# 2024-2025学年山东省临沂市部分县区高二上学期学科素养水平监测数学联考试卷

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的考生号、姓名、考点学校、考场号及座位号填写在答题卡上.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 直线$x+\sqrt{3}y-1=0$的倾斜角为（　　）

A. $30^\circ$　　B. $60^\circ$　　C. $120^\circ$　　D. $150^\circ$

【正确答案】D

【分析】由直线方程计算直线斜率，即可得到直线的倾斜角.

【详解】由题意得，直线的斜率$k=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，故直线的倾斜角为$150^\circ$.

故选：D.

2. 椭圆$16x^2+25y^2=400$的离心率为（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{3}{5}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

【正确答案】B

【分析】把方程化为椭圆标准方程即可得到结果.

【详解】由$16x^2+25y^2=400$得椭圆标准方程为$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$，

$\therefore a=5,b=4,c=\sqrt{25-16}=3$，

∴离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{5}$.

故选：B.

3. 已知 $\overrightarrow{\mu}=(-4,1,3)$ 是直线 $l$ 的方向向量，$\vec{v}=\left(1,y,-\dfrac{3}{4}\right)$ 为平面 $\alpha$ 的法向量，若 $l\perp\alpha$，则 $y=$（　　）

A. $-\dfrac{1}{4}$　　　　B. $\dfrac{1}{4}$　　　　C. $-\dfrac{25}{4}$　　　　D. $\dfrac{25}{4}$

【正确答案】A

【分析】如果直线垂直于平面，那么直线的方向向量与平面的法向量平行.两个向量平行，则它们对应坐标成比例，我们可以根据这个性质来求解 $y$ 的值.

【详解】因为 $l\perp\alpha$，所以 $\vec{\mu}$ 与 $\vec{v}$ 平行.

对于两个平行向量 $\vec{\mu}=(-4,1,3)$ 和 $\vec{v}=(1,y,-\dfrac{3}{4})$，根据向量平行的性质，

它们对应坐标成比例，即 $\dfrac{-4}{1}=\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{-\dfrac{3}{4}}$.

由 $\dfrac{-4}{1}=\dfrac{1}{y}$，交叉相乘可得 $-4y=1$，解得 $y=-\dfrac{1}{4}$.

故选：A.

4. 若圆 $C_1:x^2+y^2-1=0$ 与圆 $C_2:x^2+y^2-6y+m=0$ 有 3 条公切线，则 $m=$（　　）

A. 5　　　　B. 4　　　　C. 3　　　　D. 2

【正确答案】A

【分析】若两圆有 3 条公切线，则外切.我们需要先通过圆 $C_2$ 的方程，求出圆心坐标和半径，再根据两圆外切时圆心距等于两圆半径之和来求解 $m$ 的值.

【详解】圆 $C_2:x^2+y^2-6y+m=0$，其圆心坐标为 $C_2(0,3)$，半径 $r_2=\sqrt{9-m}$.

圆 $C_1: x^2+y^2=1$，其圆心坐标为 $C_1(0,0)$，半径 $r_1=1$.

因为两圆有 3 条公切线，所以两圆外切，此时圆心距 $d=r_1+r_2$.

根据两点间距离公式，圆心 $C_1(0,0)$ 与 $C_2(0,3)$ 的距离 $d=\sqrt{(0-0)^2+(3-0)^2}=3$.

又因为 $d=r_1+r_2$，即 $3=1+\sqrt{9-m}$.

移项可得 $\sqrt{9-m}=3-1=2$.

两边平方可得 $9-m=4$，解得 $m=9-4=5$.

故选：A.

5. 空间三点 $A(-1,0,3)$，$B(1,1,0)$，$C(-2,3,1)$，则以 $AB$，$AC$ 为邻边的平行四边形的面积为（　　）

A. $\frac{7}{2}$　　B. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$　　C. 7　　D. $7\sqrt{3}$

【正确答案】D

【分析】利用空间向量的数量积求出 $\angle BAC$ 的值，然后利用三角形的面积公式可求得平行四边形的面积.

【详解】因为 $A(-1,0,3)$，$B(1,1,0)$，$C(-2,3,1)$，

所以 $\overrightarrow{AB}=(2,1,-3)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,3,-2)$，

所以 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\times(-1)+1\times3+(-3)\times(-2)=7$，

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{4+1+9}=\sqrt{14}$，$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{1+9+4}=\sqrt{14}$，

所以 $\cos\angle BAC=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|}=\frac{7}{\sqrt{14}\times\sqrt{14}}=\frac{1}{2}$，

因为 $0<\angle BAC<\pi$，所以 $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，

所以，以 $AB$，$AC$ 为邻边的平行四边形的面积为

$|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\sin\angle BAC=\sqrt{14}\times\sqrt{14}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=7\sqrt{3}$.

故选：D

6. 若圆$C:x^2+y^2=1$，点$P$在直线$l:2x+y-5=0$上，过点$P$作圆$C$的切线，切点为A，则切线长$|PA|$的最小值为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. 4

【正确答案】B

【分析】先求出圆心到直线的距离，根据勾股定理，切线长、圆的半径和圆心到点$P$的距离构成直角三角形，圆的半径固定，当圆心到点$P$的距离最小时，切线长最小，而圆心到直线上点$P$的最小距离就是圆心到直线的距离.

【详解】对于圆$C:x^2+y^2=1$，其圆心坐标为$(0,0)$，半径$r=1$.

根据点$(x_0,y_0)$到直线$Ax+By+C=0$的距离公式$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$，

则$d=\frac{|2\times0+0-5|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$.

根据切线长、圆半径和圆心到点$P$距离构成直角三角形，设切线长为$|PA|$，圆心到点$P$的距离为$d$，圆半径$r=1$.

由勾股定理$|PA|=\sqrt{d^2-r^2}$，当$d$取最小值$\sqrt{5}$时，$|PA|$最小，

此时$|PA|=\sqrt{(\sqrt{5})^2-1^2}=\sqrt{5-1}=\sqrt{4}=2$.

故选：B.

7. 若$A(-2,-1)$，$B(1,1)$两点到直线$l:ax-y+1=0$的距离相等，则$a=$（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{2}{3}$　　C. 2或$\frac{2}{3}$　　D. 2或$-\frac{2}{3}$

【正确答案】C

【分析】由题意，根据点到直线的距离公式建立关于$a$的方程，解之即可求解.

【详解】由题意知，$\frac{|-2a+1+1|}{\sqrt{1+a^2}}=\frac{|a-1+1|}{\sqrt{1+a^2}}$，

得$|2-2a|=|a|$，解得$a=2$或$\frac{2}{3}$，

即实数$a$的值为$2$或$\frac{2}{3}$.

故选：C

8. 设$O$为坐标原点，$F_1$，$F_2$为椭圆$C:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$的两个焦点，点$P$在$C$上，$\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{5}$，则$|OP|=$（　　）

A. $\sqrt{21}$　　B. $\frac{\sqrt{30}}{2}$　　C. $\frac{15}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{35}}{2}$

【正确答案】A

【分析】根据椭圆方程求出焦点坐标以及椭圆的基本参数，再利用余弦定理求出$|PF_1|^2+|PF_2|^2$与$|PF_1|\cdot|PF_2|$的关系，然后通过向量关系求出$|OP|$.

【详解】对于椭圆$C:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$，可得$a=5$，$b=4$.

可求出$c=\sqrt{25-16}=3$，所以焦点$F_1(-3,0)$，$F_2(3,0)$.

设$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，在$\triangle F_1PF_2$中，根据余弦定理$|F_1F_2|^2=m^2+n^2-2mn\cos\angle F_1PF_2$.

已知$|F_1F_2|=2c=6$，$\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{5}$，则$6^2=m^2+n^2-2mn\times\frac{3}{5}$.

又因为点$P$在椭圆上，根据椭圆的定义$m+n=2a=10$，

将$(m+n)^2=100$展开得$m^2+n^2+2mn=100$.

用$m^2+n^2+2mn=100$减去$6^2=m^2+n^2-2mn\times\frac{3}{5}$可得：

$m^2+n^2+2mn-(m^2+n^2-2mn\times\frac{3}{5})=100-36,$即$2mn+2mn\times\frac{3}{5}=64,$则$mn=20$.

代入$m^2+n^2-2mn\times\frac{3}{5}=36$中，可得$m^2+n^2=36+2mn\times\frac{3}{5}=36+2\times20\times\frac{3}{5}=60$.

因为 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2})$，所以 $|OP|^2=\frac{1}{4}(|\overrightarrow{PF_1}|^2+|\overrightarrow{PF_2}|^2+2\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2})$.

$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=mn\cos\angle F_1PF_2=20\times\frac{3}{5}=12$.

则 $|OP|^2=\frac{1}{4}(m^2+n^2+2\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2})=\frac{1}{4}(60+2\times12)=\frac{1}{4}(60+24)=\frac{84}{4}=21$，

所以 $|OP|=\sqrt{21}$.

故选：A.

**二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.**

9. 若直线过点 $A(-1,2)$，且在两坐标轴上截距相等，则直线 $l$ 方程可能为（　　）

A. $x-y+3=0$　　B. $x+y-1=0$

C. $2x+y=0$　　D. $2x-y+4=0$

【正确答案】BC

【分析】对截距分类讨论，利用截距式及其斜率计算公式即可得出.

【详解】当直线 $l$ 经过原点时，可得直线方程为：$y=-2x$，即 $2x+y=0$.

当直线 $l$ 不经过原点时，可设 $l$ 的直线方程为：$x+y=a$，把点 $(-1,2)$ 代入可得：

$-1+2=a$，可得 $a=1$.

综上可得：直线 $l$ 的方程为：$2x+y=0$ 或 $x+y-1=0$.

故选：BC.

10. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，点 $P$ 满足 $\frac{|PA|}{|PB|}=k$ $(k>0且k\neq1)$，设点 $P$ 的轨迹为 $C$，则（　　）

A. 当 $k=\sqrt{2}$ 时，$C$ 的方程是 $x^2+y^2-12x+4=0$

B. 当 $k=\sqrt{2}$ 时，以 $AB$ 为直径的圆与 $C$ 的公共弦长为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

C. 当$0<k<1$时，圆$C$的圆心在线段$BA$的延长线上

D. 以$AB$为直径的圆始终与$C$相交

【正确答案】ACD

【分析】根据题意设$P\left(x,y\right)$，由$\frac{|PA|}{|PB|}=k$可得轨迹$C$，当$k=\sqrt{2}$时，可得轨迹$C$的方程，根据圆与圆的位置关系确定相交弦长从而可判断A，B；根据圆心$C$的坐标确定与$A(-2,0)$，$B(2,0)$坐标关系即可判断C；分别判断$0<k<1$与$k>1$时，圆$AB$的端点在圆$C$内还是外即可判断圆与圆的位置，从而判断D.

【详解】设$P\left(x,y\right)$，因为$A(-2,0)$，$B(2,0)$，则$\frac{\left|PA\right|}{\left|PB\right|}=\frac{\sqrt{\left(x+2\right)^2+y^2}}{\sqrt{\left(x-2\right)^2+y^2}}=k$，

整理得点$P$的轨迹为$C$为$\left(k^2-1\right)x^2+\left(k^2-1\right)y^2-\left(4k^2+4\right)x+4k^2-4=0$，

对于A，B，当$k=\sqrt{2}$时，$C$的方程是$x^2+y^2-12x+4=0$，故A正确；

此时圆心$C\left(6,0\right)$，半径$r=4\sqrt{2}$，又以$AB$为直径的圆圆心为$\left(0,0\right)$，半径为2，圆的方程为$x^2+y^2=4$，

所以两圆方程作差可得公共弦长所在直线方程为：$x=\frac{2}{3}$，

故公共弦长$2\sqrt{4-\left(\frac{2}{3}-0\right)^2}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$，故B不正确；

对于C，由于方程$C$为$\left(k^2-1\right)x^2+\left(k^2-1\right)y^2-\left(4k^2+4\right)x+4k^2-4=0$，则此时圆心坐标为$\left(\frac{2k^2+2}{k^2-1},0\right)$，

当$0<k<1$时，$\frac{2k^2+2}{k^2-1}=\frac{2\left(k^2-1\right)+4}{k^2-1}=2+\frac{4}{k^2-1}\in\left(-\infty,-2\right)$，则圆$C$的圆心在线段$BA$的延长线上，故C正确；

对于 D，由于以 $AB$ 为直径的圆方程为 $x^2+y^2=4$，圆 $C$ 的圆心为 $\left(\dfrac{2k^2+2}{k^2-1},0\right)$，半径为 $R=\dfrac{4k}{\left|k^2-1\right|}$，

当 $0<k<1$ 时，，因为圆 $C$ 的圆心在线段 $BA$ 的延长线上，

又 $\left|BC\right|=-2-\dfrac{2k^2+2}{k^2-1}=\dfrac{-4k^2}{k^2-1}=\dfrac{4k^2}{1-k^2}$，$\left|AC\right|=2-\dfrac{2k^2+2}{k^2-1}=\dfrac{-4}{k^2-1}=\dfrac{4}{1-k^2}$

则 $\left|BC\right|-R=\dfrac{4k^2}{1-k^2}-\dfrac{4k}{1-k^2}=\dfrac{4k\left(k-1\right)}{1-k^2}<0$，$\left|AC\right|-R=\dfrac{4}{1-k^2}-\dfrac{4k}{1-k^2}=\dfrac{4\left(1-k\right)}{1-k^2}>0$，

故点 $B$ 在圆 $C$ 内，A 在圆 $C$ 外，即此时以 $AB$ 为直径的圆始终与 $C$ 相交；

当 $k>1$ 时，$\dfrac{2k^2+2}{k^2-1}=\dfrac{2\left(k^2-1\right)+4}{k^2-1}=2+\dfrac{4}{k^2-1}\in\left(2,+\infty\right)$，$C$ 的圆心在线段 $AB$ 的延长线上，

又 $\left|BC\right|=\dfrac{2k^2+2}{k^2-1}+2=\dfrac{4k^2}{k^2-1}$，$\left|AC\right|=\dfrac{2k^2+2}{k^2-1}-2=\dfrac{4}{k^2-1}$，

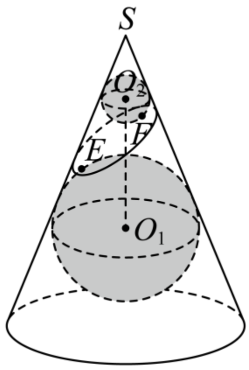
则 $\left|BC\right|-R=\dfrac{4k^2}{k^2-1}-\dfrac{4k}{k^2-1}=\dfrac{4k\left(k-1\right)}{k^2-1}>0$，$\left|AC\right|-R=\dfrac{4}{k^2-1}-\dfrac{4k}{k^2-1}=\dfrac{4\left(1-k\right)}{k^2-1}<0$，

故点 $B$ 在圆 $C$ 外，A 在圆 $C$ 内，即此时以 $AB$ 为直径的圆始终与 $C$ 相交；

综上，以 $AB$ 为直径的圆始终与 $C$ 相交，故 D 正确.

故选：ACD.

11. 如图是数学家 *Germinal Dandelin* 用来证明一个平面截圆锥侧面得到的截口曲线是椭圆的模型（称为“Dandelin 双球”）.在圆锥内放两个大小不同的小球，使得它们分别与圆锥的侧面、截切，截面分别与球 $O_1$，球 $O_2$ 切于点 $E$，$F$（$E$，$F$ 是截口椭圆 $C$ 的焦点）.设图中球 $O_1$，球 $O_2$ 的半径分别为 3 和 1，球心距 $\left|O_1O_2\right|=4\sqrt{2}$，则（　　）




A. 椭圆 $C$ 的中心在直线 $O_1O_2$ 上

B. $|EF|=4$

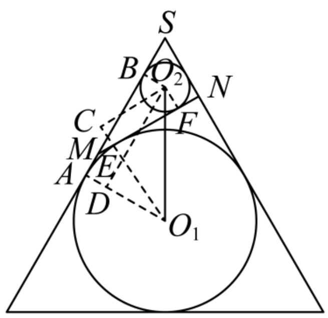
C. 直线 $O_1O_2$ 与椭圆 $C$ 所在平面所成的角为 $\frac{\pi}{3}$

D. 椭圆 $C$ 的离心率为 $\frac{2\sqrt{7}}{7}$

【正确答案】BD

【分析】根据给定的几何体，作出轴截面，结合圆的切线性质及勾股定理求出椭圆长轴和焦距作答.

【详解】依题意，截面椭圆的长轴与圆锥的轴相交，椭圆长轴所在直线与圆锥的轴确定的平面截此组合体，得圆锥的轴截面及球 $O_1$，球 $O_2$ 的截面大圆，如图，




点 $A,B$ 分别为圆 $O_1,O_2$ 与圆锥轴截面等腰三角形一腰相切的切点，线段 $MN$ 是椭圆长轴，

可知椭圆 $C$ 的中心（即线段 $MN$ 的中点）不在直线 $O_1O_2$ 上，故 A 错误；

椭圆长轴长 $2a=|MN|=|MF|+|FN|=|MF|+|ME|=|MB|+|MA|=|AB|$，

过 $O_2$ 作 $O_2D \perp O_1A$ 于 $D$，连 $O_2B$，显然四边形 $ABO_2D$ 为矩形，

又$\left|O_2B\right|=1,\left|O_1A\right|=3,\left|O_1O_2\right|=4\sqrt{2}$，

则$2a=\left|AB\right|=\left|O_2D\right|=\sqrt{\left|O_1O_2\right|^2-\left|O_1D\right|^2}=\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2-2^2}=2\sqrt{7}$，

过$O_2$作$O_2C\perp O_1E$交$O_1E$延长线于 C，显然四边形$CEFO_2$为矩形，

椭圆焦距$2c=\left|EF\right|=\left|O_2C\right|=\sqrt{\left|O_1O_2\right|^2-\left|O_1C\right|^2}=\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2-4^2}=4$，故 B 正确；

所以直线$O_1O_2$与椭圆 C 所在平面所成的角的正弦值为$\sin\angle CO_2O_1=\dfrac{\left|O_1C\right|}{\left|O_1O_2\right|}=\dfrac{4}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故 C 错误；

所以椭圆的离心率$e=\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{4}{2\sqrt{7}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$，故 D 正确；

故选：BD.

**三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.**

12. 若点$B$是点$A(-3,2,-1)$在坐标平面$xOz$内的射影，则$|\overrightarrow{OB}|=$________.

【正确答案】$\sqrt{10}$

【分析】由题意可得$B(-3,0,-1)$，结合空间向量模的坐标表示即可求解.

【详解】因为点$B$是点$A(-3,2,-1)$在坐标平面$xOz$内的射影，

所以$B(-3,0,-1)$，得$\overrightarrow{OB}=(-3,0,-1)$，

所以$\left|\overrightarrow{OB}\right|=\sqrt{(-3)^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$.

故$\sqrt{10}$

13. 若圆$x^2+y^2=4$上恰有$4$个点到直线$x-y+m=0$的距离等于$1$，则$m$的取值范围是________.

【正确答案】$(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

【分析】求圆心到直线的距离$d$，根据直线与圆的位置关系列不等式，求解即可得$m$的取值