北京市海淀区中国人民大学附属中学2023-2024学年九年级上学期开学考试数学试题

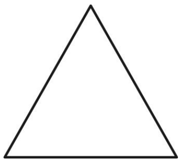
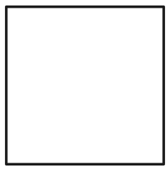
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

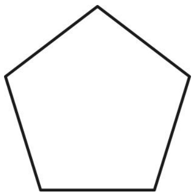
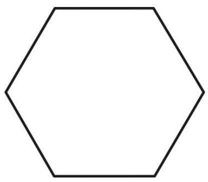
一、单选题

1．2023年5月30日上午，我国载人航天飞船“神舟十六号”发射圆满成功，与此同时，中国载人航天办公室也宣布计划在2030年前实现中国人首次登陆距地球平均距离为38.4万千米的月球．将384000用科学记数法表示应为（　　）

A．38.4×10^{4}　　B．3.84×10^{5}　　C．3.84×10^{6}　　D．0.384×10^{6}

2．下列轴对称图形中，对称轴最多的是（　　）

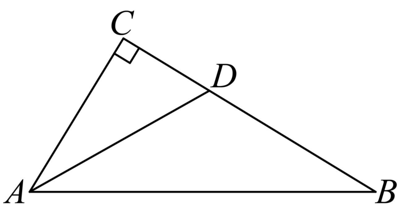
A．　　B．

C．　　D．

3．若点$A\left(-3,a\right)$，$B\left(1,b\right)$都在直线$y=5x-2$上，则a与b的大小关系是（　　）

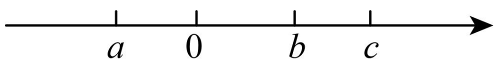
A．$a>b$　　B．$a=b$　　C．$a<b$　　D．无法确定

4．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，AD是$\angle BAC$的角平分线，若$CD=3$，$AB=8$，则$\triangle ABD$的面积是(　　)



A．36　　B．24　　C．12　　D．10

5．实数a，b，c在数轴上对应点的位置如图所示，下列式子正确的是（　　）



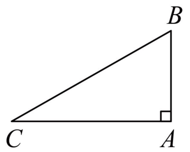
A．$c\left(a-b\right)>0$　　B．$b\left(a-c\right)>0$　　C．$a\left(b+c\right)>0$　　D．$a\left(b-c\right)>0$

6．如果$a-b=3$，那么代数式$\left(\dfrac{b^{2}}{a}-a\right)\cdot\dfrac{2a}{a+b}$的值为（　　）

A．-6　　B．-3　　C．3　　D．6

7．《周礼考工记》中记载有："……半矩谓之宣（xuān），一宣有半谓之欘（zhú）……"意思是："……直角的一半的角叫做宣，一宣半的角叫做欘……"．即：1宣$=\frac{1}{2}$矩，1欘$=1\frac{1}{2}$宣（其中，1矩$=90°$），问题：图（1）为中国古代一种强弩图，图（2）为这种强弩图的部分组件的示意图，若$\angle A=1$矩，$\angle B=1$欘，则$\angle C$的度数为（　　）

图(1)



图(2)

A．$15°$　　　　B．$22.5°$　　　　C．$30°$　　　　D．$45°$

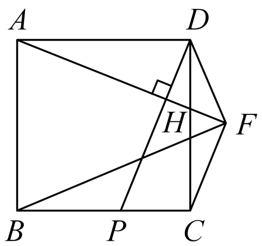
8．如图，在正方形$ABCD$中，P为边BC上一点（点P不与点B，C重合），$AH \perp DP$于G，并交CD于点H，$CF \perp AH$交AH延长线于点F．给出下面三个结论：

①$PC+AD=AH$；

②$FD<\sqrt{2}PC$；

③$\sqrt{3}FA-FD>FB$．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）



A．仅有②　　　　B．仅有③　　　　C．②③　　　　D．①②③

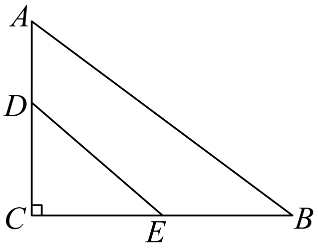
二、填空题

9．若代数式$\frac{1}{x-2}$有意义，则实数x的取值范围是______.

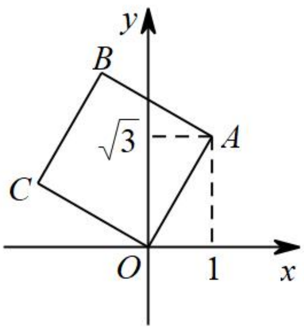
10．把直线y=－2x+1沿y轴向上平移2个单位，所得直线的函数关系式为_________

11．不等式组$\begin{cases} x>\frac{x-1}{2} \\ 5x-3<1+x \end{cases}$的解集为________

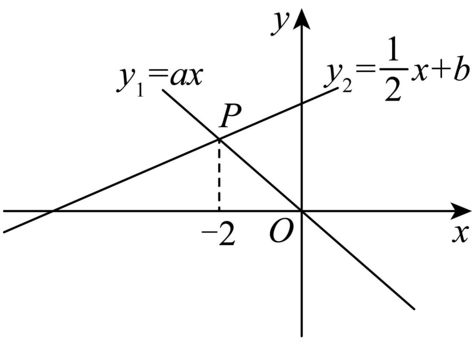
12．如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=3$，$BC=4$．若D，E分别为AC，BC的中点，则DE的长为________



13．如图，将正方形 $OABC$ 放在平面直角坐标系中，O 是原点，A 的坐标为$(1，\sqrt{3})$，则点 C 的坐标为______.



14．如图，正比例函数 $y_1=ax$ 与一次函数 $y_2=\frac{1}{2}x+b$ 的图象交于点 P．下面四个结论：①$a>0$；②$b<a$，③不等式 $ax>\frac{1}{2}x+b$ 的解集是 $x>-2$；④当 $x>0$ 时，$y_1y_2<0$．其中正确的是_______



15．利用图形的分、和、移、补探索图形关系，是我国传统数学的一种重要方法．如图1，BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线，将 $\triangle BCD$ 分割成两对全等的直角三角形和一个正方形，然后按图2重新摆放，观察两图，若 $a=2$，$b=1$，则矩形 $ABCD$ 的面积是________

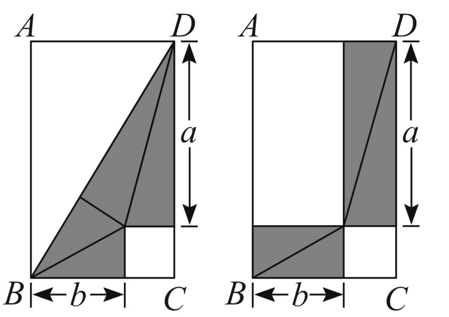


图1　图2

图 1　　　　　图 2

16．某旅店的客房有两人间和三人间两种，两人间每间 200 元，三人间每间 250 元，某学校 56 人的研学团到该旅店住宿，租住了若干客房．其中男生 27 人，女生 29 人．若要求男女不能混住，且所有租住房间必须住满．

（1）要想使花费最少，需要________间两人间；

（2）现旅店对二人间打八折优惠，且仅剩 15 间两人间，此时要想花费最少，需要____间三人间．

三、解答题

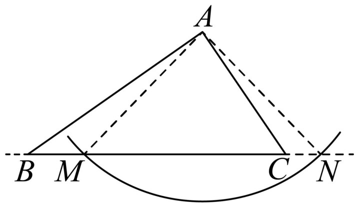
17．计算：$\sqrt{(-2)^2}+\left|1-\sqrt{3}\right|-\sqrt{12}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$．

18．解方程：$x^2+3=4x$．

19．已知：$\triangle ABC$．

求作：边 BC 上的高 AD．

作法：如图，



①以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，交直线 BC 于点 M，N；

②分别以点 M，N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 P（不同于点 A）；

③作直线 AP 交 BC 于点 D．

线段 AD 就是所求作的 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高．

(1)使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

(2)完成下面的证明．

证明：连接 AM, AN, PM, PN．

$\because AM=$________，$PM=$________，

$\therefore$点 A、点 P 均为线段 MN 垂直平分线上的点（________）（填推理的依据），

$\therefore AP$ 是线段 MN 的垂直平分线，

$\therefore AD\perp BC$ 于点 D．

即线段 AD 就是所求作的 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高．

20．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4mx+m^2=0$．

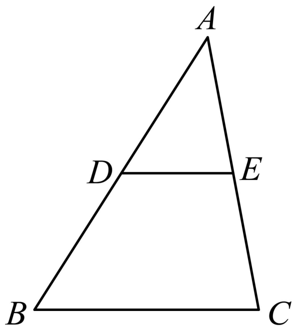
(1)求证：不论 m 为何值，该方程总有两个实数根；

(2)若 $x=1$ 是该方程的根，求代数式 $(m-2)^2+3$ 的值．

21．下面是证明三角形中位线定理的两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明．

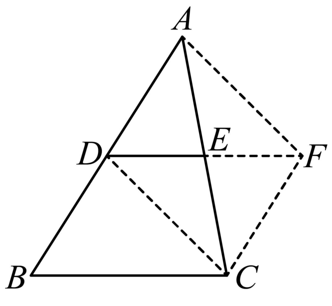
三角形中位线定理：三角形的中位线平行于三角形的第三边，并且等于第三边的一半．

已知：如图，$\triangle ABC$ 中，D，E 分别是的边 AB，AC 的中点．

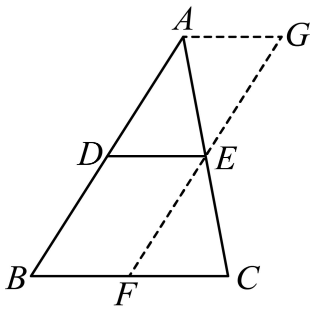


求证：$DE \parallel BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$．

方法一　证明：如图，延长 DE 到点 F，使 $EF=DE$，连接 FC，DC，AF．



方法二　证明：如图，过 E 作 $EF \parallel AB$ 交 BC 于点 F，过 A 作 $AG \parallel BC$ 交直线 EF 于点 G．



22．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与二次函数 $y=ax^2-2ax+\frac{1}{2}$ 的图象交于点 $A(1,0)$，$B(3,2)$．

(1)求一次函数解析式；

(2)若抛物线 $y=ax^2-2ax+n$ 与 x 轴存在交点，且当 $x>3$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=ax^2-2ax+n$ 的值大于函数 $y=kx+b$ 的值，请直接写出 n 的值．

23．第19届亚运会将于今年9月23日在杭州开幕，中国将再次因体育盛会引来全球目光，同时也掀起了运动热潮．某校举办了一场游泳比赛，9年级初选出10名学生代表．将10名学生代表200米自由泳所用时间数据整理如下：

a．10名学生代表200米自由泳所用时间（单位：秒）：

260，255，255，250，248，246，246，246，220，205

b．10名学生代表200米自由泳所用时间的平均数、中位数、众数（单位：秒）；

平均数	中位数	众数
243.1	m	n

(1)写出表中m，n的值；

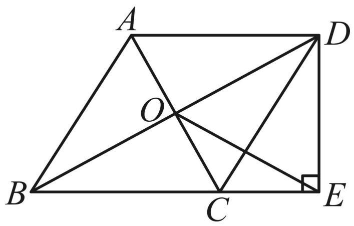
(2)部分同学因客观原因没有参加选拔，学校决定，若5次日常训练的平均用时低于10名学生代表中的一半同学，且发挥稳定，就可以加入代表团．

①甲乙两位同学5次日常训练的用时如下表，请你判断，两位同学更有可能加入代表团的是________（填“甲”或“乙”）；

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次
甲同学日常训练用时	246	255	227	266	236
乙同学日常训练用时	246	255	239	240	250

②丙同学前4次训练的用时为270，255，249，240，他也想加入代表团，若从日常训练平均用时的角度考虑，则第5次训练的用时t的要求为：________．

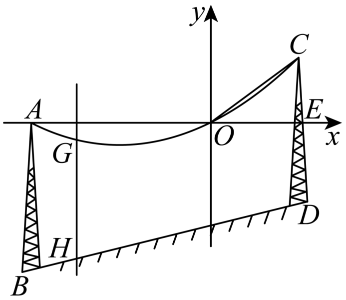
24．如图，$\triangle ABC$中，$AB=BC$，过A点作BC的平行线与$\angle ABC$的平分线交于点D，连接CD．



(1)求证：四边形$ABCD$是菱形；

(2)连接AC与BD交于点O，过点D作$DE\perp BC$交BC的延长线于E点，连接EO，若$EO=2\sqrt{5}$，$DE=4$，求CE的长．

25．电缆在空中架设时，两端挂起的电缆下垂可以近似的看成抛物线的形状．如图，在个斜坡BD上按水平距离间隔60米架设两个塔柱，每个塔柱固定电缆的位置离地面高度为27米（$AB=CD=27$米），以过点A的水平线为x轴，水平线与电缆的另一个交点为原O建立平面直角坐标系，如图所示·经测量，$AO=40$米，斜坡高度12米（即 B、D两点的铅直高度差）．结合上面信息，回答问题：



(1)若以1米为一个单位长度，则D点坐标为 _

(2)求出下垂电缆的抛物线表达式

(3)若电缆下垂的安全高度是13.5米，即电缆距离坡面铅直高度的最小值不小于13.5 米时，符合安全要求，否则存在安全隐患．（说明：直线 $GH\perp x$轴分别交直线 BD 和抛物线于点 H、G．点G距离坡面的铅直高度为GH的长），请判断上述这种电缆的架设是否符合安全要求？请说明理由．

26．在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=-x^2+2mx-4m+3$与y轴交于点A，且经过点B，已知点B横坐标为：$2m+1$．

(1)当$m=2$时，抛物线的对称轴为________，顶点为________；

(2)记二次函数图象在点A、点B之间的部分（包括A、B）为图形K．

① 当$m>0$时，若图形K与x轴有且只有一个交点，求m的取值范围；

② 当$m<0$时，记图形K上点的纵坐标的最大值与最小值的差为h，直接写出h关于m的函数解析式（用m表示h）．

27．在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，D为BC上一点，连结AD．

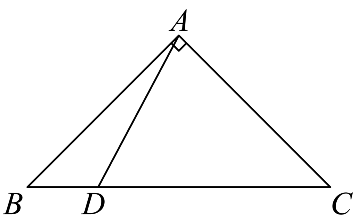


图1

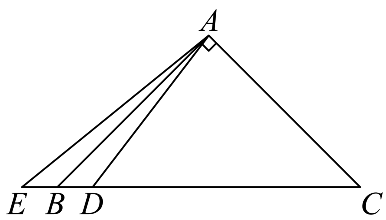
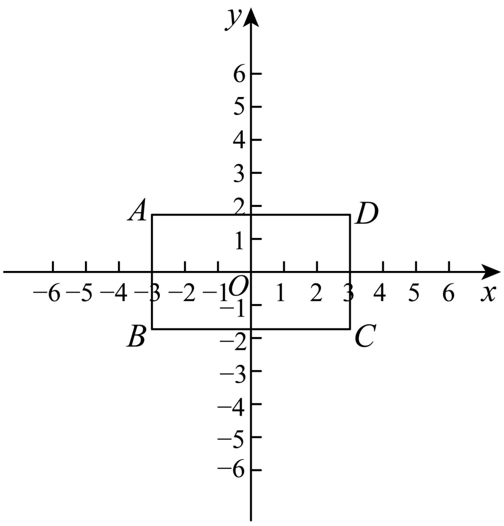


图2

(1)如图 1，点D不与B、C重合，用等式表示AD、BD、CD之间的数量关系，并证明；

(2)如图 2，延长CB至E使得$BE=BD$，若$\angle BAD=7.5°$，用等式表示AD与AE的数量关系，并证明．

28．对于平面直角坐标系xOy中的点P和矩形M．给出如下定义：若矩形M各边分别与坐标轴平行，且在矩形M上存在一点Q，使得P、Q两点间距离小于 1，则称P为矩形M的“近距点”．



(1)如图，若矩形$ABCD$对角线交点与坐标原点O重合，且顶点$A\left(-3,\sqrt{3}\right)$.

①在点$P_1\left(0,-1\right),P_2\left(2,0\right),P_3\left(4,2\right)$中，矩形$ABCD$的“近距点”是______；

②点P在直线$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$上，若P为矩形$ABCD$的“近距点”，求点P横坐标m的取值范围；

(2)将（1）中的矩形$ABCD$沿着x轴平移得到矩形$A'B'C'D'$，矩形$A'B'C'D'$对角线交点为$\left(n,0\right)$，直线$y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$与x轴、y轴分别交于点E、F．若线段EF上的所有点都是矩形$A'B'C'D'$的“近距点”，直接写出n的取值范围．

参考答案：

1．B

【分析】本题主要考查科学记数法，科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le a<10$，n为整数，根据科学记数法的表示方法求解即可，解题关键是正确确定a的值以及n的值．

【详解】$384000=3.84\times10^{5}$，

故选：B．

2．D

【分析】如果一个图形沿着一条直线对折，两侧的图形能完全重合，这个图形就是轴对称图形．折痕所在的这条直线叫做对称轴．由此即可求解．

【详解】解：等边三角形有三条对称轴，正方形有四条对称轴，正五边形由五条对称轴，正六边形有六条对称轴，

∴对称轴最多的是正六边形，

故选D．

【点睛】本题主要考查轴对称图形的对称轴，识别轴对称图形是解题的关键．

3．C

【分析】本题考查一次函数的性质．由$y=5x-2$中$k=5>0$知y随x的增大而增大即可判断a与b的大小关系．

【详解】$\because$一次函数$y=5x-2$中，$k=5>0$

$\therefore y$随x的增大而增大

$\because A(-3,a)$，$B(1,b)$中，$-3<1$

$\therefore a<b$．

故选：C．

4．C

【分析】过点D作$DE\perp AB$于E，根据角平分线的性质求出DE，根据三角形的面积公式计算，得到答案．

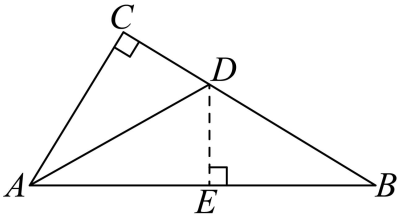
【详解】解：过点D作$DE\perp AB$于E，

$\because AD$是$\angle BAC$的角平分线，$DE\perp AB$，$\angle C=90^\circ$，

$\therefore DE=CD=3$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot DE=\frac{1}{2}\times 8\times 3=12$．

故选：C．



【点睛】本题考查了角平分线的性质，熟练掌握角平分线的性质是解题的关键．

5．D

【分析】本题考查了数轴、有理数的加减法、有理数的乘法，熟练掌握数轴的定义和有理数乘法运算法则是解题关键．

先根据数轴的定义可得$a<0<b<c$，且$|c|>|b|>|a|$，进一步判断$a-b<0$、$a-c<0$、$b+c>0$、$b-c<0$，再根据有理数乘法法则计算，逐项判断即可．

【详解】由数轴的定义得：$a<0<b<c$，且$|c|>|b|>|a|$，

$\therefore a-b<0$、$a-c<0$、$b+c>0$、$b-c<0$，

A、因为$a-b<0$，$c>0$，所以$c(a-b)<0$，故此选项不符合题意；

B、因为$a-c<0$，$b>0$，所以$b(a-c)<0$，故此选项不符合题意；

C、因为$a<0$，$b+c>0$，所以$a(b+c)<0$，故此选项不符合题意；

D、$a<0$，$b-c<0$，所以$a(b-c)>0$，故此选项符合题意；

故选：D．

6．A

【分析】先化简分式，然后将$a-b=3$代入计算即可．

【详解】解：原式$=\frac{b^2-a^2}{a}\cdot\frac{2a}{a+b}$

$=\frac{(b+a)(b-a)}{a}\cdot\frac{2a}{a+b}$

$=2(b-a)$，

$\because a-b=3$，

$\therefore$原式$=2\times(-3)=-6$，

故选：A．

【点睛】本题考查了分式的化简求值，熟练掌握分式混合运算法则是解题的关键.

7．B

【分析】本题考查了三角形内角和定理，熟练掌握“三角形内角和是$180°$”是解题的关键.

根据题意，求出$\angle A$和$\angle B$的度数，根据三角形内角和是$180°$进行计算即可求解.

【详解】解：$\because 1$宜$=\frac{1}{2}$矩，1欘$=1\frac{1}{2}$宜，1矩$=90°$，$\angle A=1$矩，$\angle B=1$欘，

$\therefore \angle A=90°$，$\angle B=1\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 90°=67.5°$，

$\therefore \angle C=180°-90°-\angle B=180°-90°-67.5°=22.5°$.

故选：B.

8．C

【分析】此题是四边形综合题，考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、勾股定理、三角形三边关系等知识，熟练掌握正方形的性质、全等三角形的判定与性质并作出合理的辅助线构建全等三角形是解题的关键.

根据正方形的性质利用ASA证明$\triangle ADH\cong\triangle DCP$，根据全等三角形的性质得出$DH=CP$，根据三角形三边关系即可推出$AD+DH>AH$，进而得出$AD+CP>AH$，据此即可判断①；过点$D$作$DN\perp DF$交$AF$于点$N$，利用ASA证明$\triangle ADN\cong\triangle CDF$，根据全等三角形的性质推出$\triangle DNF$是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的判定与性质推出$DG=GF$，根据勾股定理求出$DF=\sqrt{2}DG$，根据三角形三边关系得出$DG<DH$，根据不等式的性质推出$DF<\sqrt{2}CP$，据此即可判断②；过点A作$AM\perp AF$交FD的延长线于点M，利用SAS证明$\triangle ADM\cong\triangle ABF$，根据全等三角形的性质得出$BF=DM$，根据勾股定理及线段的和差推出$\sqrt{3}FA-FD>FB$，据此即可判断③.

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=BC=CD=AD$，$\angle DAB=\angle ABC=\angle BCD=\angle CDA=90°$，

$\because AH\perp DP$，

$\therefore \angle AGP=\angle AGD=\angle DGF=90°$，

$\therefore \angle DAF+\angle ADG=90°$，$\angle ADG+\angle CDP=90°$，

$\therefore \angle DAF=\angle CDP$，

在$\triangle ADH$和$\triangle DCP$中，

$$\begin{cases}\angle DAF=\angle CDP \\ AD=DC \\ \angle ADH=\angle DCP=90^\circ\end{cases},$$

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle DCP(\text{ASA})$，

$\therefore DH=CP$，

在$\triangle ADH$中，$AD+DH>AH$，

$\therefore AD+CP>AH$，

故①错误，不符合题意；

$\because CF\perp AH$，

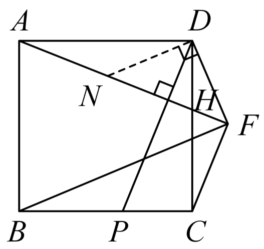
$\therefore \angle CFA=90^\circ=\angle DGF$，

$\therefore CF\parallel DP$，

$\therefore \angle DCF=\angle CDP$，

$\therefore \angle DAF=\angle DCF$，

过点D作$DN\perp DF$交AF于点N，



则$\angle FDN=90^\circ$，

$\therefore \angle FDN=\angle ADC$，

$\therefore \angle ADN=\angle CDF$，

在$\triangle ADN$和$\triangle CDF$中，

$$\begin{cases}\angle DAF=\angle DCF \\ AD=CD \\ \angle ADN=\angle CDF\end{cases},$$

$\therefore \triangle ADN \cong \triangle CDF(\text{ASA})$，

$\therefore DN=DF$，

$\because \angle FDN=90^\circ$，

$\therefore \triangle DNF$是等腰直角三角形，

$\therefore \angle DNF = \angle DFN = 45^\circ$，

$\because \angle DGF = 90^\circ$，

$\therefore \angle GDF = 45^\circ = \angle DFG$，

$\therefore DG = GF$，

$\therefore DF = \sqrt{DG^2 + GF^2} = \sqrt{2}DG$，

在$Rt\triangle DGH$中，$DG < DH$，

$\therefore \sqrt{2}DG < \sqrt{2}DH$，

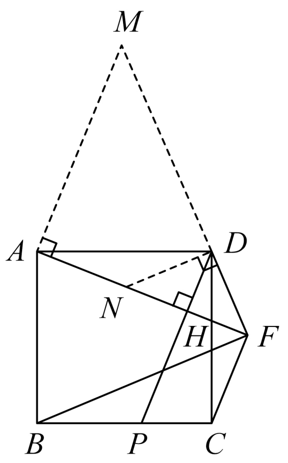
$\because DH = CP$，

$\therefore \sqrt{2}DG < \sqrt{2}CP$，

$\because DF = \sqrt{2}DG$，

$\therefore DF < \sqrt{2}CP$，故②正确，符合题意；

过点A作$AM \perp AF$交FD的延长线于点M，



$\angle MAF = 90^\circ = \angle BAD$，

$\therefore \angle MAD = \angle BAF$，

$\because \angle AFD = 45^\circ$，$\angle MAF = 90^\circ$，

$\therefore \angle M = 45^\circ = \angle AFD$，

$\therefore AM = AF$，

在$\triangle ADM$和$\triangle ABF$中，

$$\begin{cases} AM = AF \\ \angle MAD = \angle BAF \\ AD = AB \end{cases}，$$

$\therefore \triangle ADM \cong \triangle ABF(\mathrm{SAS})$，

$\therefore BF = DM$ ，

$\therefore FB + FD = DM + FD = FM$ ，

$\because AM = AF$， $\angle MAF = 90^\circ$，

$\therefore FM = \sqrt{2}AF$，

$\therefore FB + FD = \sqrt{2}AF$，

$\therefore FB + FD < \sqrt{3}AF$，

$\therefore \sqrt{3}FA - FD > FB$，

故③正确，符合题意；

故选：C．

9． $x \neq 2$

【分析】根据分式的分母不能为零求解即可．

【详解】解：要使代数式$\dfrac{1}{x-2}$有意义，

$\therefore x \neq 2$，

则实数x的取值范围是$\therefore x \neq 2$，

故答案为： $x \neq 2$．

【点睛】本题考查分式有意义的条件，熟知分式有意义的条件是分母不为零是解答的关键．

10．y=-2x+3

【详解】试题分析：由题意得：平移后的解析式为：y=﹣2x+1+2=﹣2x+3．

故答案是 y=﹣2x+3．

考点：一次函数图象与几何变换．

11． $-1 < x < 1$

【分析】本题考查一元一次不等式组的解法．可先求出每个不等式的解集，再求出解集的公共部分即可．

【详解】$\begin{cases} x > \dfrac{x-1}{2} ① \\ 5x - 3 < 1 + x ② \end{cases}$

解不等式①，得$x > -1$

解不等式②，得$x < 1$

$\therefore$不等式组的解集为$-1<x<1$.

故答案为：$-1<x<1$.

12．$\frac{5}{2}$

【分析】本题考查了勾股定理，三角形的中位线的定义和性质，熟练掌握中位线的性质是解题的关键.

根据直角三角形中两直角边的平方和等于斜边的平方可得$AB=5$，根据连接三角形任意两边中点的连线叫中位线，三角形的中位线等于三角形第三边一半即可求解.

【详解】解：$\because \angle C=90°$，$AC=3$，$BC=4$，

$\therefore \mathrm{AB}=\sqrt{\mathrm{AC}^2+\mathrm{BC}^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\because D$，E分别为AC，BC的中点，

$\therefore DE$是$\triangle ABC$的中位线，

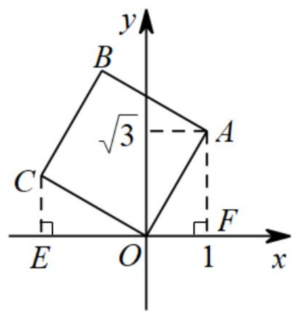
$\therefore DE=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}$.

故答案为：$\frac{5}{2}$.

13．$\left(-\sqrt{3},1\right)$

【分析】如图作$AF\perp x$轴于F，$CE\perp x$轴于E，先证明$\triangle COE\cong\triangle OAF$，推出$CE=OF$，$OE=AF$，由此即可解决问题.

【详解】解：如图作$AF\perp x$轴于F，$CE\perp x$轴于E.



$\because$四边形$ABCO$是正方形，

$\therefore OA=OC$，$\angle AOC=90°$，

$\because \angle COE+\angle AOF=90°$，$\angle AOF+\angle OAF=90°$，

$\therefore \angle COE=\angle OAF$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/018066063110006047