2024 年新结构模拟适应性特训卷（一）

高三数学

+ 耉诛旼闺 x 150 刋钥　诛郎潋刋 x 150 刋 -

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8 小题，每小题5 分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．(2024 上·河北沧州·高二校联考期末）已知数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n = n^2 + 2$，则123 是该数列的（　　）

A．第9 项　　B．第10 项　　C．第11 项　　D．第12 项

2．(2024 上·四川凉山·高二统考期末）空间四边形$ABCD$中，点M 在AD 上，且 $DM = 2MA$，N 为BC中点，则MN 等于（　　）

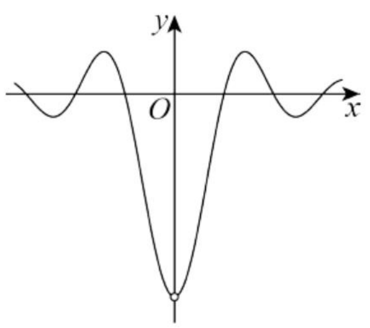
A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　B．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

C．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$　　D．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

3．(2024 上·广东深圳·高二深圳市高级中学校考期末）若直线$l: mx + ny - 1 = 0$圆$x^2 + y^2 + 2x = 0$相切，则原点O到直线l距离的最大值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．1

4．（2024 上·山西太原·高三统考期末）如图是函数$f(x)$的部分图象，则$f(x)$的解析式为（　　）



A．$f(x)=\frac{\sin 6x}{2^x - 2^{-x}}$　　B．$f(x)=\frac{\cos 6x}{2^x - 2^{-x}}$

C．$f(x)=\frac{\sin 6x}{2^{-x} - 2^x}$　　D．$f(x)=\frac{\cos 6x}{2^{-x} - 2^x}$

5.（2024上·四川成都·高三成都七中校考期末）若$x^6=a_0+a_1(x-6)+a_2(x-6)^2+\cdots+a_6(x-6)^6$，则$a_5=$（ ）

A．6　　B．16　　C．36　　D．90

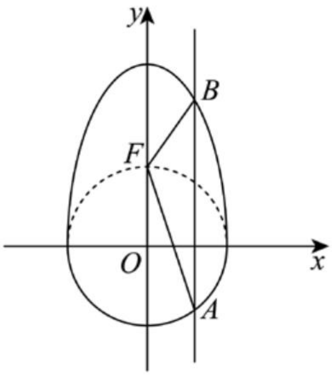
6．（2024上·江西·高三校联考期末）下表统计了2017年～2022年我国的新生儿数量（单位：万人）．

年份	2017	2018	2019	2020	2021	2022
年份代码x	1	2	3	4	5	6
新生儿数量y	1723	1523	1465	1200	1062	956

经研究发现新生儿数量与年份代码之间满足线性相关关系，且$\hat{y}=-156.66x+\hat{a}$，据此预测2023年新生儿数量约为（ ）（精确到0.1）（参考数据：$\sum_{i=1}^{6}y_i=7929$）

A．773.2万　B．791.1万　C．800.2万　D．821.1万

7．（2024上·山东潍坊·高二统考期末）月光石是由两种长石混合组成的具有月光效应的长石族矿物．它的截面可近似看成由半圆和半椭圆组成，如图所示，在平面直角坐标系xOy中，半圆的圆心在坐标原点，半圆所在的圆过椭圆的上焦点$F(0,1)$，半椭圆的短轴与半圆的直径重合．若直线$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$与半圆交于点A，与半椭圆交于点B，则$\triangle ABF$的面积为（ ）



A．$\frac{9(\sqrt{2}+1)}{4}$　B．$\frac{3(\sqrt{2}+1)}{2}$　C．$\sqrt{2}+1$　D．$\frac{\sqrt{2}+1}{4}$

8．（2024上·江苏扬州·高二统考期末）在$\triangle ABC$中，已知D为边BC上一点，$CD=\lambda DB$，$\angle BAD=\frac{\pi}{4}$．若$\tan\angle ACB$的最大值为2，则常数λ的值为（ ）

A．$\frac{\sqrt{10}-3}{4}$　B．$\frac{\sqrt{10}+3}{4}$　C．$\frac{\sqrt{10}+1}{4}$　D．$\frac{\sqrt{10}-1}{4}$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部

选对的得6 分，部分选对的得部分分，有选错的得0 分.

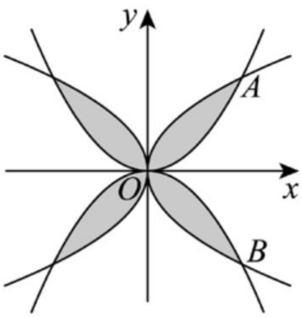
9. （2024 上·浙江宁波·高三镇海中学校考期末）已知复数z_1，z_2，则下列结论正确的有（   ）

A. $z_1^2=\overline{z_1}^2$ B. $\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$ C. $|z_1z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$ D. $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$

10. （2024 上·福建莆田·高一莆田第四中学校考期末）已知实数x，y满足$x^2+y^2=1$，则一定有（   ）

A. $-1\le x\le 1$ B. $-\frac{1}{2}\le xy\le\frac{1}{2}$ C. $-1\le x+y\le 1$ D. $-\sqrt{5}\le x+2y\le\sqrt{5}$

11. （2024 上·山东烟台·高三统考期末）我国著名数学家华罗庚先生说：“就数学本身而言，是壮丽多彩、千姿百态、引人入胜的……认为数学枯燥乏味的人，只是看到了数学的严谨性，而没有体会出数学的内在美.”图形美是数学美的重要方面.如图，由抛物线$y^2=2px(p>0)$分别逆时针旋转90°、180°、270°可围成“四角花瓣”图案（阴影区域），则（   ）



A. 开口向下的抛物线的方程为$x^2=-2py(p>0)$

B. 若$|AB|=8$，则$p=2$

C. 设$p=1$，则$t=1$时，直线$x=t$ 截第一象限花瓣的弦长最大

D. 无论p为何值，过点B且与第二象限花瓣相切的两条直线的夹角为定值

三、填空题：本题共3 小题，每小题5 分，共15分.

12.（2024 上·广东深圳·高一统考期末）已知集合$A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}\mid 2x-3<0\}$，则$A\cap B=$____.

13. （2024·广东肇庆·校考模拟预测）采取随机模拟的方法估计某型号防空导弹击中目标的概率，先由计算器算出0 到 9 之间取整数值的随机数，指定1，2，3，4 表示击中目标，5，6，7，8，9，0 表示未击中目标，以三个随机数为一组，代表三次发射的结果，经随机数模拟产生了20 组随机数：

107 956 181 935 271 832 612 458 329 683

331 257 393 027 556 498 730 113 537 989

根据以上数据，估计该型号防空导弹三次发射至少有一次击中目标的概率为_____.

14. （2024·全国·模拟预测）在三棱锥$S-ABC$中，侧面$SBC\perp$底面ABC,$\triangle ABC$是等腰直角三角形，且斜边$AC=4$，$SB=SC=\sqrt{10}$，则三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的表面积为_____.

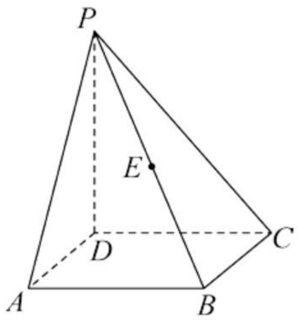
四、解答题：本题共5 小题，其中第15题 13分，第16, 17题 15分，第18, 19题 17分，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（满分13 分）（2024·广东广州·仲元中学校考一模）在△ABC内，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$b\cos A-c\cos B=(a-c)\cos(A+C)$．

(1)求角B的值；

(2)若△ABC的面积为$3\sqrt{3}$，$b=\sqrt{13}$，求△ABC的周长．

16．（满分15 分）（2024·广东肇庆·校考模拟预测）在四棱锥$P-ABCD$中，底面是边长为2 的正方形，$PD\perp$平面$ABCD$，$PD=3$，E是棱 PB上一点．



(1)若E为PB的中点，求直线PB与平面AEC所成角的正弦值；

(2)若平面AEC与平面PBC的夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{26}}{26}$，求点E的位置．

17．（满分15 分）（2024·湖南邵阳·统考一模）已知递增的等差数列$\{a_n\}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$满足：$a_2+a_4+a_6=21, a_1, a_2, a_5$成等比数列．

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$b_n=\frac{S_n}{2^n}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n．

18．（满分17 分）（2024·全国·模拟预测）已知函数$f(x)=ax+\ln x+1$，$g(x)=xe^x-2x$．

(1)若$f(x)$的极大值为1，求实数a的值；

(2)若$a=-1$，求证：$f(x)\leq g(x)$．

19．（满分17 分）（2024·陕西铜川·统考一模）概率论中有很多经典的不等式，其中最著名的两个当属由两位俄国数学家马尔科夫和切比雪夫分别提出的马尔科夫（Markov）不等式和切比雪夫（Chebyshev）不等式．马尔科夫不等式的形式如下：

设X为一个非负随机变量，其数学期望为$E(X)$，则对任意$\varepsilon>0$，均有$P(X\geq\varepsilon)\leq\frac{E(X)}{\varepsilon}$，

马尔科夫不等式给出了随机变量取值不小于某正数的概率上界，阐释了随机变量尾部取值概率与其数学期望间的关系．当X为非负离散型随机变量时，马尔科夫不等式的证明如下：

设 X 的分布列为 $P(X=x_i)=p_i, i=1,2,\cdots,n$，其中 $p_i\in(0,+\infty), x_i\in[0,+\infty)(i=1,2,\cdots,n)$，$\sum_{i=1}^{n}p_i=1$，则对任意 $\varepsilon>0$，$P(X\geq\varepsilon)=\sum_{x_i\geq\varepsilon}p_i\leq\sum_{x_i\geq\varepsilon}\frac{x_i}{\varepsilon}p_i=\frac{1}{\varepsilon}\sum_{x_i\geq\varepsilon}x_ip_i\leq\frac{1}{\varepsilon}\sum_{i=1}^{n}x_ip_i=\frac{E(X)}{\varepsilon}$，其中符号 $\sum_{x_i\geq\varepsilon}A_i$ 表示对所有满足 $x_i\geq\varepsilon$ 的指标i所对应的 A_i 求和.

切比雪夫不等式的形式如下：

设随机变量 X 的期望为 $E(X)$，方差为 $D(X)$，则对任意 $\varepsilon>0$，均有 $P(|X-E(X)|\geq\varepsilon)\leq\frac{D(X)}{\varepsilon^2}$

(1)根据以上参考资料，证明切比雪夫不等式对离散型随机变量 X 成立.

(2)某药企研制出一种新药，宣称对治疗某种疾病的有效率为80%．现随机选择了100名患者，经过使用该药治疗后，治愈的人数为60人，请结合切比雪夫不等式通过计算说明药厂的宣传内容是否真实可信.

2024 年新结构模拟适应性特训卷（一）

高三数学

+ 考诛旼闺 x 150 刊钥　诛郎激刊 x 150 刊 -

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8 小题，每小题5 分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．(2024 上·河北沧州·高二校联考期末）已知数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n = n^2 + 2$，则123 是该数列的（　　）

A．第9 项　　B．第10 项　　C．第11 项　　D．第12 项

【答案】C

【分析】根据通项公式可直接求出.

【详解】由 $a_n = n^2 + 2 = 123$，解得$n = 11$（$n = -11$舍去），

故选：C.

2．(2024 上·四川凉山·高二统考期末）空间四边形$ABCD$中，点M 在 AD 上，且 $DM = 2MA$，N 为 BC 中点，则MN 等于（　　）

A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　B．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

C．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$　　D．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

【答案】C

【分析】作出空间四边形，即可得出MN 的表达式.

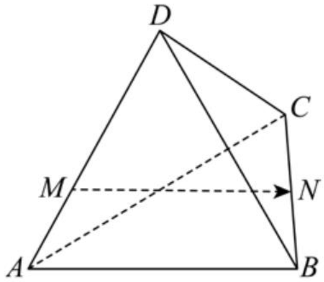
【详解】由题意，在空间四边形$ABCD$ 中，$DM = 2MA$，N 为 BC 中点,

$\therefore \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$,

$\therefore \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$,

故选：C.



3. （2024上·广东深圳·高二深圳市高级中学校考期末）若直线$l:mx+ny-1=0$圆$x^2+y^2+2x=0$相切，则原点O到直线l距离的最大值为（　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．1

【答案】B

【分析】原点O在圆上，到切线的最大距离等于圆的直径.

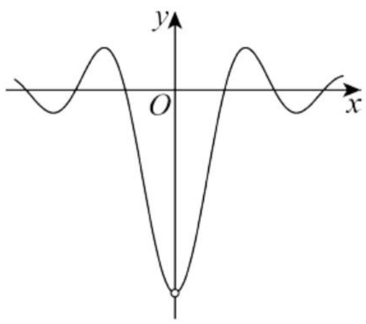
【详解】圆$x^2+y^2+2x=0$，即$(x+1)^2+y^2=1$，圆心坐标$(-1,0)$，半径为1，

直线$l:mx+ny-1=0$与圆相切，则圆心到直线距离等于半径1，

原点O在圆上，所以原点O到直线l距离的最大值为$1+1=2$.

故选：B

4. （2024上·山西太原·高三统考期末）如图是函数$f(x)$的部分图象，则$f(x)$的解析式为（　）



A．$f(x)=\dfrac{\sin 6x}{2^x-2^{-x}}$　　B．$f(x)=\dfrac{\cos 6x}{2^x-2^{-x}}$

C．$f(x)=\dfrac{\sin 6x}{2^{-x}-2^x}$　　D．$f(x)=\dfrac{\cos 6x}{2^{-x}-2^x}$

【答案】C

【分析】利用函数的奇偶性及函数值符号判定选项即可.

【详解】由图象可知函数$f(x)$为偶函数，且$x\to 0^+$，$f(x)<0$，

四个选项函数的定义域均为$\{x|x\neq 0\}$，

对于A项，$f(-x)=\dfrac{\sin(-6x)}{2^{-x}-2^{x}}=\dfrac{-\sin 6x}{-(2^x-2^{-x})}=f(x)$，即$f(x)$为偶函数，

而$x\to 0^+$，$2^x-2^{-x}>0,\sin 6x>0\Rightarrow f(x)>0$，故A错误；

对于B、D 项，$f(-x)=\frac{\cos(-6x)}{2^{-x}-2^{x}}=\frac{\cos 6x}{-(2^{x}-2^{-x})}=-f(x)$，

$f(-x)=\frac{\cos(-6x)}{2^{x}-2^{-x}}=\frac{\cos 6x}{-(2^{-x}-2^{x})}=-f(x)$，显然两项均为奇函数，故B、D 错误；

对于C 项，$f(-x)=\frac{\sin(-6x)}{2^{x}-2^{-x}}=\frac{\sin 6x}{2^{-x}-2^{x}}=f(x)$，即 $f(x)$ 为偶函数，

而 $x\to 0^{+}, 2^{-x}-2^{x}<0, \sin 6x>0 \Rightarrow f(x)<0$，故C 正确.

故选：C

5.（2024 上·四川成都·高三成都七中校考期末）若 $x^6=a_0+a_1(x-6)+a_2(x-6)^2+\cdots+a_6(x-6)^6$，则 $a_5=$（ ）

A．6　　B．16　　C．36　　D．90

【答案】C

【分析】将 x^6 变形为 $\left[6+(x-6)\right]^6$，然后令展开式的通项公式中 $r=5$ 即可求得结果.

【详解】因为 $x^6=\left[6+(x-6)\right]^6$，展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r\times 6^{6-r}\times(x-6)^r$，

令 $r=5$，可得 $T_6=C_6^5\times 6^1\times(x-6)^5=36(x-6)^5$，

所以 $a_5=36$，

故选：C.

6. （2024 上·江西·高三校联考期末）下表统计了2017 年～2022 年我国的新生儿数量（单位：万人）.

年份	2017	2018	2019	2020	2021	2022
年份代码 x	1	2	3	4	5	6
新生儿数量y	1723	1523	1465	1200	1062	956

经研究发现新生儿数量与年份代码之间满足线性相关关系，且 $\hat{y}=-156.66x+\hat{a}$，据此预测2023 年新生儿数量约为（ ）（精确到0.1）（参考数据：$\sum_{i=1}^{6}y_i=7929$）

A．773.2 万　B．791.1 万　C．800.2 万　D．821.1 万

【答案】A

【分析】先求出 $\bar{x}$，$\bar{y}$，$\hat{a}$，得回归直线方程，再代入 $x=7$ 可得结果.

【详解】由题意得 $\bar{x}=3.5$，$\bar{y}=\frac{7929}{6}=1321.5$，

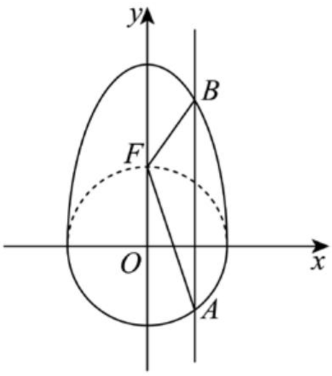
所以$\hat{a}=\overline{y}+156.66\times3.5=1321.5+548.31=1869.81$，

$\hat{y}=-156.66x+1869.81$，

当$x=7$时，$\hat{y}=-156.66\times7+1869.81=773.19\approx773.2$.

故选：A.

7．（2024上·山东潍坊·高二统考期末）月光石是由两种长石混合组成的具有月光效应的长石族矿物.它的截面可近似看成由半圆和半椭圆组成，如图所示，在平面直角坐标系xOy中，半圆的圆心在坐标原点，半圆所在的圆过椭圆的上焦点$F(0,1)$，半椭圆的短轴与半圆的直径重合.若直线$x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$与半圆交于点A，与半椭圆交于点B，则$\triangle ABF$的面积为（　）



A．$\dfrac{9(\sqrt{2}+1)}{4}$　B．$\dfrac{3(\sqrt{2}+1)}{2}$　　C．$\sqrt{2}+1$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}+1}{4}$

【答案】D

【分析】依据题意求得椭圆和圆的方程后，解出关键点的坐标，再求面积即可.

【详解】由题意得，半圆的方程为$x^2+y^2=1(y\le0)$，在半椭圆中$b=c=1$，则$a=\sqrt{2}$，

故半椭圆方程为$\dfrac{y^2}{2}+x^2=1(y\ge0)$，将$x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$代入半椭圆，解得$y_B=1$，

将$x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$代入半圆，解得$y_A=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故$|AB|=\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}$，

然$S_{\triangle ABF}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{4}$，

故选：D

8．（2024上·江苏扬州·高二统考期末）在$\triangle ABC$中，已知D为边BC上一点，$CD=\lambda DB$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{4}$. 若$\tan\angle ACB$的最大值为2，则常数$\lambda$的值为（　）

A．$\dfrac{\sqrt{10}-3}{4}$　B．$\dfrac{\sqrt{10}+3}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}+1}{4}$　　D．$\dfrac{\sqrt{10}-1}{4}$

【答案】D

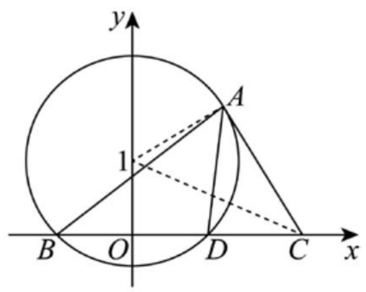
【分析】令$CD = \lambda DB = 2\lambda$ 且 $0 \leq \lambda \leq 1$，求得$\triangle ABD$外接圆半径为$r = \frac{BD}{2\sin\angle BAD} = \sqrt{2}$，若$B(-1,0), D(1,0)$，结合已知得点A在圆$x^2+(y-1)^2=2$被$BD$分割的优弧上运动，进而确定$\tan\angle ACB$的最大，只需 AC与圆相切，综合运用两点距离、圆的性质、正弦定理、三角恒等变换列方程求参数λ.

【详解】令$CD = \lambda DB = 2\lambda$ 且 $0 \leq \lambda \leq 1$，即$BD = 2$，则$\triangle ABD$外接圆半径为$r = \dfrac{BD}{2\sin\angle BAD} = \sqrt{2}$，

若$B(-1,0), D(1,0)$，$\triangle ABD$的外接圆方程为$(x-m)^2+(y-n)^2=2$，

所以$\begin{cases}(m+1)^2+n^2=2\\(m-1)^2+n^2=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}m=0\\n=\pm1\end{cases}$，令圆心$(m,n)$为$(0,1)$，

即点A在圆$x^2+(y-1)^2=2$被BD分割的优弧上运动，如下图，



要使$\tan\angle ACB$的最大，只需AC与圆相切，由上易知$C(1+2\lambda,0)$，

则$|AC| = \sqrt{(1+2\lambda)^2+1-2} = 2\sqrt{\lambda(\lambda+1)}$，而$|BC| = 2(\lambda+1)$，由圆的性质有$\angle DAC = \angle B$，

□ABC中$\dfrac{|AC|}{\sin\angle B} = \dfrac{|BC|}{\sin(\angle B+\frac{\pi}{4})}$，$\angle ACB = \pi-(2\angle B+\frac{\pi}{4}) = \frac{3\pi}{4}-2\angle B$，显然$\angle B < \frac{3\pi}{8}$，

由$\tan\angle ACB = \tan(\frac{3\pi}{4}-2\angle B) = 2$，则$\dfrac{1+\tan 2\angle B}{\tan 2\angle B-1} = 2 \Rightarrow \tan 2\angle B = 3$，

所以$\dfrac{2\tan\angle B}{1-\tan^2\angle B} = 3 \Rightarrow 3\tan^2\angle B+2\tan\angle B-3=0$，可得$\tan\angle B = \dfrac{\sqrt{10}-1}{3}$（负值舍），

故$\sin\angle B = \dfrac{\sqrt{10}-1}{\sqrt{20-2\sqrt{10}}}, \cos\angle B = \dfrac{3}{\sqrt{20-2\sqrt{10}}}$，而$\dfrac{\sqrt{\lambda}}{\sin\angle B} = \dfrac{\sqrt{\lambda+1}}{\sin(\angle B+\frac{\pi}{4})}$，

所以$\dfrac{\sqrt{\lambda}}{\sin\angle B} = \dfrac{\sqrt{2(\lambda+1)}}{\sin\angle B+\cos\angle B} \Rightarrow \dfrac{\lambda}{\sin^2\angle B} = \dfrac{2(\lambda+1)}{1+2\sin\angle B\cos\angle B}$，

整理得$\dfrac{\lambda}{11-2\sqrt{10}} = \dfrac{\lambda+1}{7+2\sqrt{10}}$，则$\lambda = \dfrac{11-2\sqrt{10}}{4(\sqrt{10}-1)} = \dfrac{\sqrt{10}-1}{4}$.

故选：D

【点睛】关键点点睛：令$CD = \lambda DB = 2\lambda$ 且 $0 \leq \lambda \leq 1$，$B(-1,0), D(1,0)$得到点A在圆 $x^2+(y-1)^2=2$被BD分割的优弧上运动为关键.

二、选择题：本题共3 小题，每小题6 分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6 分，部分选对的得部分分，有选错的得0 分．

9. （2024上·浙江宁波·高三镇海中学校考期末）已知复数z_1，z_2，则下列结论正确的有（　）

A．$z_1^2=\overline{z_1}^2$　B．$\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$　C．$|z_1z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$　D．$|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$

【答案】BC

【分析】根据复数的运算性质以及模的运算公式对应各个选项逐个判断即可求解.

【详解】设$z_1=a+bi$，$z_2=c+di$，其中$a,b,c,d\in\mathrm{R}$

对于选项A: $z_1^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi,\overline{z_1}^2=a^2-b^2-2abi$，所以$2ab$与$-2ab$不一定相等，故选项A错误；

对于选项B: 因为 $z_1\cdot z_2=(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

所以$\overline{z_1\cdot z_2}=(ac-bd)-(ad+bc)i$，

因为$\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}=(a-bi)(c-di)=(ac-bd)-(ad+bc)i$，

所以$\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$,故选项 B正确；

对于选项C: 因为$z_1z_2=(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$，

所有$|z_1z_2|=\sqrt{(ac-bd)^2+(ad+bc)^2}=\sqrt{a^2c^2+b^2d^2+a^2d^2+b^2c^2}$

因为$|z_1||z_1|=\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{c^2+d^2}=\sqrt{a^2c^2+b^2d^2+a^2d^2+b^2c^2}$，

所以$|z_1z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$,故选项C 正确；

对于选项D:因为 $z_1+z_2=(a+c)+(b+d)i$，所以$|z_1+z_2|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$

$|z_1|+|z_2|=\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}$，而$\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$与$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}$不一定相等,故选项D 错误；

故选：BC.

10. （2024上·福建莆田·高一莆田第四中学校考期末）已知实数x，y满足$x^2+y^2=1$，则一定有（　）

A．$-1\le x\le 1$　B．$-\frac{1}{2}\le xy\le\frac{1}{2}$　C．$-1\le x+y\le 1$　D．$-\sqrt{5}\le x+2y\le\sqrt{5}$

【答案】ABD

【分析】利用三角代换，结合三角函数恒等变换和性质，即可求解.

【详解】由$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$，

令$x=\cos\alpha, y=\sin\alpha$，

$\therefore -1\le x=\cos\alpha\le 1$，故 A 正确；

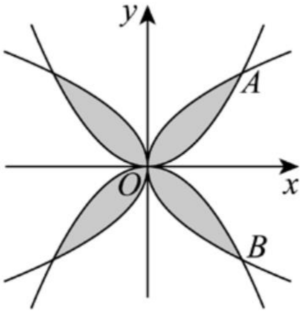
$\because xy=\cos\alpha\sin\alpha=\frac{1}{2}\sin 2\alpha$ $\therefore -\frac{1}{2}\le\frac{1}{2}\sin 2\alpha\le\frac{1}{2}$，故B 正确；

$\because x+y=\cos\alpha+\sin\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ $\therefore -\sqrt{2}\le x+y\le\sqrt{2}$，故C 错误；

$\because x+2y=\cos\alpha+2\sin\alpha=\sqrt{5}\sin(\alpha+\varphi)$ $\therefore -\sqrt{5}\le x+2y\le\sqrt{5}$，故D正确.

故选：ABD

11. （2024 上·山东烟台·高三统考期末）我国著名数学家华罗庚先生说：“就数学本身而言，是壮丽多彩、千姿百态、引人入胜的……认为数学枯燥乏味的人，只是看到了数学的严谨性，而没有体会出数学的内在美.”图形美是数学美的重要方面.如图，由抛物线$y^2=2px(p>0)$分别逆时针旋转90°、180°、270°可围成“四角花瓣”图案（阴影区域），则（ ）



A．开口向下的抛物线的方程为$x^2=-2py(p>0)$

B．若$|AB|=8$，则$p=2$

C．设$p=1$，则$t=1$时，直线$x=t$截第一象限花瓣的弦长最大

D．无论p为何值，过点B且与第二象限花瓣相切的两条直线的夹角为定值

【答案】ABD

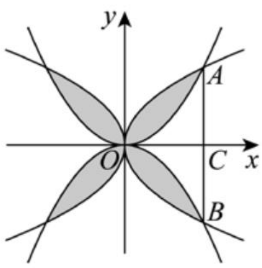
【分析】根据图象的对称性判断A；由$|AB|=8$及抛物线方程得到点A的坐标，由对称性得到点B坐标，代入$x^2=-2py(p>0)$即可求p，判断B；由题意得到直线$x=t$截第一象限花瓣弦长的函数，借助导数即可判断C；利用导数的几何意义求出过点B的切线，借助图象的对称性判断D.

【详解】对于A，因为抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点为$\left(\frac{p}{2},0\right)$，

若抛物线逆时针旋转270°，则开口向下，焦点为$\left(0,-\frac{p}{2}\right)$，

故开口向下的抛物线方程为：$x^2=-2py(p>0)$，故A正确；

对于B，由题意可知，A,B关于x轴对称，



因为$|AB|=8$，设$A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)$，所以$y_A=4$，$y_B=-4$，

因为点A在抛物线$y^2=2px(p>0)$上，所以$16=2px_A$，