2023年高考数学模拟试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\left\{(x,y)\mid y=\sqrt{1-x^2}\right\}$，$B=\left\{(x,y)\mid y=2x\right\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为(　　)

A．3　　**B．2**　　**C．1**　　**D．0**

2．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+3,x\le 1\\ \ln x,x>1\end{cases}$,若关于 x 的方程 $f(x)=kx-\dfrac{1}{2}$ 恰有4个不相等的实数根，则实数 k 的取值范围是(　　)

A．$\left(\dfrac{1}{2},\sqrt{\mathrm{e}}\right)$

B．$\left[\dfrac{1}{2},\sqrt{e}\right)$

C．$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{e}}{e}\right]$

D．$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{e}}{e}\right)$

3．已知下列命题：

①“$\forall x\in R,x^2+5x>6$”的否定是“$\exists x\in R,x^2+5x\le 6$”；

②已知 p,q 为两个命题，若“$p\vee q$”为假命题，则“$(\neg p)\wedge(\neg q)$”为真命题；

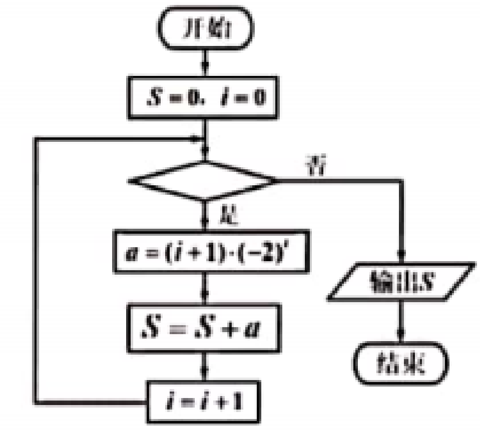
③“$a>2019$”是“$a>2020$”的充分不必要条件；

④“若 $xy=0$，则 $x=0$ 且 $y=0$”的逆否命题为真命题.

其中真命题的序号为（　　）

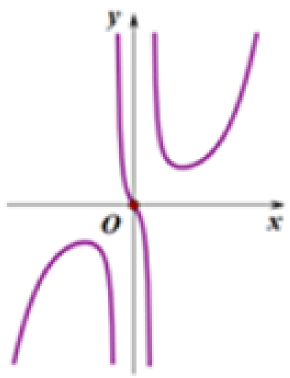
A．③④　　**B．①②**　　**C．①③**　　**D．②④**

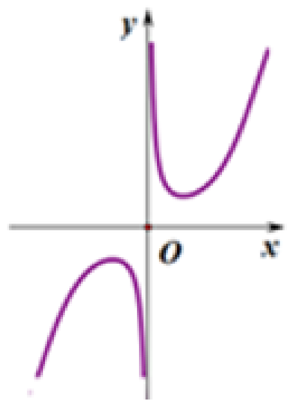
4．为计算 $S=1-2\times 2+3\times 2^2-4\times 2^3+\ldots+100\times(-2)^{99}$， 设计了如图所示的程序框图，则空白框中应填入（　　）

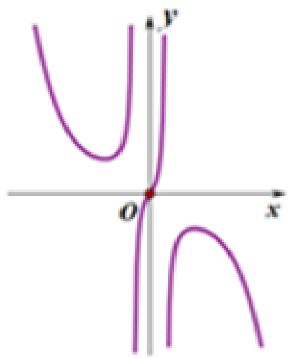


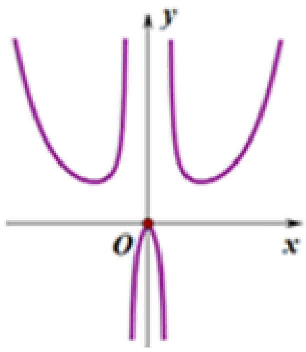
A． $i<100$　　B． $i>100$　　C． $i\le 100$　　D． $i\ge 100$

5．函数 $y=\dfrac{2^x-2^{-x}}{|x|-\cos x}$ 的图像大致为（　　）．

A． 

B． 

C． 

D． 

6．设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则“$a_1<0$”是“$S_{2021}<0$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．若复数 z 满足 $(1-i)z=-1+2i$,则 $|\overline{Z}|=$(　　)

A． $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B． $\dfrac{3}{2}$　　C． $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　D． $\dfrac{1}{2}$

8．若函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，若函数 $g(x)$ 在区间 $[0,a]$ 上单调递增，则 a 的最大值为（　　）．

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{5\pi}{12}$　　D．$\frac{7\pi}{12}$

9．“纹样”是中国艺术宝库的瑰宝，“火纹”是常见的一种传统纹样.为了测算某火纹纹样（如图阴影部分所示）的面积，作一个边长为 **3** 的正方形将其包含在内，并向该正方形内随机投掷 **200** 个点，已知恰有 **80** 个点落在阴影部分据此可估计阴影部分的面积是（　　）

A．$\frac{16}{5}$　　B．$\frac{32}{5}$　　C．**10**　　D．$\frac{18}{5}$

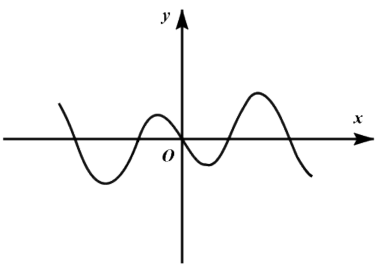
10．在直角坐标平面上，点 $P\left(x,y\right)$ 的坐标满足方程 $x^2-2x+y^2=0$，点 $Q\left(a,b\right)$ 的坐标满足方程 $a^2+b^2+6a-8b+24=0$ 则 $\frac{y-b}{x-a}$ 的取值范围是（　　）

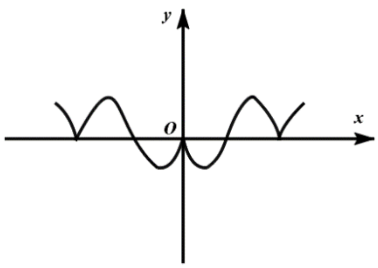
A．$\left[-2,2\right]$　　B．$\left[\frac{-4-\sqrt{7}}{3},\frac{-4+\sqrt{7}}{3}\right]$　　C．$\left[-3,-\frac{1}{3}\right]$ D．$\left[\frac{6-\sqrt{7}}{3},\frac{6+\sqrt{7}}{3}\right]$

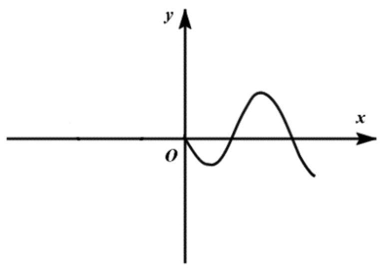
11．函数 $\boldsymbol{f(x)=\cos(2x+\frac{2\pi}{3})}$ 的对称轴不可能为（　　）

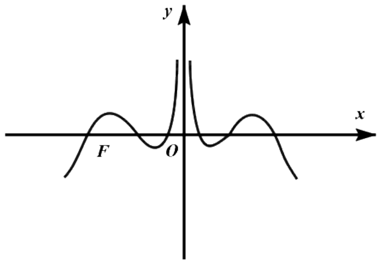
A．$x=-\frac{5\pi}{6}$　　B．$x=-\frac{\pi}{3}$　　C．$x=\frac{\pi}{6}$　　D．$x=\frac{\pi}{3}$

12．函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\ln|x|$ 图像可能是（　　）

A．

B．

C．

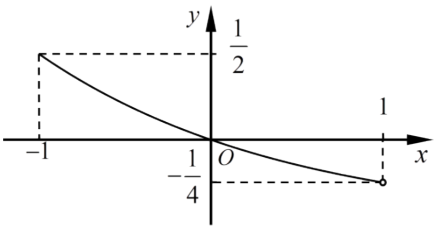
D. 

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知向量 $\vec{a}=\left(2,-6\right)$，$\vec{b}=\left(3,m\right)$，若 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$，则 $m=$______．

14．已知向量 $\vec{a}=(m,4),\vec{b}=(3,-2)$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $m=$__________．

15．函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left[-1,1\right)$，其图象如图所示．函数 $g\left(x\right)$ 是定义域为 R 的奇函数，满足 $g\left(2-x\right)+g\left(x\right)=0$，且当 $x\in\left(0,1\right)$ 时，$g\left(x\right)=f\left(x\right)$．给出下列三个结论：



①$g\left(0\right)=0$；

②函数 $g\left(x\right)$ 在 $\left(-1,5\right)$ 内有且仅有 3 个零点；

③不等式 $f\left(-x\right)<0$ 的解集为 $\left\{x\middle|-1<x<0\right\}$．

其中，正确结论的序号是________．

16．设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 F，过点 F 且倾斜角为 45°的直线与双曲线 C 的两条渐近线顺次交于 A，B 两点若 $\overrightarrow{FB}=3\overrightarrow{FA}$，则 C 的离心率为________．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）若数列 $\left\{a_n\right\}$ 前 n 项和为 $\left\{S_n\right\}$，且满足 $S_n=\frac{t}{t-1}\left(a_n-2\right)$（$t$ 为常数，且 $t\neq0,t\neq1$）

（1）求数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

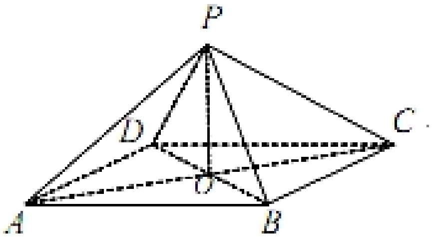
（2）设 $b_n=1-S_n$，且数列 $\left\{b_n\right\}$ 为等比数列，令 $c_n=a_n\left|\log_3 b_n\right|$，.求证：$c_1+c_2+\ldots+c_n<\frac{3}{2}$．

18．（12 分）在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $\sqrt{3}a=b(\sin C+\sqrt{3}\cos C)$．

（1）求角 B 的大小；

（2）若 $A=\frac{\pi}{3}$，D 为 ΔABC 外一点，$DB=2,CD=1$，求四边形 $ABDC$ 面积的最大值．

19.（12 分）如图，在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面正方形的对角线 AC,BD 交于点 O 且 $OP=\frac{1}{2}AB$.



（1）求直线 BP 与平面 PCD 所成角的正弦值；

（2）求锐二面角 $B-PD-C$ 的大小.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=a\ln(1+x),g(x)=\frac{1}{3}x^3-ax$, $h(x)=e^x-1$.

（1）当 $x\geq 0$ 时，$f(x)\leq h(x)$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（2）当 $x<0$ 时，研究函数 $F(x)=h(x)-g(x)$ 的零点个数；

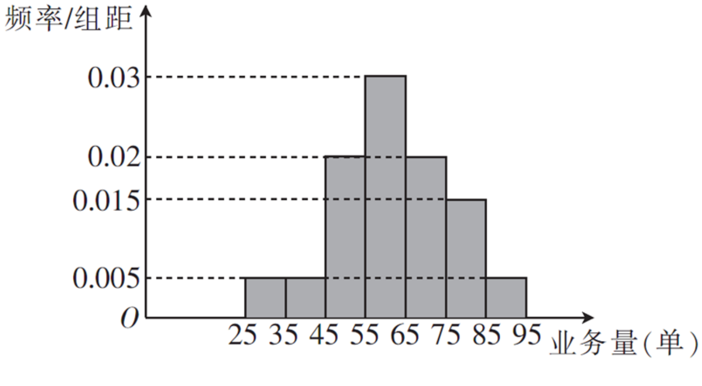
（3）求证：$\frac{1095}{1000}<\sqrt[10]{e}<\frac{3000}{2699}$（参考数据：$\ln1.1\approx0.0953$）.

21.（12 分）设函数 $f(x)=\left|\frac{1}{2}x+1\right|+|x-1|$（$x\in\mathbf{R}$）的最小值为 m.

（1）求 m 的值；

（2）若 a，b，c 为正实数，且 $\frac{1}{ma}+\frac{1}{2mb}+\frac{1}{3mc}=\frac{2}{3}$，证明：$\frac{a}{9}+\frac{2b}{9}+\frac{c}{3}\geq 1$.

22.（10 分）某大学开学期间，该大学附近一家快餐店招聘外卖骑手，该快餐店提供了两种日工资结算方案：方案 (a) 规定每日底薪 100 元，外卖业务每完成一单提成 2 元；方案 (b) 规定每日底薪 150 元，外卖业务的前 54 单没有提成，从第 55 单开始，每完成一单提成 5 元.该快餐店记录了每天骑手的人均业务量，现随机抽取 100 天的数据，将样本数据分为 $[25,35),[35,45),[45,55),[55,65),[65,75),[75,85),[85,95]$ 七组，整理得到如图所示的频率分布直方图.



（1）随机选取一天，估计这一天该快餐店的骑手的人均日外卖业务量不少于 65 单的概率；

（2）从以往统计数据看，新聘骑手选择日工资方案 (a) 的概率为 $\frac{1}{3}$，选择方案 (b) 的概率为 $\frac{2}{3}$

.若甲、乙、丙、丁四名骑手分别到该快餐店应聘，四人选择日工资方案相互独立，求至少有两名骑手选择方案(a)的概率，

（3）若仅从人日均收入的角度考虑，请你为新聘骑手做出日工资方案的选择，并说明理由.（同组中的每个数据用该组区间的中点值代替）

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

集合 A 表示半圆上的点，集合 B 表示直线上的点，联立方程组求得方程组解的个数，即为交集中元素的个数.

【详解】

由题可知：集合 A 表示半圆上的点，集合 B 表示直线上的点，

联立 $y=\sqrt{1-x^2}$ 与 $y=2x$，

可得 $\sqrt{1-x^2}=2x$，整理得 $x^2=\dfrac{1}{5}$，

即 $x=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

当 $x=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ 时，$y=2x<0$，不满足题意；

故方程组有唯一的解 $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5},\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)$.

故 $A\cap B=\left\{\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5},\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)\right\}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查集合交集的求解，涉及圆和直线的位置关系的判断，属基础题.

2、**D**

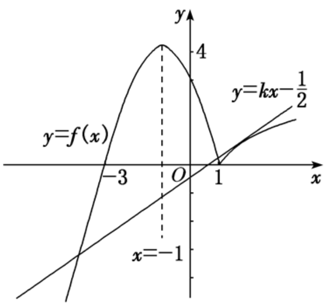
【解析】

由已知可将问题转化为：$y=f(x)$的图象和直线$y=kx-\dfrac{1}{2}$有 4 个交点，作出图象，由图可得：点(1,0)必须在直线$y=kx-\dfrac{1}{2}$的下方，即可求得：$k>\dfrac{1}{2}$；再求得直线$y=kx-\dfrac{1}{2}$和$y=\ln x$相切时，$k=\dfrac{\sqrt{e}}{e}$；结合图象即可得解.

【详解】

若关于 x 的方程$f(x)=kx-\dfrac{1}{2}$恰有 4 个不相等的实数根，

则$y=f(x)$的图象和直线$y=kx-\dfrac{1}{2}$有 4 个交点．作出函数$y=f(x)$的图象，如图，



故点(1,0)在直线$y=kx-\dfrac{1}{2}$的下方.

$\therefore k\times 1-\dfrac{1}{2}>0$，解得$k>\dfrac{1}{2}$.

当直线$y=kx-\dfrac{1}{2}$和$y=\ln x$相切时，设切点横坐标为 m，

则$k=\dfrac{\ln m+\dfrac{1}{2}}{m}=\dfrac{1}{m}$，$\therefore m=\sqrt{e}$.

此时，$k=\dfrac{1}{m}=\dfrac{\sqrt{e}}{e}$，$f(x)$的图象和直线$y=kx-\dfrac{1}{2}$有 3 个交点，不满足条件，

故所求 k 的取值范围是$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{e}}{e}\right)$，

故选 *D*..

【点睛】

本题主要考查了函数与方程思想及转化能力，还考查了导数的几何意义及计算能力、观察能力，属于难题.

3、B

【解析】

由命题的否定，复合命题的真假，充分必要条件，四种命题的关系对每个命题进行判断.

【详解】

“$\forall x \in R, x^2+5x>6$”的否定是“$\exists x \in R, x^2+5x \le 6$”，正确；

已知为两个命题，若“$p \vee q$”为假命题，则“$(\neg p) \wedge (\neg q)$”为真命题，正确；

“$a > 2019$”是“$a > 2020$”的必要不充分条件,错误；

“若 $xy = 0$，则 $x = 0$ 且 $y = 0$”是假命题，则它的逆否命题为假命题，错误.

故选：**B**.

【点睛】

本题考查命题真假判断，掌握四种命题的关系，复合命题的真假判断，充分必要条件等概念是解题基础.

4、**A**

【解析】

根据程序框图输出的 **S** 的值即可得到空白框中应填入的内容.

【详解】

由程序框图的运行，可得：**S＝0，i＝0**

满足判断框内的条件，执行循环体，**a＝1，S＝1，i＝1**

满足判断框内的条件，执行循环体，**a＝2×（﹣2），S＝1+2×（﹣2），i＝2**

满足判断框内的条件，执行循环体，**a＝3×（﹣2）²，S＝1+2×（﹣2）+3×（﹣2）²，i＝3**

…

观察规律可知：满足判断框内的条件，执行循环体，**a＝99×（﹣2）^{99}，S＝1+2×（﹣2）+3×（﹣2）^{2}+…+1×（﹣2）^{99}，i＝1**，此时，应该不满足判断框内的条件，退出循环，输出 **S** 的值，所以判断框中的条件应是 **i＜1**.

故选：**A**.

【点睛】

本题考查了当型循环结构，当型循环是先判断后执行，满足条件执行循环，不满足条件时算法结束，属于基础题.

5、**A**

【解析】

本题采用排除法:

由 $f\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = -f\left(\frac{5\pi}{2}\right)$ 排除选项 **D**;

根据特殊值 $f\left(\frac{5\pi}{2}\right) > 0$ 排除选项 **C**;

由 $x > 0$,且 x 无限接近于 **0** 时，$f(x) < 0$ 排除选项 **B**;

【详解】

对于选项**D:**由题意可得，令函数 $f\left(x\right)=\quad y=\dfrac{2^{x}-2^{-x}}{|x|-\cos x}$，

则 $f\left(-\dfrac{5\pi}{2}\right)=\dfrac{2^{-\frac{5\pi}{2}}-2^{\frac{5\pi}{2}}}{\dfrac{5\pi}{2}}$，$f\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)=\dfrac{2^{\frac{5\pi}{2}}-2^{-\frac{5\pi}{2}}}{\dfrac{5\pi}{2}}$；

即 $f\left(-\dfrac{5\pi}{2}\right)=-f\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)$.故选项**D**排除;

对于选项**C**：因为 $f\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)=\dfrac{2^{\frac{5\pi}{2}}-2^{-\frac{5\pi}{2}}}{\dfrac{5\pi}{2}}>0$,故选项**C**排除;

对于选项**B:**当 $x>0$,且 x 无限接近于**0**时,$|x|-\cos x$ 接近于 $-1<0$，$2^{x}-2^{-x}>0$，此时 $f\left(x\right)<0$.故选项**B**排除;

故选项:**A**

【点睛】

本题考查函数解析式较复杂的图象的判断;利用函数奇偶性、特殊值符号的正负等有关性质进行逐一排除是解题的关键;属于中档题.

6、**C**

【解析】

根据等比数列的前 n 项和公式，判断出正确选项.

【详解】

由于数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，所以 $S_{2021}=a_1\cdot\dfrac{1-q^{2021}}{1-q}$，由于 $\dfrac{1-q^{2021}}{1-q}>0$，所以

$a_1<0\Leftrightarrow S_{2021}<0$，故“$a_1<0$”是“$S_{2021}<0$”的充分必要条件.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查充分、必要条件的判断，考查等比数列前 n 项和公式，属于基础题.

7、**C**

【解析】

把已知等式变形，利用复数代数形式的除法运算化简，再由复数模的计算公式求解.

【详解】

解：由 $(1-i)z=-1+2i$，得 $z=\dfrac{-1+2i}{1-i}=\dfrac{(-1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$，

$\therefore |\overline{z}| = |z| = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

故选 **C**.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数模的求法，是基础题.

8、**C**

【解析】

由题意利用函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，正弦函数的单调性，求出 a 的最大值.

【详解】

解：把函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象，

若函数 $g(x)$ 在区间 $[0$，$a]$ 上单调递增，

在区间 $[0$，$a]$ 上，$2x - \frac{\pi}{3} \in [-\frac{\pi}{3}$，$2a - \frac{\pi}{3}]$，

则当 a 最大时，$2a - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$，求得 $a = \frac{5\pi}{12}$，

故选：**C**.

【点睛】

本题主要考查函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，正弦函数的单调性，属于基础题.

9、**D**

【解析】

直接根据几何概型公式计算得到答案.

【详解】

根据几何概型：$p = \frac{S}{9} = \frac{80}{200}$，故 $S = \frac{18}{5}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了根据几何概型求面积，意在考查学生的计算能力和应用能力.

10、**B**

【解析】

由点 $P(x, y)$ 的坐标满足方程 $x^2 - 2x + y^2 = 0$，可得 P 在圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 上，由 $Q(a, b)$ 坐标满足方程 $a^2 + b^2 + 6a - 8b + 24 = 0$，可得 Q 在圆 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 上，则 $\frac{y-b}{x-a} = k_{PQ}$ 求出两圆内公切线的斜率，利用数形结合可得结果.