

关于直线与平面平行的判定与性质定理

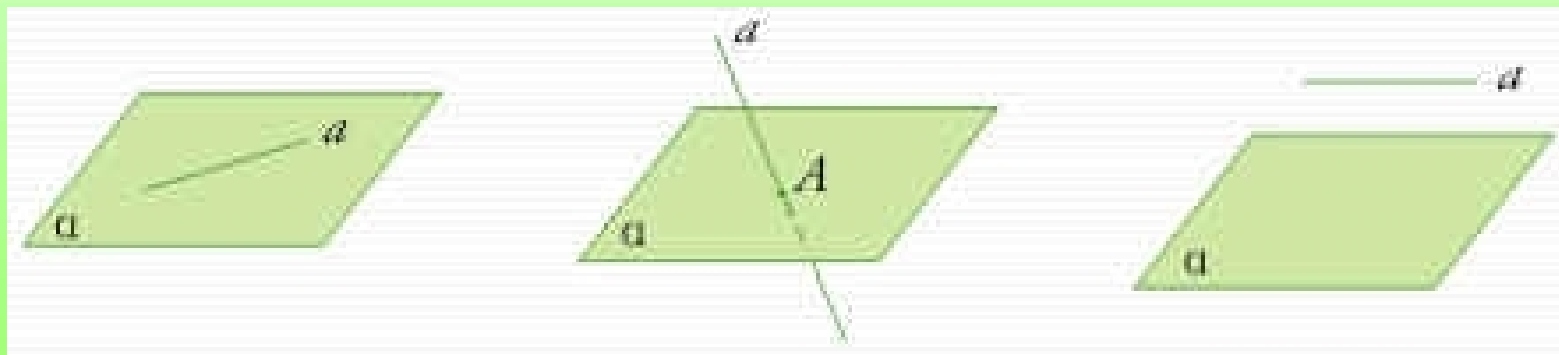
复习引入

问题

直线与平面有几种位置关系？

有三种位置关系：在平面内，相交、平行

- 其中平行是一种非常重要的关系，不仅应用较多，而且是学习平面和平面平行的基础。



引入新课

问题

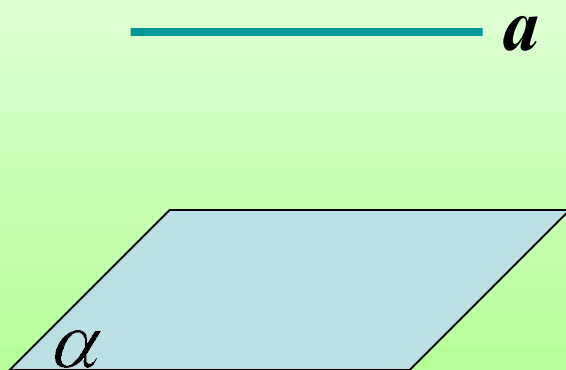


如何判定一条直线
和一个平面平行呢？



线面平行的定义是什么？用定义好判断吗？

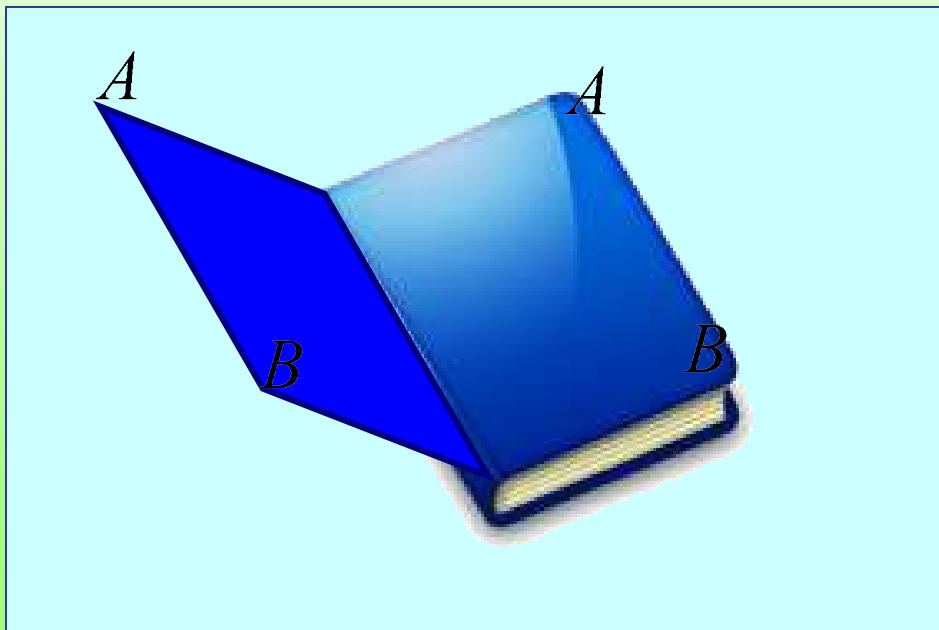
根据定义，判定直线与平面是否平行，只需判定直线与平面有没有公共点。但是，直线无限延长，平面无限延展，如何保证直线与平面没有公共点呢？



请您动手体验一下

观察

将一本书平放在桌面上，翻动书的硬皮封面，封面边缘 AB 所在直线与桌面所在平面具有什么样的位置关系？

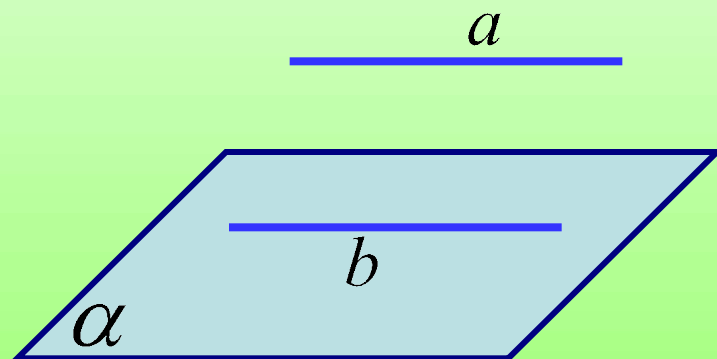


直线与平面平行

观察

如果平面 α 内有直线 b 与直线 a 平行，那么直线 a 与平面 α 的位置关系如何？

是否可以保证直线 a 与平面 α 平行？



直线与平面平行的判定

- 请同学们预习课本
- P54--P56

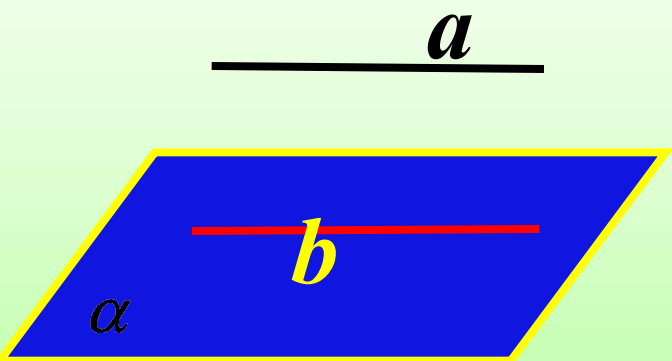
直线与平面平行的判定

您做对了吗？

- 如果一条直线与一个平面没有公共点
我们称做直线与平面平行，表示式：
 a 与 α 没有公共点 \Rightarrow $a // \alpha$
- 如果平面外一条直线与此平面内的一
条直线平行，则该直线与此平面平行。
用符号表示为： $a \notin \alpha, b \in \alpha$ 且 $a // b$
 \Rightarrow $a // \alpha$

直线与平面平行的判定定理:

平面外的一条直线与此平面内的一条直线平行, 则该直线与此平面平行. (用符号表示?)



线线平行 \Rightarrow 线面平行

化归与转化的思想:

(1) 化线面平行为线线平行

(2) 化空间问题为平面问题

$$\left. \begin{array}{l} a \not\subset \alpha \\ b \subset \alpha \\ a \parallel b \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel \alpha$$

三个条件不能少?

定理说明

1、线面平行的判定定理的数学符号表示，
其中三个条件缺一不可。

2、**线线平行**  **线面平行**

线线平行是条件的核心。

3、注意定理中文字叙述、符号语言、图形表示的相互转换。

4、判定线面平行的二种方法：

(1) 定义法 (2) 判定定理

思考：

您现在判定线面平行的方法有几种？

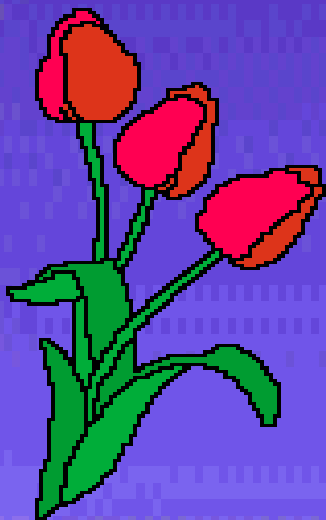
方法一：根据定义判定

方法二：根据判定定理判定

直线和平面平行的判定定理：如果平面外一条直线和这个平面内的一条直线平行，那么这条直线和这个平面平行。

线线平行 \implies 线面平行

直线和平面平行的 性质定理



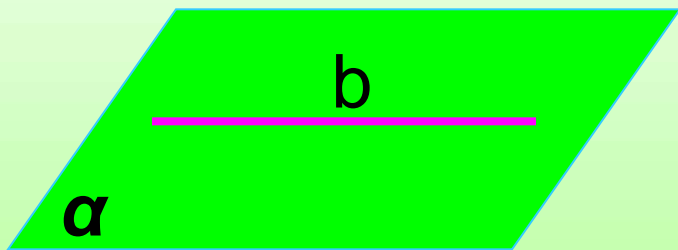
新课引入：

线面平行的判定定理解决了判定线面平行的问题（即所需条件）；反之，在直线与平面平行的条件下，会得到什么结论？

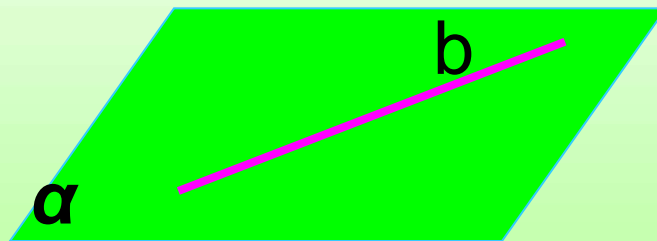
直线和平面平行的性质

问题讨论:

(1) 如果一条直线和一个平面平行, 那么这条直线和这个平面内的直线有怎样的位置关系?



平行



异面

(2) 什么条件下, 平面 α 内的直线与直线 a 平行呢?

若“共面”必平行, 换句话说, 若过直线的某一平面与平面 α 相交, 则直线就和这条交线平行

二、直线和平面平行的性质定理

如果一直线和一个平面平行，经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线和交线平行。

已知： $l \parallel \alpha, l \subset \beta, \alpha \cap \beta = m$

求证： $l \parallel m$

证明： $\because l \parallel \alpha$

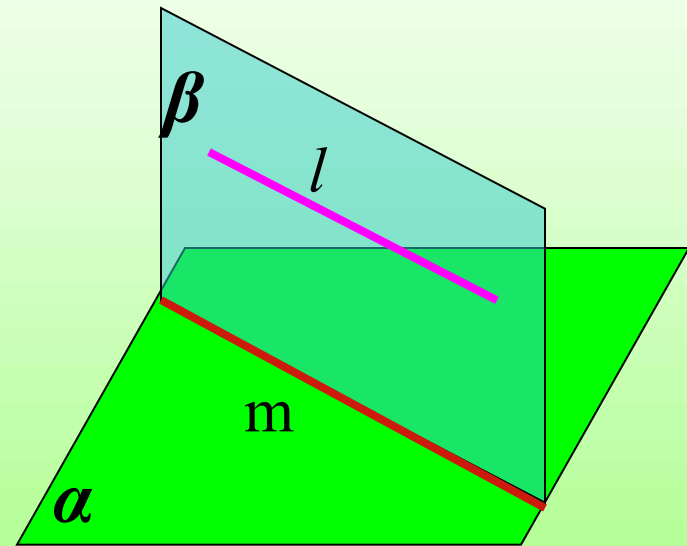
$\therefore l$ 和 α 没有公共点；

又 $\because m \subset \alpha$

$\therefore l$ 和 m 也没有公共点；

又 l 和 m 都在平面 β 内，且没有公共点；

$\therefore l \parallel m.$

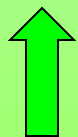


线线平行 \rightarrow 线面平行 (1) “线面平行 \Rightarrow 线线平行”

$$\left. \begin{array}{l} a \not\subset \alpha \\ b \subset \alpha \\ a \parallel b \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel \alpha$$

$$(2) \left. \begin{array}{l} l \parallel \alpha \\ l \subset \beta \\ \alpha \cap \beta = m \end{array} \right\} \Rightarrow m \parallel l$$

证线面平行关键
在于找线线平行



(中位线、平行四边形)

(3) 在有线面平行的条件
或要证线线平行时，

练习:

(1).如果一条直线和一个平面平行, 这个平面内是否只有一条直线和已知直线平行呢?

(不是)

平面内哪些直线都和已知直线平行? 有几条?

(有无数条)

(2).如果 $a \parallel \alpha$, 经过 a 的一组平面分别和 α 相交于 b 、 c 、 $d \dots$, b 、 c 、 $d \dots$ 是一组平行线吗? 为什么?

(平行, 线面平行的性质定理)

(3). 平行于同一平面的两条直线是否平行？

(不一定)

(4).过平面外一点与这平面平行的直线

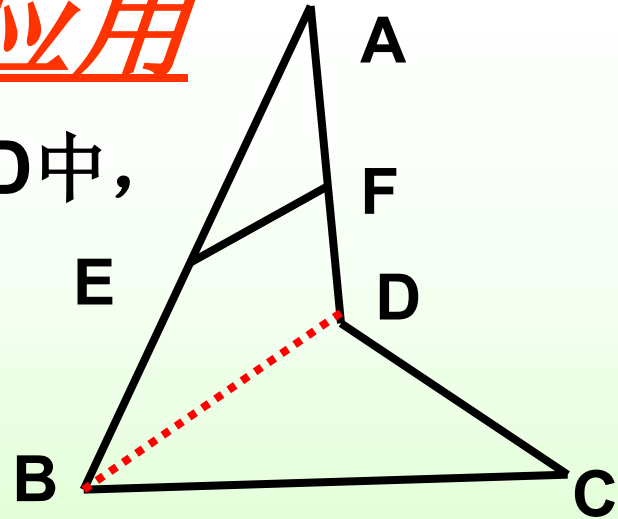
有多少条？

(无数条)

判定定理的定理的应用

例1. 如图，空间四边形ABCD中，
E、F分别是 AB，AD的中点.

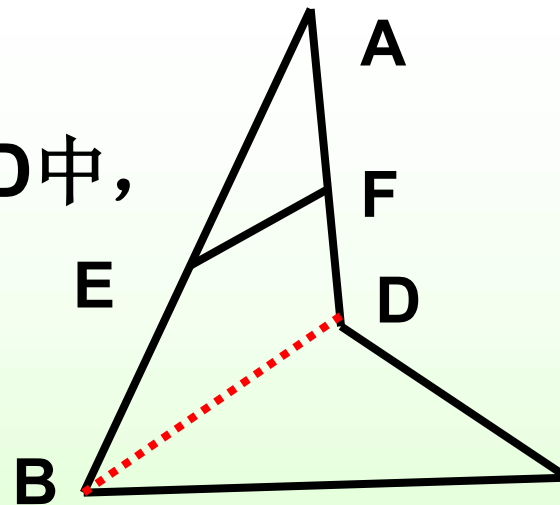
求证：EF // 平面BCD.



分析：要证明线面平行只需证明线线平行，
即在平面BCD内找一条直线 平行于EF，由已
知的条件怎样找这条直线？

定理的应用

例1. 如图，空间四边形ABCD中，
E、F分别是 AB，AD的中点.



求证：EF // 平面BCD.

证明：连结BD.

$$\because AE=EB, AF=FD$$

$$\therefore EF // BD \text{ (三角形中位线性性质)}$$

$$EF \not\subset \text{平面BCD}$$

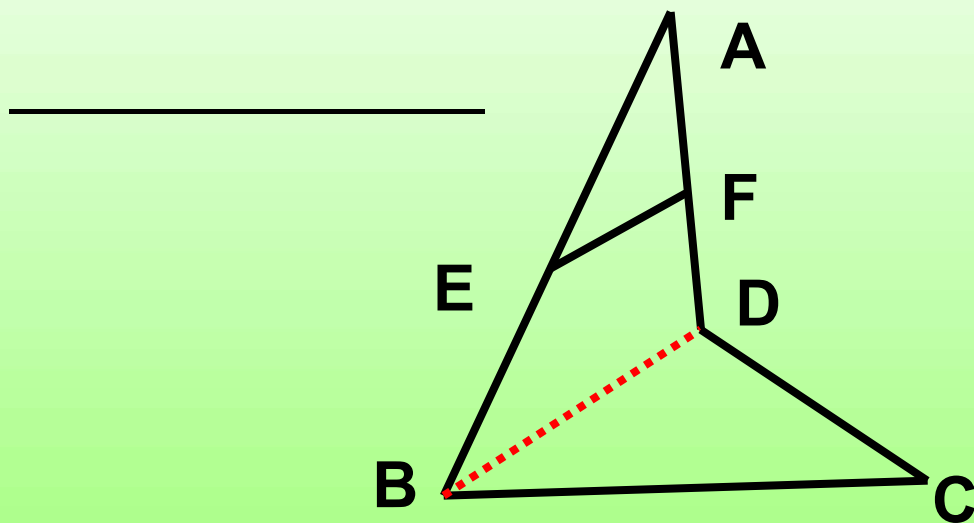
$$BD \subset \text{平面BCD}$$

$$FE // BD$$

$$\Rightarrow EF // \text{平面BCD}$$

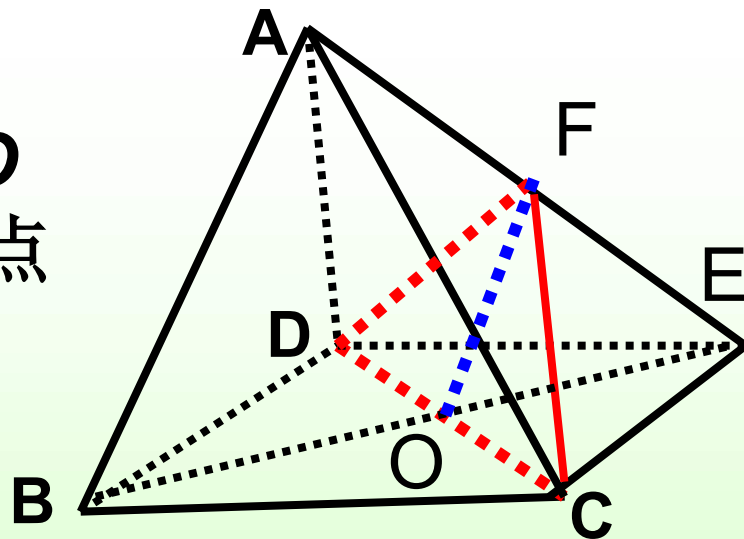
● 变式1:

1.如图，在空间四边形ABCD中，E、F分别为AB、AD上的点，若 $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FD}$ ，则EF与平面BCD的位置关系是 EF//平面BCD。



● 变式2:

2. 如图, 四棱锥 $A-DBCE$ 中, O 为底面正方形 $DBCE$ 对角线的交点, F 为 AE 的中点. 求证: $AB \parallel$ 平面 DCF .

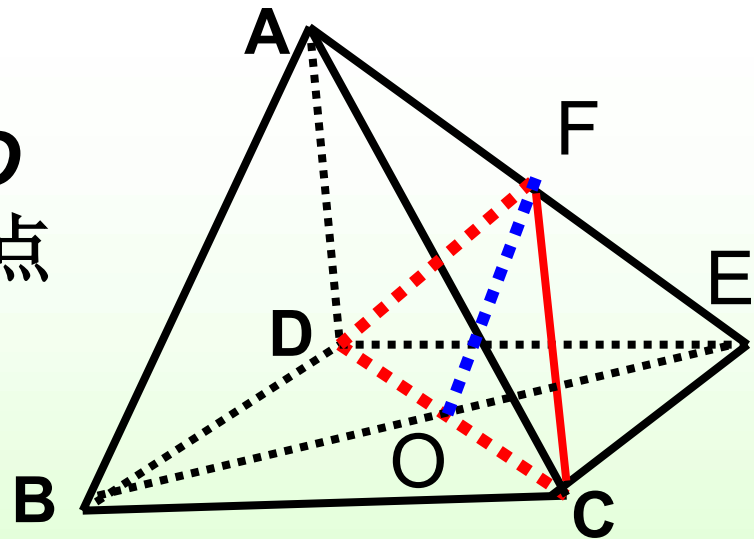


分析: 连结 OF , 可知 OF 为

$\triangle ABE$ 的中位线, 所以得到 $AB \parallel OF$.

变式2:

2. 如图, 四棱锥 $A-DBCE$ 中, O 为底面正方形 $DBCE$ 对角线的交点, F 为 AE 的中点. 求证: $AB \parallel$ 平面 DCF .



证明: 连结 OF ,

$\because O$ 为正方形 $DBCE$ 对角线的交点,

$\therefore BO = OE$,

又 $AF = FE$,

$\therefore AB \parallel OF$,

$AB \not\subset$ 平面 DCF

$OF \subset$ 平面 DCF

$AB \parallel OF$

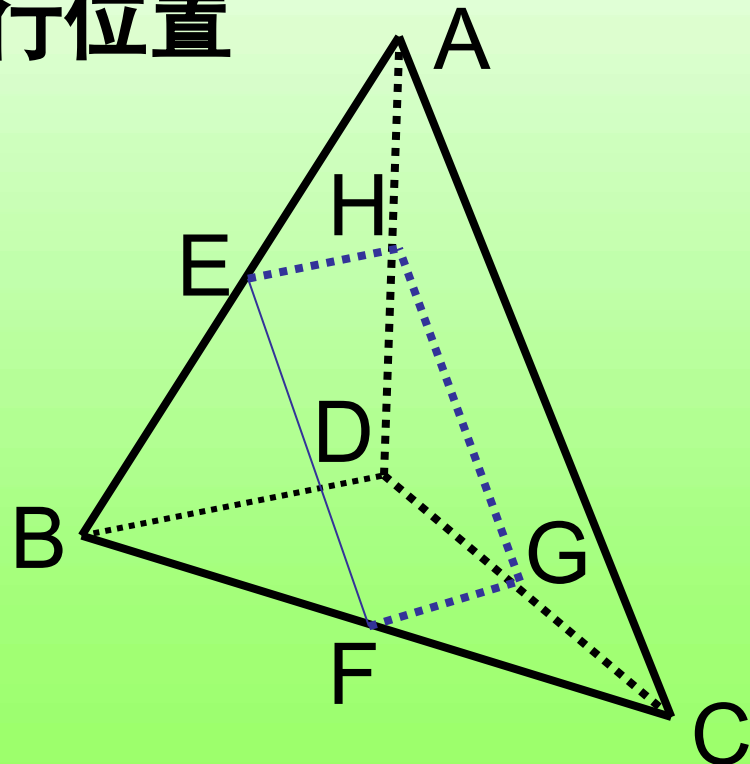
$\Rightarrow AB \parallel$ 平面 DCF

例2. 如图，四面体ABCD中，E, F, G, H分别是AB, BC, CD, AD的中点.

(1) E、F、G、H四点是否共面？

(2) 试判断AC与平面EFGH的位置关系；

(3) 你能说出图中满足线面平行位置关系的所有情况吗？



解：(1) E、F、G、H四点共面。

∵ 在 $\triangle ABD$ 中，E、H分别是AB、AD的中点。

$$\therefore EH \parallel BD \text{ 且 } EH = \frac{1}{2}BD$$

$$\text{同理 } GF \parallel BD \text{ 且 } GF = \frac{1}{2}BD$$

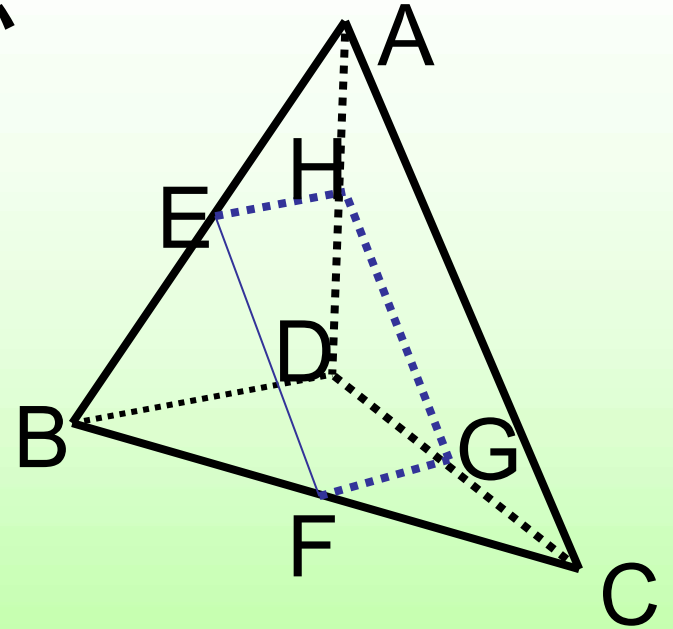
$$EH \parallel GF \text{ 且 } EH = GF$$

∴ E、F、G、H四点共面。

(2) $AC \parallel$ 平面EFGH

证明：∵ $AC \parallel HG, AC \not\subset$ 平面EFGH, $HG \subset$ 平面EFGH

∴ $AC \parallel$ 平面EFGH



(3) 由 $EF \parallel HG \parallel AC$, 得

$EF \parallel \text{平面}ACD$

$AC \parallel \text{平面}EFGH$

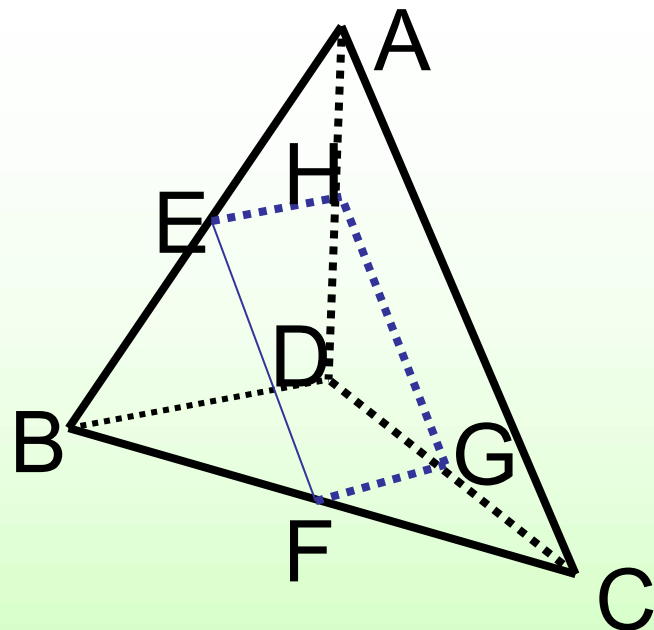
$HG \parallel \text{平面}ABC$

由 $BD \parallel EH \parallel FG$, 得

$BD \parallel \text{平面}EFGH$

$EH \parallel \text{平面}BCD$

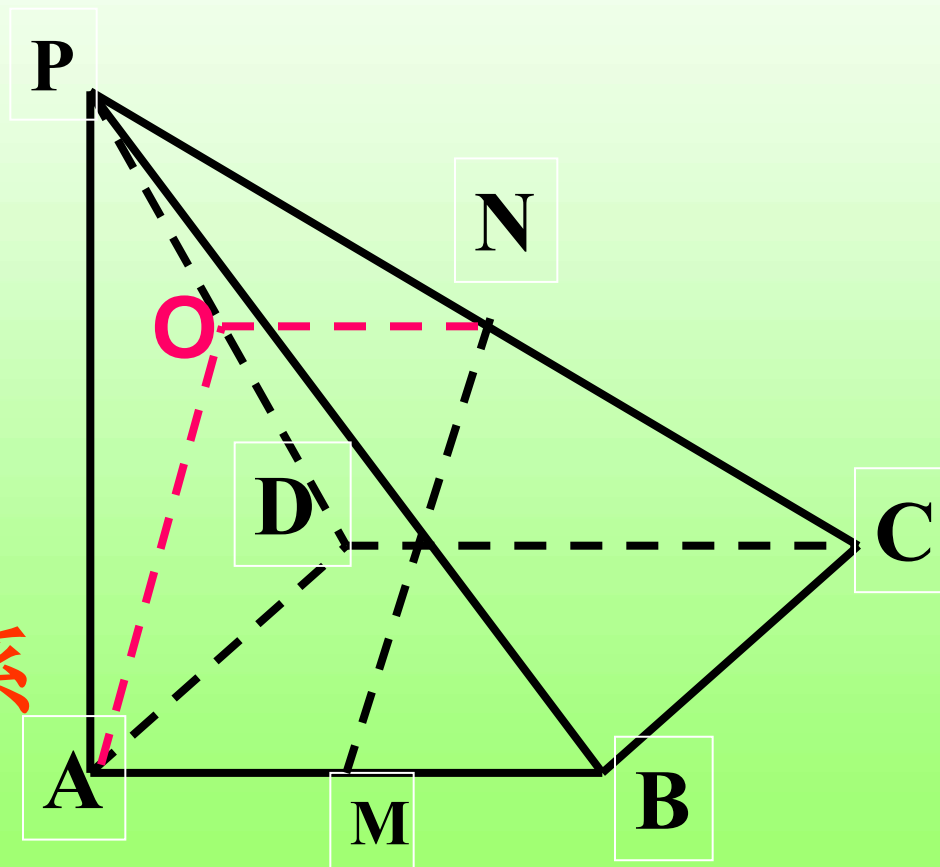
$FG \parallel \text{平面}ABD$



例2: 已知: 如图, 四棱锥P-ABCD中, 底面ABCD为矩形, M, N分别为AB, PC中点.
求证: $MN \parallel$ 平面PAD

分析: 找一条在平面PAD内并且和MN平行的线

平行四边形的平行关系



例3:正方形ABCD与正方形ABEF所在平面相交于AB,在AE、BD上各有一点P、Q,且AP=DQ.

求证:PQ // 平面BCE.

分析:解法1:证明线面平行,可用线面平行的判定定理.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/026143113015010115>