

湖南省名师网络工作室精品课

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

(第二课时)

空间中直线、平面的平行

年 级：高二年级

学 科：数学(人教A版)

主讲人：吴丰田

学 校：湖南省株洲市九方中学



湖南省名师网络工作室精品课

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的 位置关系 (第二课时)

空间中直线、平面的平行

年 级：高二年级 学 科：数学（人教A版）

主讲人：吴丰田 学 校：株洲市九方中学





复习回顾

1. 空间中点、直线和平面的向量表示

- 用向量表示点：OP
- 用向量表示直线：OP=OA+ta
- 用向量表示平面：OP=OA+xAB+yAC

$$\left\{ P \mid \mathbf{a} \cdot \overrightarrow{AP} = 0 \right\}, \text{ 其中 } \mathbf{a} \text{ 是平面的法向量.}$$

2. 求直线的方向向量、平面的法向量的方法步骤



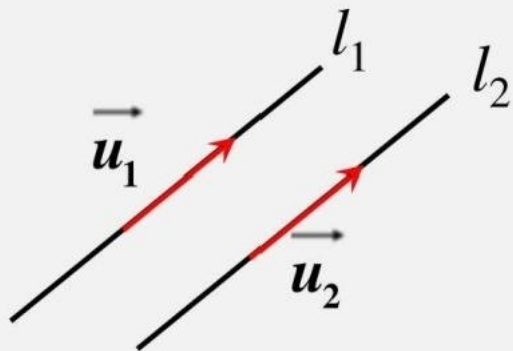
我们知道，直线的方向向量和平面的法向量是确定空间中的直线和平面的关键量. 那么是否能用这些向量来刻画空间直线、平面的平行、垂直关系呢? 这节课我们先来探究平行的问题。



新知探究

探究1. 直线与直线的平行

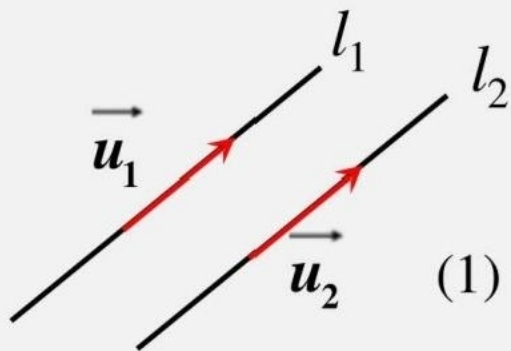
问题：如果直线 $l_1 // l_2$ ，那么如何利用空间向量来研究它们的关系呢？



可以来研究两条直线的方向向量的关系。



如图(1)所示, 设 \vec{u}_1, \vec{u}_2 分别是直线 l_1, l_2 的方向向量, 由方向向量的定义可知, 如果**两条直线平行**, 那么它们的方向向量一定平行, 反过来, 如果两条**直线的方向向量平行**, 那么这两条直线也平行.

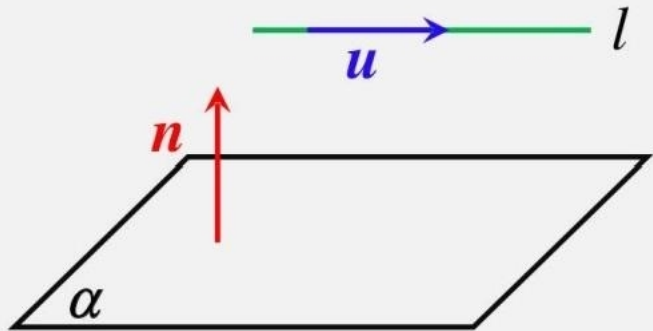


$$l_1 // l_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 // \vec{u}_2 \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbf{R}, \\ \vec{u}_1 = \lambda \vec{u}_2$$



探究2：直线与平面的平行

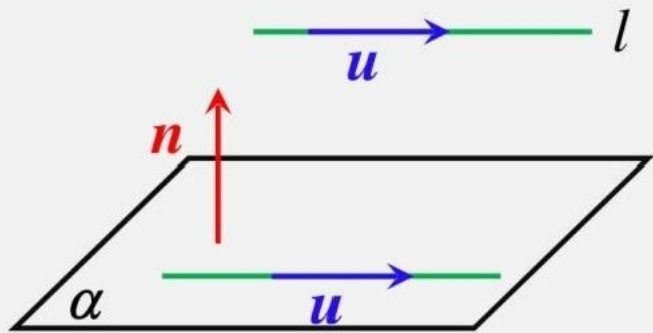
问题：如果直线 l 与平面 α 平行，那么如何利用空间向量研究它们的关系呢？



可以来研究直线的方向向量与平面的法向量的关系。



如图(2)所示, 设 u 是直线 l 的方向向量, n 是平面 α 的法向量, $l \parallel \alpha$ 则



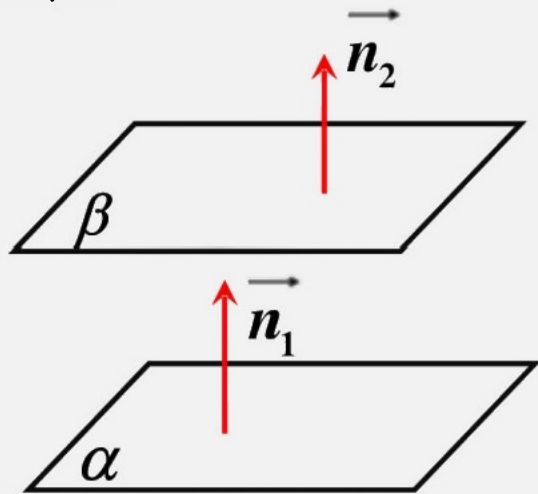
(2)

$$l \parallel \alpha \Leftrightarrow u \perp n \Leftrightarrow u \cdot n = 0$$



探究3： 平面与平面的平行

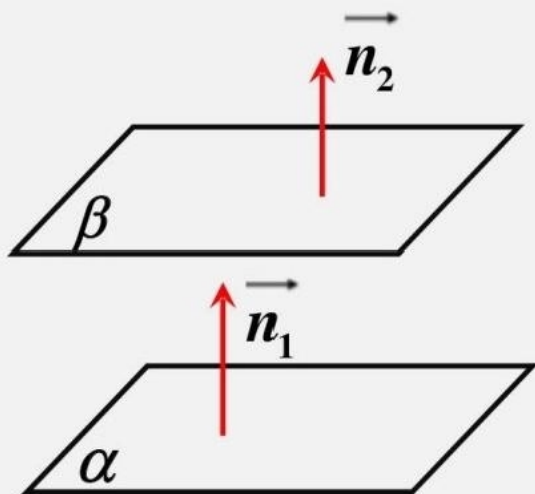
问题：如果平面 α 与 β 平行，那么如何利用空间向量来研究它们的关系？



可以来研究两个平面的法向量的关系。



如图，设 n_1, n_2 分别是平面 α, β 的法向量，



$a // \beta \Leftrightarrow n_1 // n_2 \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbf{R},$ 使得
 $n_1 = \lambda n_2.$



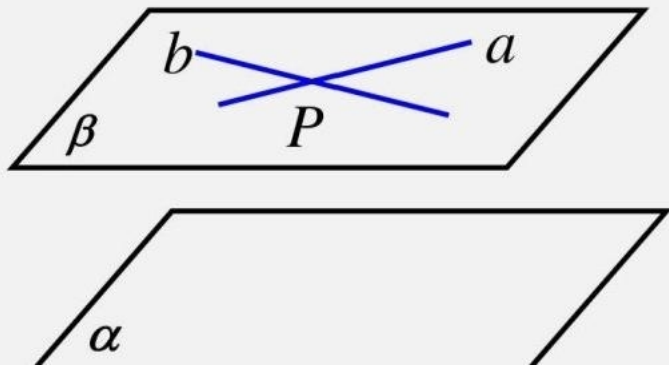
典例分析

例2. 证明“平面与平面平行的判定定理”：若一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行。

已知：如图， $a \subset \beta$, $b \subset \beta$, $a \cap b = P$,

$a // \alpha, b // \alpha$.

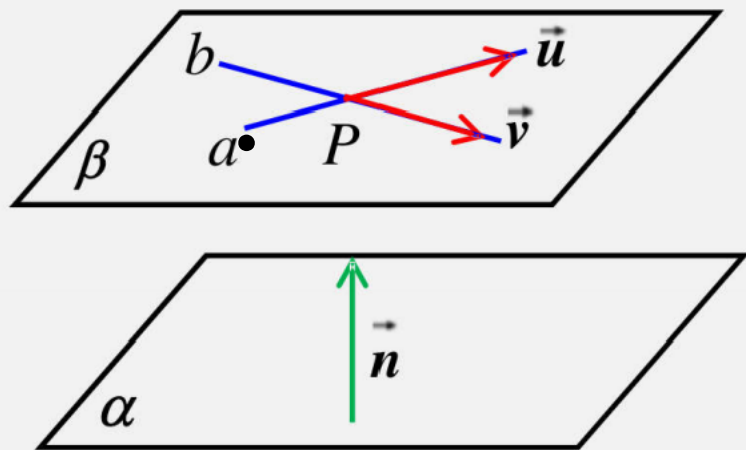
求证： $\alpha // \beta$.





分析：设平面 α 的法向量为 \vec{n} ，
平面 β 内的两条相交直线 a, b
的方向向量分别为 \vec{u}, \vec{v} 。

依题意有 “上” $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u} = 0, \\ \vec{n} \cdot \vec{v} = 0. \end{cases}$



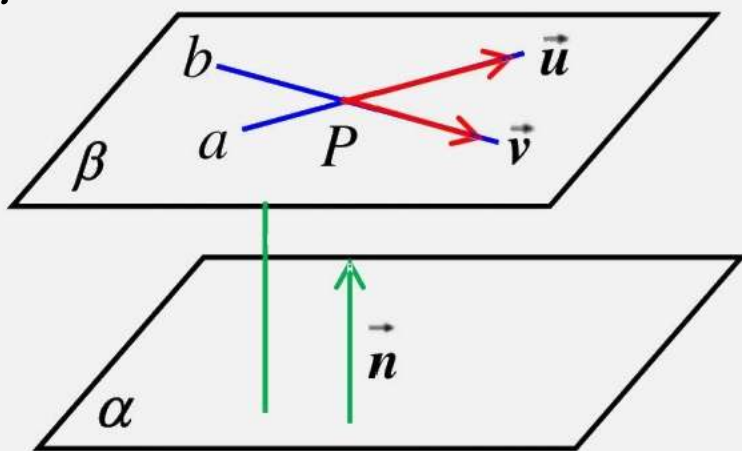


进一步可以证明 n 与平面 β

内的任意一个向量都垂直，

即 n 也是 β 的法向量.

所以 $a \parallel \beta$.



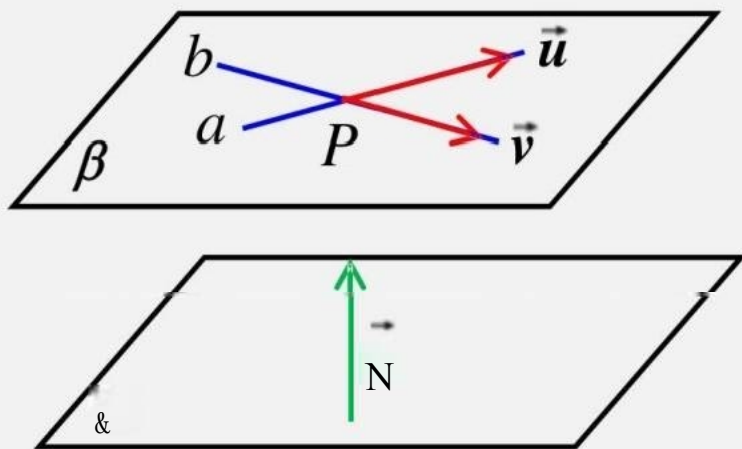


证明：设平面 α 的法向量为 \mathbf{n} ，
直线 a, b 的方向向量分别为 \mathbf{u}, \mathbf{v} 。

因为 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$,

所以 $\mathbf{n} \perp \mathbf{u}, \mathbf{n} \perp \mathbf{v}$. 即 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0, \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0$ 。

又因为 $a \cap b = P$,



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/016132052223010141>