

黑龙江省龙东地区 2024 年初中毕业学业统一考试

# 数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟
2. 全卷共三道大题，总分 120 分

题号	一	二	三								总分	核分人
			21.	22	23.	24	25	26	27	28		
得分												

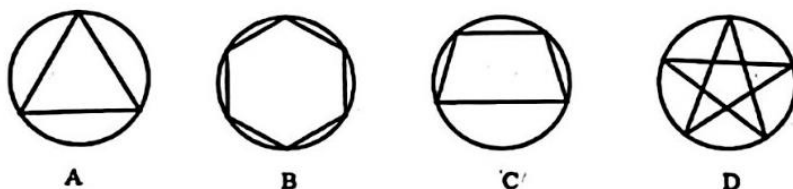
得分	评卷人

## 一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

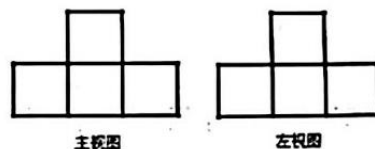
1. 下列计算正确的是 ( )

A.  $a^3 \cdot a^2 = a^6$     B.  $(a^2)^5 = a^7$     C.  $(-2a^3b)^3 = -8a^9b^3$     D.  $(-a+b)(a+b) = a^2 - b^2$

2. 下列图形既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ( )



3. 一个由若干个大小相同的小正方体搭成的几何体，它的主视图和左视图如图所示，那么组成该几何体所需小正方体的个数最少是 ( )



第 3 题图

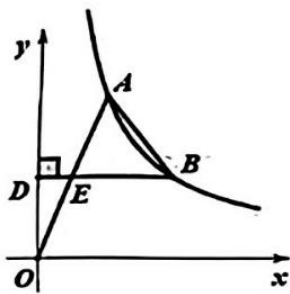
- A. 6    B. 5    C. 4    D. 3
4. 一组数据 2, 3, 3, 4, 则这组数据的方差为 ( )  
A. 1    B. 0.8    C. 0.6    D. 0.5
5. 关于 x 的一元二次方程  $(m-2)x^2 + 4x + 2 = 0$  有两个实数根，则 m 的取值范围是 ( )  
A.  $m \leq 4$     B.  $m \geq 4$     C.  $m \geq -4$  且  $m \neq 2$     D.  $m \leq 4$  且  $m \neq 2$
6. 已知关于 x 的分式方程  $\frac{kx}{x-3} - 2 = \frac{3}{3-x}$  无解，则 k 的值为 ( )  
A.  $k=2$  或  $k=-1$     B.  $k=-2$     C.  $k=2$  或  $k=1$     D.  $k=-1$
7. 国家“双减”政策实施后，某班开展了主题为“书香满校园”的读书活动. 班级决定为在活动中表现突出的同学购买笔记本和碳素笔进行奖励(两种奖品都买). 其中笔记本每本 3 元，碳素笔每支 2 元，共花费 28 元，则共有几种购买方案 ( )  
A. 5    B. 4    C. 3    D. 2

8. 如图, 双曲线  $y = \frac{12}{x} (x > 0)$  经过 A、B 两点, 连接 OA、AB, 过点 B 作  $BD \perp y$  轴, 垂足为 D, BD 交 OA 于点 E, 且 E 为 AO 的中点, 则  $\triangle AEB$  的面积是 ( )

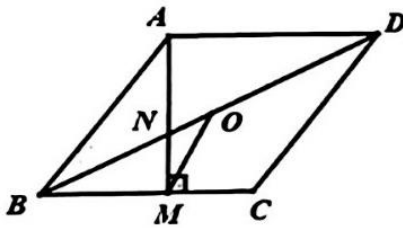
- A. 4.5                      B. 3.5                      C. 3                      D. 2.5

9. 如图, 菱形 ABCD 中, 点 O 是 BD 的中点,  $AM \perp BC$ , 垂足为 M, AM 交 BD 于点 N,  $OM = 2$ ,  $BD = 8$ , 则 MN 的长为 ( )

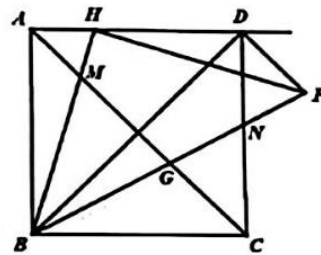
- A.  $\sqrt{5}$                       B.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

10. 如图, 在正方形 ABCD 中, 点 H 在 AD 边上 (不与点 A、D 重合),  $\angle BHF = 90^\circ$ , HF 交正方形外角的平分线 DF 于点 F, 连接 AC 交 BH 于点 M, 连接 BF 交 AC 于点 G, 交 CD 于点 N, 连接 BD. 则下列结论:

- ①  $\angle HBF = 45^\circ$ ; ② 点 G 是 BF 的中点; ③ 若点 H 是 AD 的中点, 则  $\sin \angle NBC = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ;  
④  $BN = \sqrt{2}BM$ ; ⑤ 若  $AH = \frac{1}{2}tAD$ , 则  $S_{BND} = \frac{11}{2}S_{AHM}$ . 其中正确的结论是 ( )

- A. ①②③④                      B. ①③⑤                      C. ①②④⑤                      D. ①②③④⑤

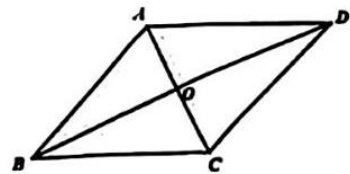
得分.	评卷人:

二、填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

11. 国家统计局公布数据显示, 2023 年我国粮食总产量是 13908 亿斤, 将 13908 亿用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_.

12. 在函数  $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x+2}$  中, 自变量 x 的取值范围是 \_\_\_\_\_.

13. 如图, 在菱形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O, 请添加一个条件 \_\_\_\_\_, 使得菱形 ABCD 为正方形.



第 13 题图

14. 七年一班要从 2 名男生和 3 名女生中选择两名学生参加朗诵比赛, 恰好选择 1 名男生和 1 名女生的概率是 \_\_\_\_\_.

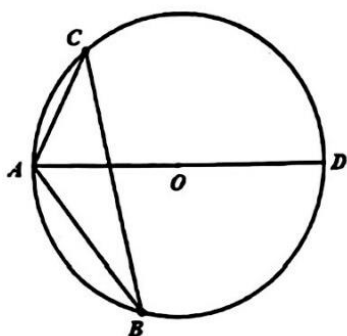
15. 关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 4 - 2x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x - a > 0 \end{cases}$  恰有 3 个整数解, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AD$  是直径, 若  $\angle B = 25^\circ$ , 则  $\angle CAD =$ \_\_\_\_\_.

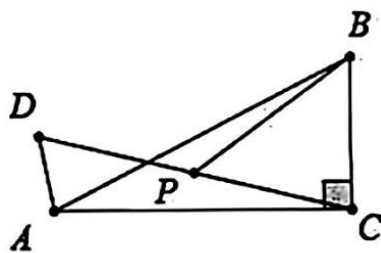
17. 若圆锥的底面半径为 3, 侧面积为  $36\pi$ , 则这个圆锥侧面展开图的圆心角是\_\_\_\_\_°.

18. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$ ,  $BC = 2$ ,  $AD = 1$ , 线段  $AD$  绕点  $A$  旋转, 点  $P$  为  $CD$  的中点, 则  $BP$  的最大值是\_\_\_\_\_.

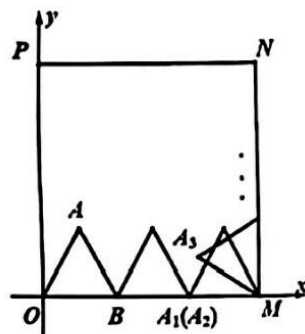
19. 矩形  $ABCD$  中,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ , 将  $AB$  沿过点  $A$  的一条直线折叠, 折痕交直线  $BC$  于点  $P$  (点  $P$  不与点  $B$  重合), 点  $B$  的对称点落在矩形对角线所在的直线上, 则  $PC$  长为\_\_\_\_\_.



第 16 题图



第 18 题图



第 20 题图

20. 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形  $OMNP$  顶点  $M$  的坐标为  $(3, 0)$ ,  $\triangle OAB$  是等边三角形, 点  $B$  坐标是  $(1, 0)$ ,  $\triangle OAB$  在正方形  $OMNP$  内部紧靠正方形  $OMNP$  的边 (方向为  $O \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow P \rightarrow O \rightarrow M \rightarrow \dots$ ) 做无滑动滚动, 第一次滚动后, 点  $A$  的对应点记为  $A_1$ ,  $A_1$  的坐标是  $(2, 0)$ ; 第二次滚动后,  $A_1$  的对应点记为  $A_2$ ,  $A_2$  的坐标是  $(2, 0)$ ; 第三次滚动后,  $A_2$  的对应点记为  $A_3$ ,  $A_3$  的坐标是  $(3 - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ ; 如此下去,  $\dots$ , 则  $A_{2024}$  的坐标是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (满分 60 分)

得分	评卷人

21. (本题满分 5 分)

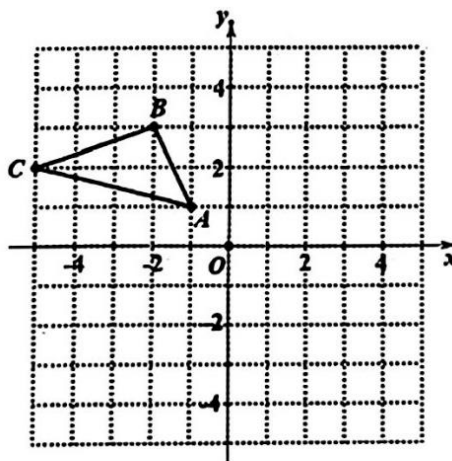
先化简, 再求值:  $\frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - 1} \div \left( \frac{m^2}{m^2 + m} - 1 \right)$ , 其中  $m = \cos 60^\circ$ .

得分	评卷人

22. (本题满分 6 分)

如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长都是 1 个单位长度, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别为  $A(-1, 1), B(-2, 3), C(-5, 2)$ .

- (1) 画出  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴对称的  $\triangle A_1B_1C_1$ , 并写出点  $B_1$  的坐标;
- (2) 画出  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $90^\circ$  后得到的  $\triangle AB_2C_2$ , 并写出点  $B_2$  的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 求点  $B$  旋转到点  $B_2$  的过程中所经过的路径长 (结果保留  $\pi$ ).



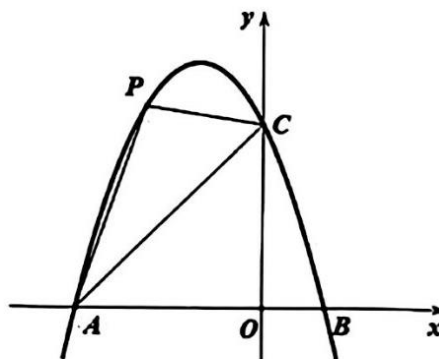
第 22 题图

得分	评卷人

23. (本题满分 6 分)

如图, 抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C$ , 其中  $B(1, 0), C(0, 3)$ .

- (1) 求抛物线的解析式.
- (2) 在第二象限的抛物线上是否存在一点  $P$ , 使得  $\triangle APC$  的面积最大. 若存在, 请直接写出点  $P$  坐标和  $\triangle APC$  的面积最大值; 若不存在, 请说明理由.



第 23 题图

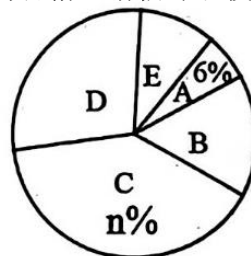
得分	评卷人

24. (本题满分 7 分)

为贯彻落实教育部办公厅关于“保障学生每天校内、校外各一小时体育活动时间”的要求，某学校要求学生每天坚持体育锻炼. 学校从全体男生中随机抽取了部分学生，调查他们的立定跳远成绩，整理如下不完整的频数分布表和统计图，结合下图解答下列问题：

- (1) 频数分布表中  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ , 扇形统计图中  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- (2) 本次调查立定跳远成绩的中位数落在  $\underline{\hspace{2cm}}$  组别.
- (3) 该校有 600 名男生，若立定跳远成绩大于 200cm 为合格，请估计该校立定跳远成绩合格的男生有多少人？

组别	分组 (cm)	频数
A	$50 < x \leq 100$	3
B	$100 < x \leq 150$	$m$
C	$150 < x \leq 200$	20
D	$200 < x \leq 250$	14
E	$250 < x \leq 300$	5



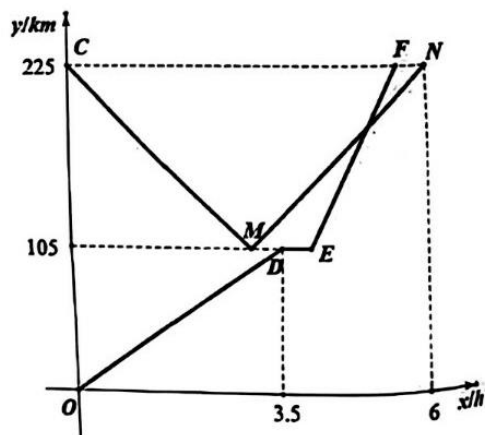
第 24 题图

得分	评卷人

25. (本题满分 8 分)

甲、乙两货车分别从相距 225km 的 A、B 两地同时出发，甲货车从 A 地出发途经配货站时，停下来卸货，半小时后继续驶往 B 地，乙货车沿同一条公路从 B 地驶往 A 地，但乙货车到达配货站时接到紧急任务立即原路原速返回 B 地，结果比甲货车晚半小时到达 B 地. 如图是甲、乙两货车距 A 地的距离  $y$  (km) 与行驶时间  $x$  (h) 之间的函数图象，结合图象回答下列问题：

- (1) 甲货车到达配货站之前的速度是  $\underline{\hspace{2cm}}$  km/h，乙货车的速度是  $\underline{\hspace{2cm}}$  km/h；
- (2) 求甲货车在配货站卸货后驶往 B 地的过程中，甲货车距 A 地的距离  $y$  (km) 与行驶时间  $x$  (h) 之间的函数解析式；
- (3) 直接写出甲、乙两货车在行驶的过程中，出发多长时间甲、乙两货车与配货站的距离相等.



第 25 题图

得分	评卷人

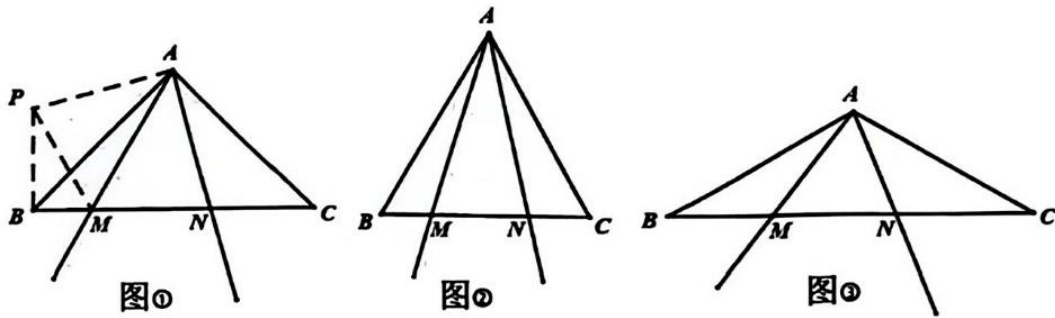
26. (本题满分 8

已知  $\triangle ABC$  是等腰三角形,  $AB = AC, \angle MAN = \frac{1}{2}\angle BAC, \angle MAN$  在  $\angle BAC$  的内部, 点  $M、N$  在  $BC$  上, 点  $M$  在点  $N$  的左侧, 探究线段  $BM、NC、MN$  之间的数量关系.

(1) 如图①, 当  $\angle BAC = 90^\circ$  时, 探究如下:

由  $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC$  可知, 将  $\triangle ACN$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 得到  $\triangle ABP$ , 则  $CN = BP$  且  $\angle PBM = 90^\circ$ , 连接  $PM$ , 易证  $\triangle AMP \cong \triangle AMN$ , 可得  $MP = MN$ , 在  $Rt \triangle PBM$  中,  $BM^2 + BP^2 = MP^2$ , 则有  $BM^2 + NC^2 = MN^2$ .

(2) 当  $\angle BAC = 60^\circ$  时, 如图②; 当  $\angle BAC = 120^\circ$  时, 如图③, 分别写出线段  $BM、NC、MN$  之间的数量关系, 并选择图②或图③进行证明.



第 26 题图

得分	评卷人

27. (本题满分 10 分)

为了增强学生的体质，某学校倡导学生在大课间开展踢毽子活动，需购买甲、乙两种品牌毽子. 已知购买甲种品牌毽子 10 个和乙种品牌毽子 5 个共需 200 元；购买甲种品牌毽子 15 个和乙种品牌毽子 10 个共需 325 元.

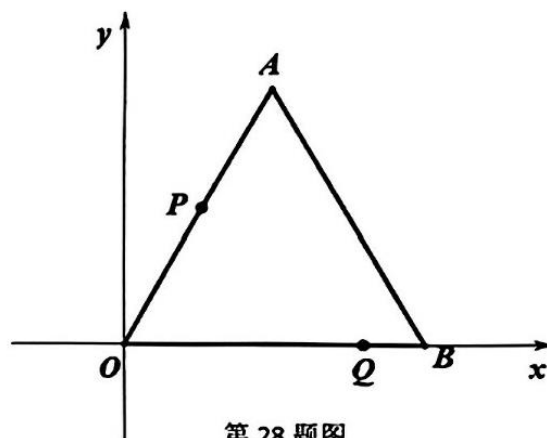
- (1) 购买一个甲种品牌毽子和一个乙种品牌毽子各需要多少元？
- (2) 若购买甲乙两种品牌毽子共花费 1000 元，甲种品牌毽子数量不低于乙种品牌毽子数量的 5 倍且不超过乙种品牌毽子数量的 16 倍，则有几几种购买方案？
- (3) 若商家每售出一个甲种品牌毽子利润是 5 元，每售出一个乙种品牌毽子利润是 4 元，在 (2) 的条件下，学校如何购买毽子商家获得利润最大？最大利润是多少元？

得分	评卷人

28. (本题满分 10 分)

如图，在平面直角坐标系中，等边三角形  $OAB$  的边  $OB$  在  $x$  轴上，点  $A$  在第一象限， $OA$  的长度是一元二次方程  $x^2 - 5x - 6 = 0$  的根，动点  $P$  从点  $O$  出发以每秒 2 个单位长度的速度沿折线  $OA-AB$  运动，动点  $Q$  从点  $O$  出发以每秒 3 个单位长度的速度沿折线  $O-B-BA$  运动， $P$ 、 $Q$  两点同时出发，相遇时停止运动. 设运动时间为  $t$  秒 ( $0 < t < 3.6$ )， $\triangle OPQ$  的面积为  $S$ .

- (1) 求点  $A$  的坐标;
- (2) 求  $S$  与  $t$  的函数关系式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 当  $S = 6\sqrt{3}$  时, 点  $M$  在  $y$  轴上, 坐标平面内是否存在点  $N$ , 使得以点  $O$ 、 $P$ 、 $M$ 、 $N$  为顶点的四边形是菱形. 若存在, 直接写出点  $N$  的坐标; 若不存在, 说明理由.



i



# 黑龙江省龙东地区 2024 年初中毕业学业统一考试

## 数学试题参考答案及评分标准

### 一. 选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. C 2. B 3. C 4. D 5. D 6. A 7. B 8. A 9. C 10. A

### 二. 填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

11.  $1.3908 \times 10^{12}$     12.  $x \geq 3$     13.  $AC=BD$  或  $\angle ABC=90^\circ$  (答案不唯一)

14.  $\frac{3}{5}$     15.  $-\frac{1}{2} \leq a < 0$     16. 65    17. 90    18.  $2\sqrt{2} + \frac{1}{2}$

19.  $\frac{5}{2}$  或  $\frac{4}{7}$  或 10    20. (1, 3)

### 三. 解答题 (满分 60 分)

21. (本题满分 5 分)

解: 原式 =  $\frac{(m-1)^2}{(m+1)(m-1)} \cdot \frac{m(m+1)}{-m}$  ..... 2 分

=  $-m+1$  ..... 1 分

当  $m = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  时 ..... 1 分

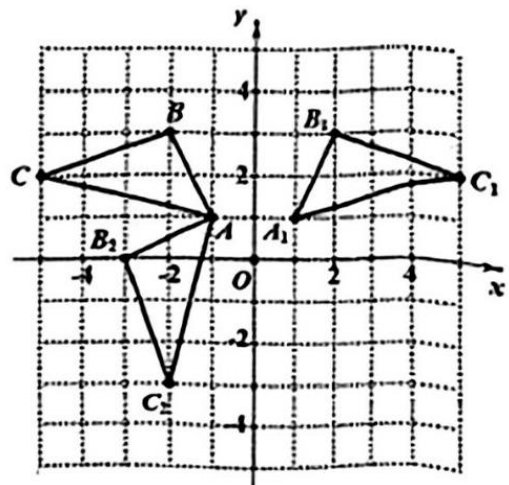
原式 =  $\frac{1}{2}$  ..... 1 分

22. (本题满分 6 分)

(1) 如图所示:  $\triangle A_1B_1C_1$  即为所求 ..... 1 分  $B_1(2, 3)$  ..... 1 分

(2) 如图所示:  $\triangle AB_2C_2$  即为所求 ..... 1 分  $B_2(-3, 0)$  ..... 1 分

(3)  $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$  ..... 2 分



第 22 题图

23. (本题满分 6 分)

解: (1) 由已知得:  $\begin{cases} -1 + b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}$ ...1 分

解得:  $\begin{cases} b = -2 \\ c = 3 \end{cases}$ ...1 分

$$\therefore y = -x^2 - 2x + 3 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2) 点 P 的坐标是  $P\left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$ ...2 分

$\triangle APC$  的面积最大值是  $\frac{27}{8}$ ...1 分

24. (本题满分 7 分)

(1) 8            40    .....2 分

(2) C            .....2 分

(3)  $600 \times \frac{14+5}{50} = 228$  (人).....2 分

答: 估计该校立定跳远成绩合格的男生有 228 人.....1 分

25. (本题满分 8 分)

(1) 30            40    .....2 分

(2) 甲货车在配货站出发的时间:  $3.5 + 0.5 = 4$  (h)

$\therefore$  点 E 的坐标是 (4, 105)

甲货车到达 B 地的时间:  $6 - 0.5 = 5.5$  (h)

$\therefore$  点 F 的坐标是 (5.5, 225) .....1 分

$\therefore$  EF 的函数解析式是  $y = 80x - 215$  ( $4 \leq x \leq 5.5$ ) .....2 分

(3) 经过 1.5h 或  $\frac{45}{14}h$  或 5h 甲、乙两货车与配货站的距离相等...3 分

26. (本题满分 8 分)

解: 图②的结论是:  $BM^2 + NC^2 + BM \cdot NC = MN^2$ .....1 分

图③的结论是:  $BM^2 + NC^2 - BM \cdot NC = MN^2$ .....1 分

选择图③进行证明

证明: 以点 B 为顶点在  $\triangle ABC$  外作  $\angle ABK = 30^\circ$ , 在 BK 上截取  $BQ = CN$ , 连接 QA、QM, 过点 Q 作  $QH \perp BC$ , 垂足为 H,

$\therefore AB = AC \quad \angle C = \angle ABQ \quad CN = BQ$

∴  $\triangle ACN \cong \triangle ABQ$  .....1分

∴  $AN=AQ$   $\angle CAN=\angle QAB$

又 ∵  $\angle CAN+\angle BAM=60^\circ$

∴  $\angle BAM+\angle QAB=60^\circ$

即  $\angle QAM=\angle MAN$

又 ∵  $AM=AM$

∴  $\triangle AQM \cong \triangle ANM$  .....1分

∴  $MN=QM$

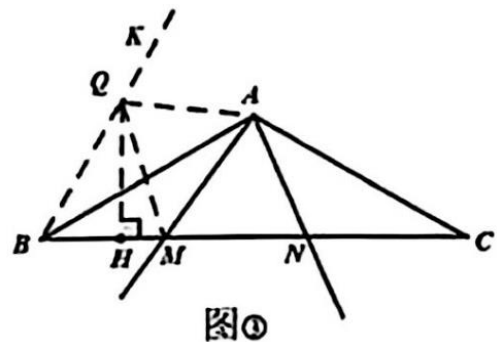
在  $\text{Rt}\triangle BQH$  中,  $\angle QBH=60^\circ$  .....1分

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BQ = \frac{\sqrt{3}}{2}BQ$$

$HM = BM - BH = BM - \frac{1}{2}BQ$  在  $\text{Rt}\triangle QHM$  中

可得:  $QH^2 + HM^2 = QM^2$

$$\text{即 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}BQ\right)^2 + \left(BM - \frac{1}{2}BQ\right)^2 = QM^2$$



整理得  $BM^2 + 8Q^2 - BM \cdot BQ = 0M^2$ .....2分

$$\therefore BM^2 + NC^2 - BM \cdot NC = MN^2 \dots\dots 1分$$

27. (本题满分 10分)

解: (1) 设购买一个甲种品牌毽子需 a 元, 购买一个乙种品牌毽子需 b 元. 由题意得:

$$\begin{cases} 10a + 5b = 200 \\ 15a + 10b = 325 \end{cases} \dots\dots 1分$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 15 \\ b = 10 \end{cases} \dots\dots 1分$$

答: 购买一个甲种品牌毽子需 15 元, 购买一个乙种品牌毽子需 10 元 .... 1分

(2) 设购买甲种品牌毽子  $x$  个, 购买乙种品牌毽子  $(100 - \frac{3}{2}x)$  个. 由题意得:

$$\begin{cases} x \geq 5(100 - \frac{3}{2}x) \\ x \leq 16(100 - \frac{3}{2}x) \end{cases}$$

解得:  $58\frac{14}{17} \leq x \leq 64$  .....2分

$\therefore x$  和  $(100 - \frac{3}{2}x)$  均为正整数

$\therefore x=60, 62, 64$

$$100 - \frac{3}{2}x = 10, 7, 4$$

$\therefore$  共有 3 种购买方案. ....2分

(3) 设商家获得总利润为  $y$  元.

$$y = 5x + 4(100 - \frac{3}{2}x)$$

$y = -x + 400$  .....1分

$\therefore k = -1 < 0$

$\therefore y$  随  $x$  的增大而减小

$\therefore$  当  $x=60$  时,  $y_{\text{最大}} = 340$

答: 学校购买甲种品牌毽子 60 个, 购买乙种品牌毽子 10 个, 商家获得利润最大, 最大利润是 3

40 元. ....2分

28. (本题满分 10 分)

解: (1)  $x^2 - 5x - 6 = 0$

解得  $x_1 = 6, x_2 = -1$

$\therefore$  OA 的长度是  $x^2 - 5x - 6 = 0$  的根

$\therefore$  OA=6 .....1分

过点 A 作  $AC \perp x$  轴, 垂足为 C, 在  $Rt\triangle AOC$  中,  $\therefore OC = 3, AC = 3\sqrt{3}$

$\therefore$  点 A 的坐标为  $A(3, 3\sqrt{3})$  .....1分

(2) 当  $0 < t \leq 2$  时. 过 P 作  $PD \perp x$  轴, 垂足为点 D

$$OP = 2t, OQ = 3t, PD = \sqrt{3}t$$



# 黑龙江省龙东地区 2024 年初中毕业学业统一考试 数学试题解析

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟
2. 全卷共三道大题，总分 120 分

## 一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列计算正确的是（ ）

A.  $a^3 \cdot a^2 = a^6$       B.  $(a^2)^5 = a^7$       C.  $(-2a^3b)^3 = -8a^9b^3$       D.

$(-a+b)(a+b) = a^2 - b^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查同底数幂的乘法，幂的乘方与积的乘方，平方差公式，运用相关运算法则求出各选项的结果后再进行判断即可。

【详解】解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5 \neq a^6$ ，故选项 A 计算错误，此选项不符合题意；

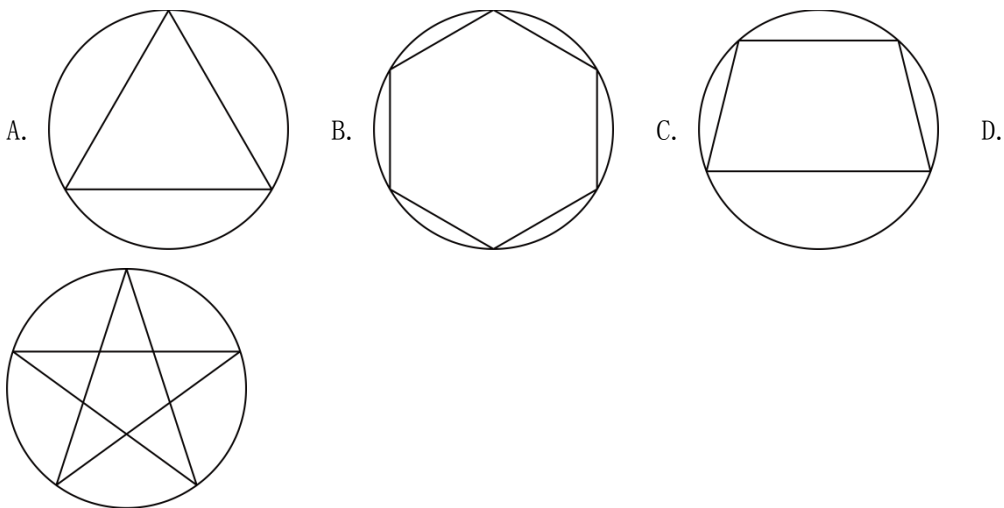
B、 $(a^2)^5 = a^{10} \neq a^7$ ，故选项 B 计算错误，此选项不符合题意；

C、 $(-2a^3b)^3 = -8a^9b^3$ ，此选项计算正确，符合题意；

D、 $(-a+b)(a+b) = (b-a)(b+a) = b^2 - a^2$ ，故选项 D 计算错误，此选项不符合题意；

故选：C.

2. 下列图形既是轴对称图形又是中心对称图形 是（ ）



【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形，根据轴对称图形和中心对称图形的定义：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；中心对称图形的定义：把一个图形绕着某一个点旋转 $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能够与原来

的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心，进行逐一判断即可.

【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 A 选项不合题意；

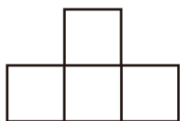
B、既是轴对称图形又是中心对称图形，故 B 选项符合题意；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 C 选项不合题意；

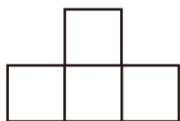
D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 D 选项不合题意.

故选：B.

3. 由一些大小相同的小正方体搭成的几何体的主视图和左视图如图，则搭成该几何体的小正方体的个数最少是（ ）



主视图



左视图

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】B

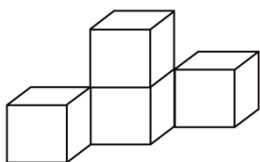
【解析】

【分析】根据三视图的知识，主视图是由 4 个小正方形组成，而左视图是由 4 个小正方形组成，故这个几何体的底层最少有 3 个小正方体，第 2 层最少有 1 个小正方体.

【详解】解：根据左视图和主视图，这个几何体的底层最少有  $1+1+1=3$  个小正方体，第二层最少有 1 个小正方体，

因此组成这个几何体的小正方体最少有  $3+1=4$  个.

故选 B.



【点睛】本题考查了由三视图判断几何体，意在考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查. 如果掌握口诀“俯视图打地基，正视图疯狂盖，左视图拆违章”就容易得到答案.

4. 一组数据 2, 3, 3, 4, 则这组数据的方差为（ ）

A. 1

B. 0.8

C. 0.6

D. 0.5

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了方差的计算，解题的关键是方差的计算公式的识记. 根据方差的计算公式，先算出数据的平均数，然后代入公式计算即可得到结果.

【详解】平均数为： $(2+3+3+4) \div 4 = 3$

$$\begin{aligned} \text{方差为: } S^2 &= \frac{1}{4} \times [(2-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2] \\ &= \frac{1}{4} \times (1+0+0+1) \end{aligned}$$

$$= 0.5$$

故选: D.

5. 关于  $x$  的一元二次方程  $(m-2)x^2 + 4x + 2 = 0$  有两个实数根, 则  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m \leq 4$                       B.  $m \geq 4$                       C.  $m \geq -4$  且  $m \neq 2$                       D.  $m \leq 4$  且  $m \neq 2$

**【答案】** D

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了一元二次方程根的判别式. 根据一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$  的意义得到  $m-2 \neq 0$  且  $\Delta \geq 0$ , 即  $4^2 - 4 \times (m-2) \times 2 \geq 0$ , 然后解不等式组即可得到  $m$  的取值范围.

**【详解】** 解:  $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $(m-2)x^2 + 4x + 2 = 0$  有实数根,

$$\therefore m-2 \neq 0 \text{ 且 } \Delta \geq 0,$$

$$\text{即 } 4^2 - 4 \times (m-2) \times 2 \geq 0,$$

解得:  $m \leq 4$ ,

$\therefore m$  的取值范围是  $m \leq 4$  且  $m \neq 2$ .

故选: D.

6. 已知关于  $x$  的分式方程  $\frac{kx}{x-3} - 2 = \frac{3}{3-x}$  无解, 则  $k$  的值为 ( )

- A.  $k = 2$  或  $k = -1$                       B.  $k = -2$                       C.  $k = 2$  或  $k = 1$                       D.  $k = -1$

**【答案】** A

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了解分式方程无解的情况, 理解分式方程无解的意义是解题的关键. 先将分式方程去分母, 化为整式方程, 再分两种情况分别求解即可.

**【详解】** 解: 去分母得,  $kx - 2(x-3) = -3$ ,

整理得,  $(k-2)x = -9$ ,

当  $k = 2$  时, 方程无解,

当  $k \neq 2$  时, 令  $x = 3$ ,

解得  $k = -1$ ,

所以关于  $x$  的分式方程  $\frac{kx}{x-3} - 2 = \frac{3}{3-x}$  无解时,  $k = 2$  或  $k = -1$ .

故选: A.



7. 国家“双减”政策实施后，某班开展了主题为“书香满校园”的读书活动. 班级决定为在活动中表现突出的同学购买笔记本和碳素笔进行奖励（两种奖品都买），其中笔记本每本 3 元，碳素笔每支 2 元，共花费 28 元，则共有几种购买方案（ ）

- A. 5                                      B. 4                                      C. 3                                      D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程是解题的关键.

设购买  $x$  支笔记本， $y$  个碳素笔，利用总价 = 单价  $\times$  数量，即可得出关于  $x$ ， $y$  的二元一次方程，再结合  $x$ ， $y$  均为正整数，即可得出购买方案的个数.

【详解】解：设购买  $x$  支笔记本， $y$  个碳素笔，

依题意得： $3x + 2y = 28$ ，

$$\therefore y = 14 - \frac{3}{2}x.$$

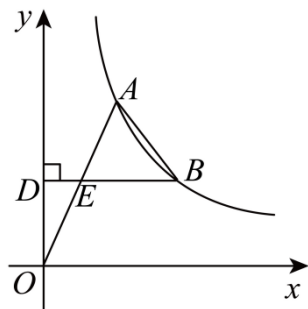
又  $\because x, y$  均为正整数，

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=11 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=6 \\ y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8 \\ y=2 \end{cases},$$

$\therefore$  共有 4 种不同的购买方案.

故选：B.

8. 如图，双曲线  $y = \frac{12}{x} (x > 0)$  经过  $A, B$  两点，连接  $OA, AB$ ，过点  $B$  作  $BD \perp y$  轴，垂足为  $D$ ， $BD$  交  $OA$  于点  $E$ ，且  $E$  为  $AO$  的中点，则  $\triangle AEB$  的面积是（ ）



- A. 4.5                                      B. 3.5                                      C. 3                                      D. 2.5

【答案】A

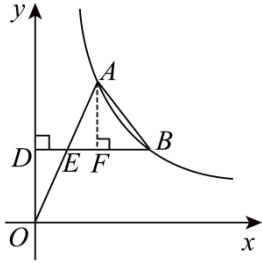
【解析】

【分析】本题考查了反比例函数，相似三角形的判定与性质等知识，过点  $A$  作  $AF \perp BD$ ，垂足为  $F$ ，设  $A\left(a, \frac{12}{a}\right)$ ，证明  $\square AFE \sim \square ODE$ ，有  $\frac{AF}{OD} = \frac{AE}{OE} = \frac{EF}{DE}$ ，根据  $E$  为  $AO$  的中点，

可得  $AF = OD$ ， $EF = DE$ ，进而有  $EF = DE = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}a$ ， $AF = OD = \frac{1}{2}y_A = \frac{6}{a}$ ，可得

$y_B = OD = \frac{6}{a}$ ,  $x_B = 2a$ , 则有  $BE = BD - DE = \frac{3}{2}a$ , 问题随之得解.

【详解】如图, 过点  $A$  作  $AF \perp BD$ , 垂足为  $F$ ,



设  $A\left(a, \frac{12}{a}\right)$ ,  $a > 0$ ,

$\because BD \perp y$  轴,  $AF \perp BD$ ,

$\therefore AF \parallel y$  轴,  $DF = a$ ,

$\therefore \square AFE \sim \square ODE$ ,

$\therefore \frac{AF}{OD} = \frac{AE}{OE} = \frac{EF}{DE}$ ,

$\because E$  为  $AO$  中点,

$\therefore AE = OE$ ,

$\therefore \frac{AF}{OD} = \frac{AE}{OE} = \frac{EF}{DE} = 1$ ,

$\therefore AF = OD$ ,  $EF = DE$

$\therefore EF = DE = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}a$ ,  $AF = OD = \frac{1}{2}y_A = \frac{6}{a}$ ,

$\because OD = y_B$ ,

$\therefore y_B = OD = \frac{6}{a}$ ,

$\therefore x_B = 2a$ ,

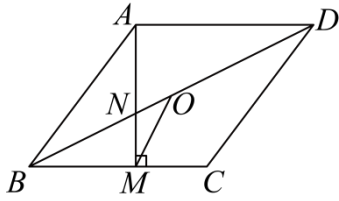
$\therefore BD = x_B = 2a$ ,

$\therefore BE = BD - DE = \frac{3}{2}a$ ,

$\therefore S_{\square ABE} = \frac{1}{2} \times AF \times BE = \frac{1}{2} \times \frac{6}{a} \times \frac{3}{2}a = \frac{9}{2} = 4.5$ ,

故选: A.

9. 如图, 菱形  $ABCD$  中, 点  $O$  是  $BD$  的中点,  $AM \perp BC$ , 垂足为  $M$ ,  $AM$  交  $BD$  于点  $N$ ,  $OM = 2$ ,  $BD = 8$ , 则  $MN$  的长为 ( )



- A.  $\sqrt{5}$                       B.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】C

【解析】

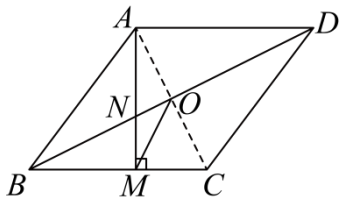
【分析】本题主要考查了解三角形，菱形的性质、直角三角形斜边中线等于斜边一半。

先由菱形性质可得对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ ，由直角三角形斜边中线等于斜边一半可得

$OA = OC = OM = 2$ ，进而由菱形对角线求出边长，由  $\sin \angle MAC = \sin \angle OBC = \frac{\sqrt{5}}{5}$  解三角

形即可求出  $MC = AC \sin \angle MAC = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ ， $MN = BM \tan \angle OBC = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 。

详解】解：连接  $AC$ ，如图，



∵ 菱形  $ABCD$  中， $AC$  与  $BD$  互相垂直平分，

又∵ 点  $O$  是  $BD$  的中点，

∴  $A$ 、 $O$ 、 $C$  三点在同一直线上，

∴  $OA = OC$ ，

∵  $OM = 2$ ， $AM \perp BC$ ，

∴  $OA = OC = OM = 2$ ，

∴  $BD = 8$ ，

∴  $OB = OD = \frac{1}{2}BD = 4$ ，

∴  $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ ， $\tan \angle OBC = \frac{OC}{OB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ，

∵  $\angle ACM + \angle MAC = 90^\circ$ ， $\angle ACM + \angle OBC = 90^\circ$ ，

∴  $\angle MAC = \angle OBC$

∴  $\sin \angle MAC = \sin \angle OBC = \frac{OC}{BC} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，

∴  $MC = AC \sin \angle MAC = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ ，

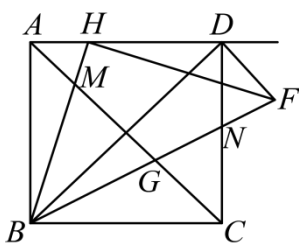
$$\therefore BM = BC - MC = 2\sqrt{5} - \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore MN = BM \tan \angle OBC = \frac{6\sqrt{5}}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{5},$$

故选：C.

10. 如图，在正方形  $ABCD$  中，点  $H$  在  $AD$  边上（不与点  $A$ 、 $D$  重合）， $\angle BHF = 90^\circ$ ， $HF$  交正方形外角的平分线  $DF$  于点  $F$ ，连接  $AC$  交  $BH$  于点  $M$ ，连接  $BF$  交  $AC$  于点  $G$ ，交  $CD$  于点  $N$ ，连接  $BD$ 。则下列结论：①  $\angle HBF = 45^\circ$ ；② 点  $G$  是  $BF$  的中点；③ 若点  $H$  是  $AD$  的中点，则  $\sin \angle NBC = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ；④  $BN = \sqrt{2}BM$ ；⑤ 若  $AH = \frac{1}{2}HD$ ，则  $S_{\triangle BND} = \frac{11}{2}S_{\triangle AHM}$ ，

其中正确的结论是（ ）



A. ①②③④

B. ①③⑤

C. ①②④⑤

D. ①②③④⑤

【答案】A

【解析】

【分析】连接  $DG$ ，可得  $\frac{BD}{AB} = \sqrt{2}$ ， $AC$  垂直平分  $BD$ ，先证明点  $B$ 、 $H$ 、 $D$ 、 $F$  四点共圆，即可判断①；根据  $AC$  垂直平分  $BD$ ，结合互余可证明  $DG = FG$ ，即有  $DG = FG = BG$ ，则可判断②正确；证明  $\square ABM \sim \square DBN$ ，即有  $\frac{BN}{BM} = \frac{BD}{AB} = \sqrt{2}$ ，可判断④；根据相似有

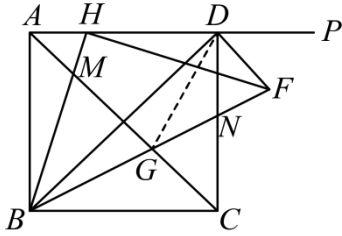
$\frac{S_{\square ABM}}{S_{\square DBN}} = \left(\frac{AB}{BD}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ，根据  $AH = \frac{1}{2}HD$  可得  $3AH = AD$ ，再证明  $\square AHM \sim \square CBM$ ，可得

$\frac{S_{\square AHM}}{S_{\square ABM}} = \frac{HM}{BM} = \frac{1}{3}$ ，即可判断⑤；根据点  $H$  是  $AD$  的中点，设  $AD = 2$ ，即求出

$BH = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{5}$ ，同理可证明  $\square AHM \sim \square CBM$ ，可得  $BM = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3}\sqrt{5}$ ，即可

得  $BN = \sqrt{2}BM = \frac{2}{3}\sqrt{10}$ ，进而可判断③。

【详解】连接  $DG$ ，如图，



∵ 四边形  $ABCD$  是正方形,

∴  $\angle BDC = \angle BAC = \angle ADB = 45^\circ$ ,  $\frac{BD}{AB} = \sqrt{2}$ ,  $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ ,  $AC$  垂直平分

$BD$ ,

∴  $\angle CDP = 90^\circ$ ,

∵  $DF$  平分  $\angle CDP$ ,

∴  $\angle CDF = \frac{1}{2} \angle CDP = 45^\circ = \angle CDB$ ,

∴  $\angle BDF = \angle CDF + \angle CDB = 90^\circ$ ,

∵  $\angle BHF = 90^\circ = \angle BDF$ ,

∴ 点  $B$ 、 $H$ 、 $D$ 、 $F$  四点共圆,

∴  $\angle HFB = \angle HDB = 45^\circ$ ,  $\angle DHF = \angle DBF$ ,

∴  $\angle HBF = 180^\circ - \angle HFB - \angle FHB = 45^\circ$ , 故①正确,

∵  $AC$  垂直平分  $BD$ ,

∴  $BG = DG$ ,

∴  $\angle BDG = \angle DBG$ ,

∵  $\angle BDF = 90^\circ$ ,

∴  $\angle BDG + \angle GDF = 90^\circ = \angle DBG + \angle DFG$ ,

∴  $\angle GDF = \angle DFG$ ,

∴  $DG = FG$ ,

∴  $DG = FG = BG$ ,

∴ 点  $G$  是  $BF$  的中点, 故②正确,

∵  $\angle BHF = 90^\circ = \angle BAH$ ,

∴  $\angle AHB + \angle DHF = 90^\circ = \angle AHB + \angle ABH$ ,

∴  $\angle DHF = \angle ABH$ ,

∵  $\angle DHF = \angle DBF$ ,

∴  $\angle ABH = \angle DBF$ ,

又∵  $\angle BAC = \angle DBC = 45^\circ$ ,

∴  $\triangle ABM \sim \triangle DBN$ ,

∴  $\frac{BN}{BM} = \frac{BD}{AB} = \sqrt{2}$ ,

$\therefore BN = \sqrt{2}BM$ ，故④正确，

$$\therefore \frac{S_{\square ABM}}{S_{\square DBN}} = \left(\frac{AB}{BD}\right)^2 = \frac{1}{2},$$

若  $AH = \frac{1}{2}HD$ ，则  $AH = \frac{1}{2}HD = \frac{1}{2}(AD - AH)$ ，

$\therefore 3AH = AD$ ，

$$\therefore \frac{AH}{AD} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } \frac{AH}{BC} = \frac{AH}{AD} = \frac{1}{3},$$

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore \square AHM \sim \square CBM$ ，

$$\therefore \frac{HM}{BM} = \frac{AH}{BC} = \frac{1}{3},$$

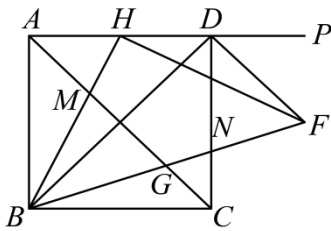
$$\therefore \frac{S_{\square AHM}}{S_{\square ABM}} = \frac{HM}{BM} = \frac{1}{3},$$

$\therefore S_{\square ABM} = 3S_{\square AHM}$ ，

$$\therefore \frac{S_{\square ABM}}{S_{\square DBN}} = \frac{1}{2},$$

$\therefore S_{\triangle BND} = 2S_{\square ABM} = 6S_{\square AHM}$ ，故⑤错误，

如图，③若点  $H$  是  $AD$  的中点，设  $AD = 2$ ，即  $AB = BC = AD = 2$ ，



$$\therefore AH = \frac{1}{2}AD = 1,$$

$$\therefore BH = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{5},$$

同理可证明  $\square AHM \sim \square CBM$ ，

$$\therefore \frac{HM}{BM} = \frac{AH}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{HM + BM}{BM} = \frac{3}{2} = \frac{BH}{BM},$$

$$\therefore BM = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3}\sqrt{5},$$

$\therefore BN = \sqrt{2}BM$ ，

$$\therefore BN = \sqrt{2}BM = \frac{2}{3}\sqrt{10},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/025113024324011304>