量与共线向量的探求方法

(1)寻找相等向量：先找与表示已知向量的有向线段长度相等的向量，再确定哪些是同向共线.

(2)寻找共线向量：先找与表示已知向量的有向线段平行或共线的线段，再构造同向与反向的向量，注意不要漏掉以表示已知向量的有向线段的终点为起点，起点为终点的向量.

跟踪训练2 如图所示，四边形 $ABCD$ 和 $ABDE$ 都是平行四边形.



(1)与向量 \vec{ED} 相等的向量为 \vec{AB}, \vec{DC} ;

解析 在 $\square ABCD$ 和 $\square ABDE$ 中, $\because \vec{AB} = \vec{ED}, \vec{AB} = \vec{DC}, \therefore \vec{ED} = \vec{DC}$.

(2)若 $|\vec{AB}| = 3$, 则 $|\vec{EC}| =$ 6.

解析 由(1)知, $\vec{ED} = \vec{DC}$,

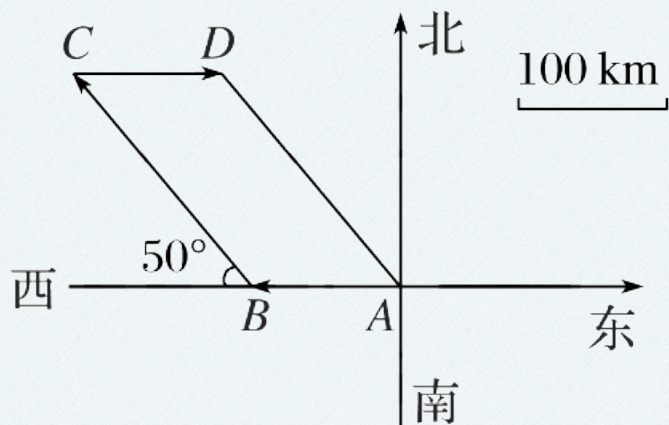
$\therefore E, D, C$ 三点共线, $|\vec{EC}| = |\vec{ED}| + |\vec{DC}| = 2|\vec{AB}| = 6$.

三、向量的表示及应用

例3 一辆汽车从 A 点出发向西行驶了100 km到达 B 点，然后又改变方向，向西偏北 50° 的方向走了200 km到达 C 点，最后又改变方向，向东行驶了100 km到达 D 点.

(1)作出向量 \vec{AB} ， \vec{BC} ， \vec{CD} ； (2)求 $|\vec{AD}|$.

解 向量 \vec{AB} ， \vec{BC} ， \vec{CD} 如图所示.



(2) 求 $|\vec{AD}|$.

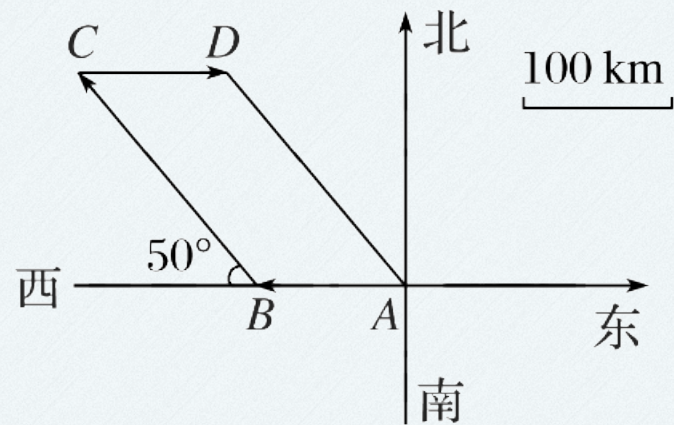
解 由题意, 可知 \vec{AB} 与 \vec{CD} 方向相反, 故 \vec{AB} 与 \vec{CD} 共线,

$$\therefore |\vec{AB}| = |\vec{CD}|,$$

\therefore 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$ 且 $AB = CD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore \vec{AD} = \vec{BC}, \quad \therefore |\vec{AD}| = |\vec{BC}| = 200(\text{km}).$$

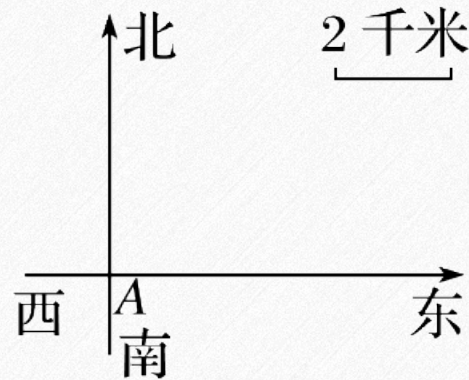


反思 感悟

作向量的方法

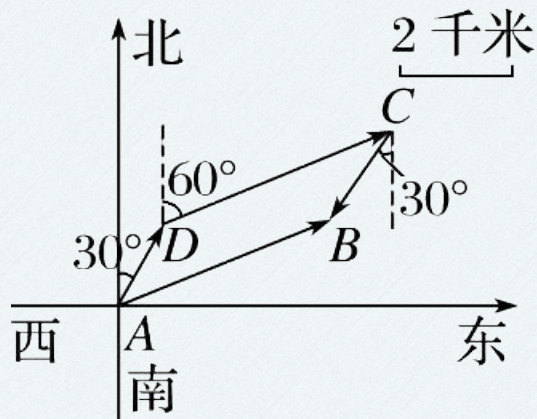
准确画出向量的方法是先确定向量的起点，再确定向量的方向，然后根据向量的大小确定向量的终点.

跟踪训练3 一辆消防车从A地去B地执行任务，先从A地向北偏东 30° 方向行驶2千米到D地，然后从D地沿北偏东 60° 方向行驶6千米到达C地，从C地又向南偏西 30° 方向行驶2千米才到达B地.

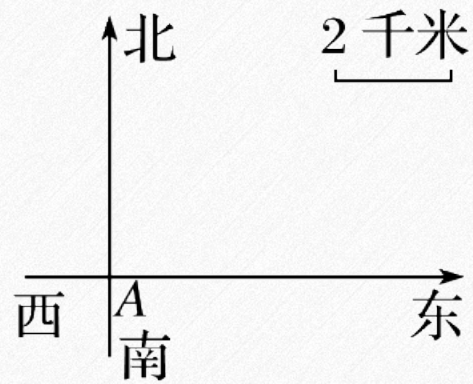


(1)在图中作出 \vec{AD} ， \vec{DC} ， \vec{CB} ， \vec{AB} ； (2)求B地相对于A地的位置.

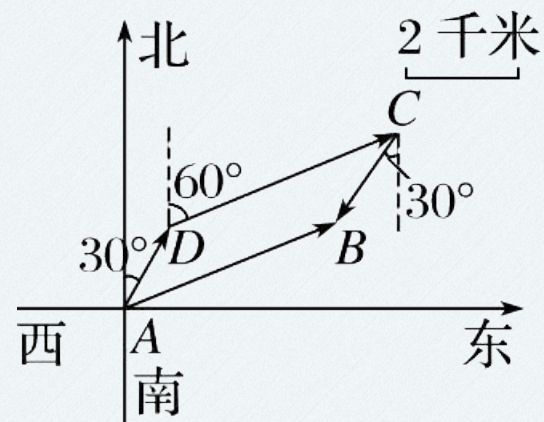
解 向量 \vec{AD} ， \vec{DC} ， \vec{CB} ， \vec{AB} ，如图所示.



(2)求 B 地相对于 A 地的位置.



解 由题意知 $\vec{AD} = \vec{BC}$, $\therefore AD = BC$, $AD \parallel BC$,
则四边形 $ABCD$ 为平行四边形,



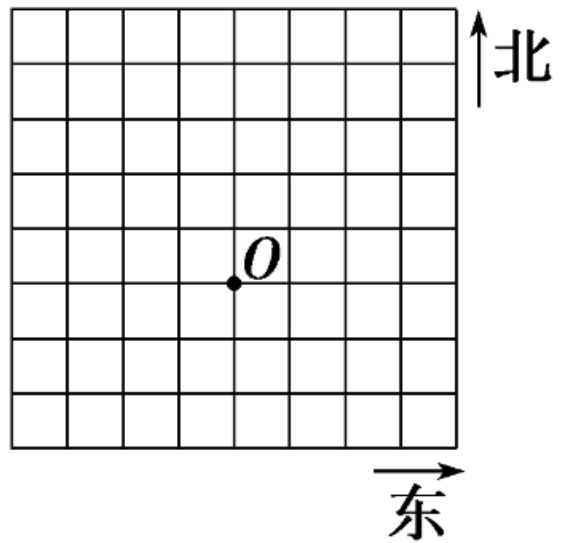
$\therefore \vec{AB} = \vec{DC}$, 则 B 地相对于 A 地的位置为“北偏东 60° , 距离为6千米”.

【对点练习】② 在如图的方格纸中，画出下列向量.

(1) $|\vec{OA}|=3$ ，点 A 在点 O 的正西方向；

(2) $|\vec{OB}|=3\sqrt{2}$ ，点 B 在点 O 北偏西 45° 方向；

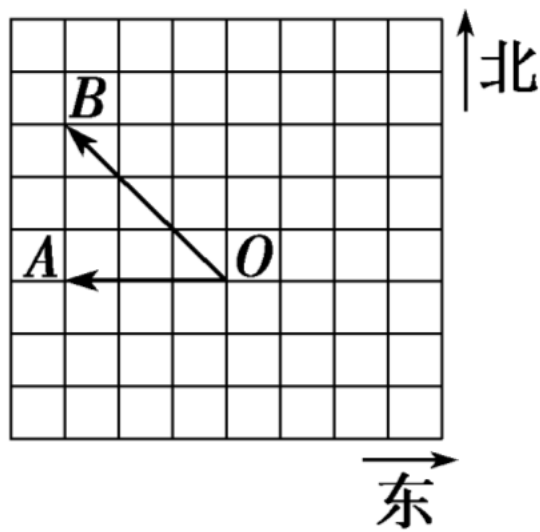
(3) 求出 $|\vec{AB}|$ 的值.



[解析] 取每个方格的单位长为 1，依题意，结合向量的表示可知，(1)(2)的向量如图所示.

(3)由图知， $\triangle AOB$ 是等腰直角三角形，所以

$$|\vec{AB}| = \sqrt{|\vec{OB}|^2 - |\vec{OA}|^2} = 3.$$



典例 给出下列命题：

- ①若 $a \parallel b$ ，则 a 与 b 的方向相同或相反；
- ②若 $a \parallel b$ ， $b \parallel c$ ，则 $a \parallel c$ ；
- ③若两个模相等的向量互相平行，则这两个向量相等；
- ④若 $a = b$ ， $b = c$ ，则 $a = c$ ，

其中正确的是④。(填序号)

解析 由于零向量的方向是任意的，且规定零向量与任意向量平行，故取 $a = \mathbf{0}$ ，则对于任意的向量 b ，都有 $a \parallel b$ ，知①错误；取 $b = \mathbf{0}$ ，则对于任意的向量 a ， c 都有 $a \parallel b$ ， $b \parallel c$ ，知②错误；两个模相等的向量互相平行，方向可能相反，知③错误；由两个向量相等的概念可知④正确。

素养 提升

(1)特殊向量的性质往往与一般向量有所不同，在解题中应单独加以验证，不能混淆.

例如：零向量与任意向量平行，解题时要验证取零向量时是否成立.

(2)本题主要考查相等向量，共线向量与零向量的概念，需要准确理解概念进行推理，这体现了数学中逻辑推理的核心素养.



3

PART THREE

随堂演练

1.在同一平面内，把所有长度为1的向量的起点固定在同一点，那么这些向量的终点形成的图形是

A.单位圆

B.一段弧

C.线段

D.直线

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/007111160134006100>