

# 2024-2025 学年山东省临沂市部分县区高二上学期学科素养水平监测

## 数学联考试卷

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的考生号、姓名、考点学校、考场号及座位号填写在答题卡上.
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需要改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 直线  $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$  的倾斜角为 ( )  
A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $120^\circ$                       D.  $150^\circ$
2. 椭圆  $16x^2 + 25y^2 = 400$  的离心率为 ( )  
A.  $\frac{1}{2}$                               B.  $\frac{3}{5}$                               C.  $\frac{3}{4}$                               D.  $\frac{4}{5}$
3. 已知  $\vec{u} = (-4, 1, 3)$  是直线  $l$  的方向向量,  $\vec{v} = \left(1, y, -\frac{3}{4}\right)$  为平面  $\alpha$  的法向量, 若  $l \perp \alpha$ , 则  $y =$  ( )  
A.  $-\frac{1}{4}$                               B.  $\frac{1}{4}$                               C.  $-\frac{25}{4}$                               D.  $\frac{25}{4}$
4. 若圆  $C_1: x^2 + y^2 - 1 = 0$  与圆  $C_2: x^2 + y^2 - 6y + m = 0$  有 3 条公切线, 则  $m =$  ( )  
A. 5                                  B. 4                                  C. 3                                  D. 2
5. 空间三点  $A(-1, 0, 3)$ ,  $B(1, 1, 0)$ ,  $C(-2, 3, 1)$ , 则以  $AB$ ,  $AC$  为邻边的平行四边形的面积为 ( )  
A.  $\frac{7}{2}$                                   B.  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$                                   C. 7                                  D.  $7\sqrt{3}$
6. 若圆  $C: x^2 + y^2 = 1$ , 点  $P$  在直线  $l: 2x + y - 5 = 0$  上, 过点  $P$  作圆  $C$  的切线, 切点为  $A$ ,

则切线长  $|PA|$  的最小值为 ( )

- A. 1                                      B. 2                                      C.  $\sqrt{5}$                                       D. 4

7. 若  $A(-2, -1)$ ,  $B(1, 1)$  两点到直线  $l: ax - y + 1 = 0$  的距离相等, 则  $a =$  ( )

- A.  $\frac{2}{3}$                                       B.  $-\frac{2}{3}$                                       C. 2 或  $\frac{2}{3}$                                       D. 2 或  $-\frac{2}{3}$

8. 设  $O$  为坐标原点,  $F_1, F_2$  为椭圆  $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  的两个焦点, 点  $P$  在  $C$  上,

$\cos \angle F_1 P F_2 = \frac{3}{5}$ , 则  $|OP| =$  ( )

- A.  $\sqrt{21}$                                       B.  $\frac{\sqrt{30}}{2}$                                       C.  $\frac{15}{2}$                                       D.  $\frac{\sqrt{35}}{2}$

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 若直线过点  $A(-1, 2)$ , 且在两坐标轴上截距相等, 则直线  $l$  方程可能为 ( )

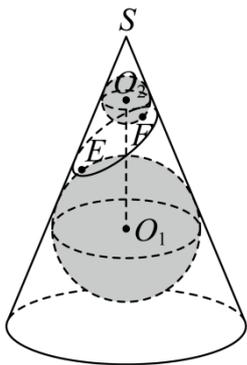
- A.  $x - y + 3 = 0$                                       B.  $x + y - 1 = 0$   
C.  $2x + y = 0$                                       D.  $2x - y + 4 = 0$

10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ , 点  $P$  满足  $\frac{|PA|}{|PB|} = k$  ( $k > 0$  且  $k \neq 1$ ), 设点  $P$  的轨迹为  $C$ , 则 ( )

- A. 当  $k = \sqrt{2}$  时,  $C$  的方程是  $x^2 + y^2 - 12x + 4 = 0$   
B. 当  $k = \sqrt{2}$  时, 以  $AB$  为直径的圆与  $C$  的公共弦长为  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$   
C. 当  $0 < k < 1$  时, 圆  $C$  的圆心在线段  $BA$  的延长线上  
D. 以  $AB$  为直径的圆始终与  $C$  相交

11. 如图是数学家 *Germinal Dandelin* 用来证明一个平面截圆锥侧面得到的截面曲线是椭圆的模型 (称为“Dandelin 双球”). 在圆锥内放两个大小不同的小球, 使得它们分别与圆锥的侧面、截面分别与球  $O_1$ , 球  $O_2$  切于点  $E, F$  ( $E, F$  是截面椭圆  $C$  的焦点). 设图中球  $O_1$ ,

球  $O_2$  的半径分别为 3 和 1, 球心距  $|O_1O_2| = 4\sqrt{2}$ , 则 ( )



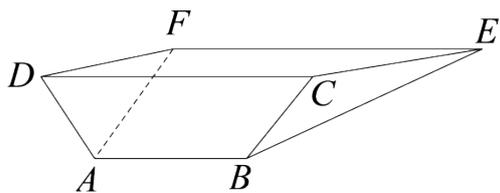
- A. 椭圆  $C$  的中心在直线  $O_1O_2$  上
- B.  $|EF| = 4$
- C. 直线  $O_1O_2$  与椭圆  $C$  所在平面所成的角为  $\frac{\pi}{3}$
- D. 椭圆  $C$  的离心率为  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 若点  $B$  是点  $A(-3, 2, -1)$  在坐标平面  $xOz$  内的射影, 则  $|\overrightarrow{OB}| =$  \_\_\_\_\_.

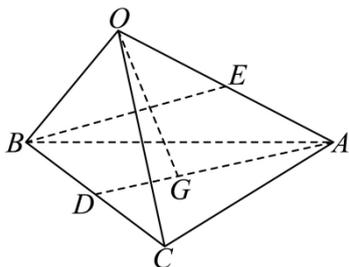
13. 若圆  $x^2 + y^2 = 4$  上恰有 4 个点到直线  $x - y + m = 0$  的距离等于 1, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

14. 《九章算术》中记录的“羡除”是算学和建筑学术语, 指的是一段类似地下车库入口形状的几何体. 如图, 羡除  $ABCDEF$  中, 四边形  $ABCD$ ,  $ABEF$  均为等腰梯形,  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$  互相平行, 平面  $ABCD \perp$  平面  $ABEF$ , 梯形  $ABCD$ ,  $ABEF$  的高分别为 2, 4, 且  $AB = 3$ ,  $CD = 5$ ,  $EF = 7$ , 则  $AD$  与平面  $ABEF$  所成角的正切值为 \_\_\_\_\_, 异面直线  $AD$  与  $BE$  所成角的余弦值为 \_\_\_\_\_.



四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 如图，在空间四边形  $OABC$  中， $D$ ， $E$  分别为  $BC$ ， $OA$  的中点，点  $G$  为  $\triangle ABC$  的重心，设  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ 。



(1) 试用向量  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ ，表示向量  $\overrightarrow{OG}$ ；

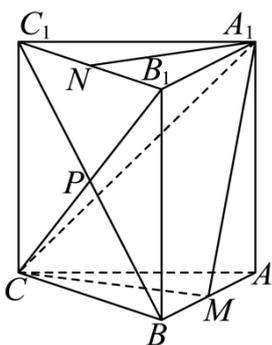
(2) 若  $OA = OC = 2$ ， $OB = 1$ ， $\angle AOC = \angle BOC = \angle AOB = 60^\circ$ ，求  $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AD}$  的值。

16. 已知圆  $C$  的圆心在直线  $x - y - 2 = 0$  上，并且经过圆  $x^2 + y^2 - 8x = 0$  与圆  $x^2 + y^2 = 4$  的交点。

(1) 求  $C$  的方程；

(2) 直线  $l: (m+1)x + (1-m)y - 3 - 2m = 0$  与  $C$  交于  $A$ ， $B$  两点，当弦  $AB$  最短时，求  $m$  的值，并求出此时  $C$  关于  $l$  对称的圆  $C'$  的方程。

17. 如图，在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中， $AB = AC = AA_1 = 2$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $M$ ， $N$  分别为棱  $AB$ ， $B_1C_1$  的中点， $P$  是  $BC_1$  与  $B_1C$  的交点。



(1) 求点  $P$  到平面  $A_1CM$  的距离；

(2) 在线段  $A_1N$  上是否存在一点  $Q$ ，使  $PQ \parallel$  平面  $A_1CM$ ，若存在，求出  $\frac{A_1Q}{A_1N}$  的值，若不存在，请说明理由。

18. 在圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  上任取一点  $P$ , 过  $P$  作  $y$  轴的垂线段  $PD$ , 垂足为  $D$ , 点  $Q$  在线段

$DP$  的延长线上, 且  $\frac{|DQ|}{|DP|} = 2$ , 当  $P$  在圆  $O$  上运动时, 点  $Q$  形成的轨迹为  $E$ . (当  $P$  经过

圆  $O$  与  $y$  轴的交点时, 规定点  $P$  与点  $Q$  重合.)

(1) 求  $E$  的方程;

(2) 设  $E$  的上顶点为  $A$ , 过点  $H(2,1)$  作斜率为  $k$  的直线与椭圆  $E$  交于不同的两点  $B$ ,

$C$ , 直线  $AB$ ,  $AC$  分别与  $x$  轴交于点  $M$ ,  $N$ , 证明: 线段  $MN$  的中点为定点.

19. 已知曲线  $T: F(x, y) = 0$ , 对坐标平面上任意一点  $P(x, y)$ , 定义  $F[P] = F(x, y)$ , 若两

点  $P$ ,  $Q$ , 满足  $F[P] \cdot F[Q] > 0$ , 称点  $P$ ,  $Q$  在曲线  $T$  的同侧;  $F[P] \cdot F[Q] < 0$ , 称点  $P$ ,

$Q$  在曲线  $T$  的两侧.

(1) 若曲线  $T: F(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 4 = 0$ , 判断  $A(1,1)$ ,  $B(-1,1)$  两点在曲线  $T$  的同侧还是两侧;

(2) 已知曲线  $T: F(x, y) = x^2 + y^2 - 2|x| - 1 = 0$ ,  $O$  为坐标原点, 求点集  $S =$

$\{P \mid F[P] \cdot F[O] > 0\}$  所构成图形的面积;

(3) 记到点  $(1,0)$  与到  $y$  轴的距离之和为 4 的点的轨迹为曲线  $C$ , 曲线

$T: F(x, y) = x^2 + y^2 - x - a = 0$ , 若曲线  $C$  上总存在两点  $M$ ,  $N$  在曲线  $T$  两侧, 求曲线

$C$  的方程和实数  $a$  的取值范围.

## 2024-2025 学年山东省临沂市部分县区高二上学期学科素养水平监测

### 数学联考试卷

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的考生号、姓名、考点学校、考场号及座位号填写在答题卡上.
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需要改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 直线  $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$  的倾斜角为 ( )

- A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $120^\circ$                       D.  $150^\circ$

【正确答案】D

【分析】由直线方程计算直线斜率,即可得到直线的倾斜角.

【详解】由题意得,直线的斜率  $k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,故直线的倾斜角为  $150^\circ$ .

故选: D.

2. 椭圆  $16x^2 + 25y^2 = 400$  的离心率为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{3}{5}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{4}{5}$

【正确答案】B

【分析】把方程化为椭圆标准方程即可得到结果.

【详解】由  $16x^2 + 25y^2 = 400$  得椭圆标准方程为  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ,

$$\therefore a = 5, b = 4, c = \sqrt{25 - 16} = 3,$$

$$\therefore \text{离心率 } e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}.$$

故选: B.

3. 已知  $\vec{\mu} = (-4, 1, 3)$  是直线  $l$  的方向向量,  $\vec{v} = \left(1, y, -\frac{3}{4}\right)$  为平面  $\alpha$  的法向量, 若  $l \perp \alpha$ , 则  $y =$  ( )

A.  $-\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $-\frac{25}{4}$

D.  $\frac{25}{4}$

【正确答案】A

【分析】如果直线垂直于平面, 那么直线的方向向量与平面的法向量平行. 两个向量平行, 则它们对应坐标成比例, 我们可以根据这个性质来求解  $y$  的值.

【详解】因为  $l \perp \alpha$ , 所以  $\vec{\mu}$  与  $\vec{v}$  平行.

对于两个平行向量  $\vec{\mu} = (-4, 1, 3)$  和  $\vec{v} = \left(1, y, -\frac{3}{4}\right)$ , 根据向量平行的性质,

$$\frac{-4}{1} = \frac{1}{y} = \frac{3}{-\frac{3}{4}}.$$

它们对应坐标成比例, 即

$$\text{由 } \frac{-4}{1} = \frac{1}{y}, \text{ 交叉相乘可得 } -4y = 1, \text{ 解得 } y = -\frac{1}{4}.$$

故选: A.

4. 若圆  $C_1: x^2 + y^2 - 1 = 0$  与圆  $C_2: x^2 + y^2 - 6y + m = 0$  有 3 条公切线, 则  $m =$  ( )

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

【正确答案】A

【分析】若两圆有3条公切线，则外切.我们需要先通过圆 $C_2$ 的方程，求出圆心坐标和半径，再根据两圆外切时圆心距等于两圆半径之和来求解 $m$ 的值.

【详解】圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6y + m = 0$ ，其圆心坐标为 $C_2(0,3)$ ，半径 $r_2 = \sqrt{9-m}$ .

圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ ，其圆心坐标为 $C_1(0,0)$ ，半径 $r_1 = 1$ .

因为两圆有3条公切线，所以两圆外切，此时圆心距 $d = r_1 + r_2$ .

根据两点间距离公式，圆心 $C_1(0,0)$ 与 $C_2(0,3)$ 的距离 $d = \sqrt{(0-0)^2 + (3-0)^2} = 3$ .

又因为 $d = r_1 + r_2$ ，即 $3 = 1 + \sqrt{9-m}$ .

移项可得 $\sqrt{9-m} = 3 - 1 = 2$ .

两边平方可得 $9 - m = 4$ ，解得 $m = 9 - 4 = 5$ .

故选：A.

5. 空间三点 $A(-1,0,3)$ ， $B(1,1,0)$ ， $C(-2,3,1)$ ，则以 $AB$ ， $AC$ 为邻边的平行四边形的面积为（ ）

A.  $\frac{7}{2}$

B.  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

C. 7

D.  $7\sqrt{3}$

【正确答案】D

【分析】利用空间向量的数量积求出 $\angle BAC$ 的值，然后利用三角形的面积公式可求得平行四边形的面积.

【详解】因为 $A(-1,0,3)$ ， $B(1,1,0)$ ， $C(-2,3,1)$ ，

所以 $\overrightarrow{AB} = (2,1,-3)$ ， $\overrightarrow{AC} = (-1,3,-2)$ ，

所以 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times (-1) + 1 \times 3 + (-3) \times (-2) = 7$ ，

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$ ， $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$ ，

所以 $\cos \angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{7}{\sqrt{14} \times \sqrt{14}} = \frac{1}{2}$ ，



【正确答案】C

【分析】由题意，根据点到直线的距离公式建立关于 $a$ 的方程，解之即可求解.

【详解】由题意知， $\frac{|-2a+1+1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{|a-1+1|}{\sqrt{1+a^2}}$ ,

得 $|2-2a|=|a|$ ，解得 $a=2$ 或 $\frac{2}{3}$ ，

即实数 $a$ 的值为 $2$ 或 $\frac{2}{3}$ .

故选：C

8. 设 $O$ 为坐标原点， $F_1, F_2$ 为椭圆 $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的两个焦点，点 $P$ 在 $C$ 上，

$\cos \angle F_1PF_2 = \frac{3}{5}$ ，则 $|OP| =$  ( )

- A.  $\sqrt{21}$                       B.  $\frac{\sqrt{30}}{2}$                       C.  $\frac{15}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{35}}{2}$

【正确答案】A

【分析】根据椭圆方程求出焦点坐标以及椭圆的基本参数，再利用余弦定理求出

$|PF_1|^2 + |PF_2|^2$ 与 $|PF_1| \cdot |PF_2|$ 的关系，然后通过向量关系求出 $|OP|$ .

【详解】对于椭圆 $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，可得 $a=5, b=4$ .

可求出 $c = \sqrt{25-16} = 3$ ，所以焦点 $F_1(-3,0), F_2(3,0)$ .

设 $|PF_1|=m, |PF_2|=n$ ，在 $\triangle F_1PF_2$ 中，根据余弦定理 $|F_1F_2|^2 = m^2 + n^2 - 2mn \cos \angle F_1PF_2$ .

已知 $|F_1F_2| = 2c = 6$ ， $\cos \angle F_1PF_2 = \frac{3}{5}$ ，则 $6^2 = m^2 + n^2 - 2mn \times \frac{3}{5}$ .

又因为点 $P$ 在椭圆上，根据椭圆的定义 $m+n=2a=10$ ，

将 $(m+n)^2 = 100$ 展开得 $m^2 + n^2 + 2mn = 100$ .

用  $m^2 + n^2 + 2mn = 100$  减去  $6^2 = m^2 + n^2 - 2mn \times \frac{3}{5}$  可得:

$$m^2 + n^2 + 2mn - (m^2 + n^2 - 2mn \times \frac{3}{5}) = 100 - 36, \quad \text{即} \quad 2mn + 2mn \times \frac{3}{5} = 64, \quad \text{则} \quad mn = 20.$$

代入  $m^2 + n^2 - 2mn \times \frac{3}{5} = 36$  中, 可得  $m^2 + n^2 = 36 + 2mn \times \frac{3}{5} = 36 + 2 \times 20 \times \frac{3}{5} = 60$ .

因为  $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PF_1} + \overrightarrow{PF_2})$ , 所以  $|\overrightarrow{OP}|^2 = \frac{1}{4}(|\overrightarrow{PF_1}|^2 + |\overrightarrow{PF_2}|^2 + 2\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2})$ .

$$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = mn \cos \angle F_1PF_2 = 20 \times \frac{3}{5} = 12$$

则  $|\overrightarrow{OP}|^2 = \frac{1}{4}(m^2 + n^2 + 2\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}) = \frac{1}{4}(60 + 2 \times 12) = \frac{1}{4}(60 + 24) = \frac{84}{4} = 21$ ,

所以  $|\overrightarrow{OP}| = \sqrt{21}$ .

故选: A.

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 若直线过点  $A(-1, 2)$ , 且在两坐标轴上截距相等, 则直线  $l$  方程可能为 ( )

A.  $x - y + 3 = 0$

B.  $x + y - 1 = 0$

C.  $2x + y = 0$

D.  $2x - y + 4 = 0$

【正确答案】BC

【分析】对截距分类讨论, 利用截距式及其斜率计算公式即可得出.

【详解】当直线  $l$  经过原点时, 可得直线方程为:  $y = -2x$ , 即  $2x + y = 0$ .

当直线  $l$  不经过原点时, 可设  $l$  的直线方程为:  $x + y = a$ , 把点  $(-1, 2)$  代入可得:

$$-1 + 2 = a, \quad \text{可得} \quad a = 1.$$

综上所述: 直线  $l$  的方程为:  $2x + y = 0$  或  $x + y - 1 = 0$ .

故选: BC.

10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $A(-2,0)$ ,  $B(2,0)$ , 点  $P$  满足  $\frac{|PA|}{|PB|} = k$  ( $k > 0$  且  $k \neq 1$ ), 设点  $P$  的轨迹为  $C$ , 则 ( )

A. 当  $k = \sqrt{2}$  时,  $C$  的方程是  $x^2 + y^2 - 12x + 4 = 0$

B. 当  $k = \sqrt{2}$  时, 以  $AB$  为直径的圆与  $C$  的公共弦长为  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

C. 当  $0 < k < 1$  时, 圆  $C$  的圆心在线段  $BA$  的延长线上

D. 以  $AB$  为直径的圆始终与  $C$  相交

【正确答案】ACD

【分析】根据题意设  $P(x, y)$ , 由  $\frac{|PA|}{|PB|} = k$  可得轨迹  $C$ , 当  $k = \sqrt{2}$  时, 可得轨迹  $C$  的方程, 根据圆与圆的位置关系确定相交弦长从而可判断 A, B; 根据圆心  $C$  的坐标确定与  $A(-2,0)$ ,  $B(2,0)$  坐标关系即可判断 C; 分别判断  $0 < k < 1$  与  $k > 1$  时, 圆  $AB$  的端点在圆  $C$  内还是外即可判断圆与圆的位置, 从而判断 D.

【详解】设  $P(x, y)$ , 因为  $A(-2,0)$ ,  $B(2,0)$ , 则  $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{\sqrt{(x+2)^2 + y^2}}{\sqrt{(x-2)^2 + y^2}} = k$ ,

整理得点  $P$  的轨迹为  $C$  为  $(k^2 - 1)x^2 + (k^2 - 1)y^2 - (4k^2 + 4)x + 4k^2 - 4 = 0$ ,

对于 A, B, 当  $k = \sqrt{2}$  时,  $C$  的方程是  $x^2 + y^2 - 12x + 4 = 0$ , 故 A 正确;

此时圆心  $C(6,0)$ , 半径  $r = 4\sqrt{2}$ , 又以  $AB$  为直径的圆圆心为  $(0,0)$ , 半径为 2, 圆的方程为  $x^2 + y^2 = 4$ ,

所以两圆方程作差可得公共弦长所在直线方程为:  $x = \frac{2}{3}$ ,

故公共弦长  $2\sqrt{4 - \left(\frac{2}{3} - 0\right)^2} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$ , 故 B 不正确;

对于 C, 由于方程  $C$  为  $(k^2 - 1)x^2 + (k^2 - 1)y^2 - (4k^2 + 4)x + 4k^2 - 4 = 0$ , 则此时圆心坐标

为  $\left(\frac{2k^2+2}{k^2-1}, 0\right)$ ,

当  $0 < k < 1$  时,  $\frac{2k^2+2}{k^2-1} = \frac{2(k^2-1)+4}{k^2-1} = 2 + \frac{4}{k^2-1} \in (-\infty, -2)$ , 则圆  $C$  的圆心在线段  $BA$  的延长线上, 故 C 正确;

对于 D, 由于以  $AB$  为直径的圆方程为  $x^2 + y^2 = 4$ , 圆  $C$  的圆心为  $\left(\frac{2k^2+2}{k^2-1}, 0\right)$ , 半径为  $R = \frac{4k}{|k^2-1|}$ ,

当  $0 < k < 1$  时, 因为圆  $C$  的圆心在线段  $BA$  的延长线上,

$$\text{又 } |BC| = -2 - \frac{2k^2+2}{k^2-1} = \frac{-4k^2}{k^2-1} = \frac{4k^2}{1-k^2}, \quad |AC| = 2 - \frac{2k^2+2}{k^2-1} = \frac{-4}{k^2-1} = \frac{4}{1-k^2}$$

$$\text{则 } |BC| - R = \frac{4k^2}{1-k^2} - \frac{4k}{1-k^2} = \frac{4k(k-1)}{1-k^2} < 0, \quad |AC| - R = \frac{4}{1-k^2} - \frac{4k}{1-k^2} = \frac{4(1-k)}{1-k^2} > 0,$$

故点  $B$  在圆  $C$  内,  $A$  在圆  $C$  外, 即此时以  $AB$  为直径的圆始终与  $C$  相交;

当  $k > 1$  时,  $\frac{2k^2+2}{k^2-1} = \frac{2(k^2-1)+4}{k^2-1} = 2 + \frac{4}{k^2-1} \in (2, +\infty)$ ,  $C$  的圆心在线段  $AB$  的延长线上,

$$\text{又 } |BC| = \frac{2k^2+2}{k^2-1} + 2 = \frac{4k^2}{k^2-1}, \quad |AC| = \frac{2k^2+2}{k^2-1} - 2 = \frac{4}{k^2-1},$$

$$\text{则 } |BC| - R = \frac{4k^2}{k^2-1} - \frac{4k}{k^2-1} = \frac{4k(k-1)}{k^2-1} > 0, \quad |AC| - R = \frac{4}{k^2-1} - \frac{4k}{k^2-1} = \frac{4(1-k)}{k^2-1} < 0,$$

故点  $B$  在圆  $C$  外,  $A$  在圆  $C$  内, 即此时以  $AB$  为直径的圆始终与  $C$  相交;

综上, 以  $AB$  为直径的圆始终与  $C$  相交, 故 D 正确.

故选: ACD.

11. 如图是数学家 *Germinal Dandelin* 用来证明一个平面截圆锥侧面得到的截口曲线是椭圆的模型 (称为“Dandelin 双球”). 在圆锥内放两个大小不同的小球, 使得它们分别与圆锥的侧面、

截切, 截面分别与球  $O_1$ , 球  $O_2$  切于点  $E$ ,  $F$  ( $E$ ,  $F$  是截口椭圆  $C$  的焦点). 设图中球  $O_1$ ,

球  $O_2$  的半径分别为 3 和 1, 球心距  $|O_1O_2| = 4\sqrt{2}$ , 则 ( )

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/008063131006007015>