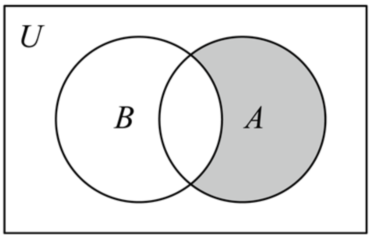
江西省宜春市丰城市第九中学2024-2025学年高一上学期期中考试数学试题（日新班）

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知全集$U=\mathrm{R}$，集合$A=\{x|-4<x<3\}$，$B=\{x|-3\le x\le 9\}$，则下面韦恩图中阴影部分表示的集合为（　）



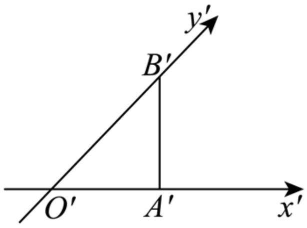
A．$\{x|-4<x<3\}$　　B．$\{x|-4<x\le 3\}$

C．$\{x|-4\le x\le -3\}$　　D．$\{x|-4<x<-3\}$

2．已知复数$z=\dfrac{1+2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}^{2024}}$，则$\overline{z}=$（　）

A．$\dfrac{1}{2}-\mathrm{i}$　　B．$\dfrac{1}{2}+\mathrm{i}$　　C．$-\dfrac{1}{2}-\mathrm{i}$　　D．$-\dfrac{1}{2}+\mathrm{i}$

3．如图，$\triangle O'A'B'$表示水平放置的$\triangle OAB$根据斜二测画法得到的直观图，$O'A'$在x'轴上，$A'B'$与x'轴垂直，且$O'A'=\sqrt{2}$，则$\triangle OAB$的面积为（　）

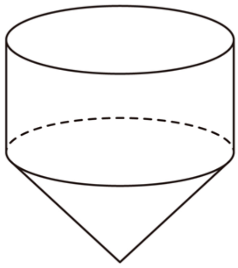


A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

4．在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别是a,b,c，若$\sin^2A+\sin^2B+\cos^2C<1$，则$\triangle ABC$的形状是（　）

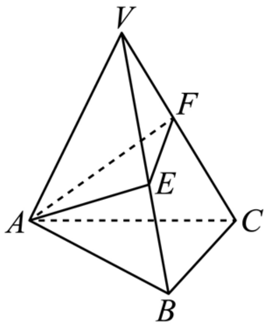
A．锐角三角形　　B．直角三角形　　C．钝角三角形　　D．不确定的

5．陀螺是中国民间的娱乐工具之一，早期陀螺的形状由同底的一个圆柱和一个圆锥组合而成.如图，已知一木制陀螺的圆柱的底面直径为6，圆柱和圆锥的高均为4，则该陀螺的表面积为（　）



A．44π　　B．46π　　C．48π　　D．50π

6．如图，在三棱锥$V-ABC$中，$VA=VB=VC=8$，$\angle AVB=\angle AVC=\angle BVC=30^\circ$，过点A作截面$AEF$，则$\triangle AEF$周长的最小值为（　）



A．$6\sqrt{2}$　　B．$6\sqrt{3}$　　C．$8\sqrt{2}$　　D．$8\sqrt{3}$

7．已知$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{3}{5}$，$\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，则$\frac{5\sqrt{2}\left(2\cos^2\alpha-\sin 2\alpha\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\pi-\alpha\right)}$的值为（　）

A．-8　　B．-6　　C．6　　D．8

8．．已知直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1=1$，$BC=\sqrt{3}$，$\angle BAC=120^0$，则该三棱柱外接球的体积为（　　）

A．$\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$　　B．$\frac{5\sqrt{5}}{6}\pi$　　C．$\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$　　D．$\frac{5\sqrt{5}}{9}\pi$

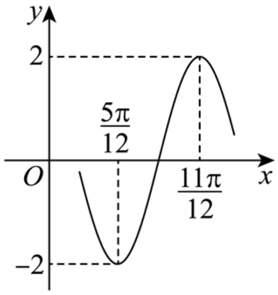
二、多选题

9．设m，n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，下列命题中正确的是（　）

A．若$\alpha\perp\beta$，$m//\alpha$，则$m\perp\beta$　　B．若$\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m//n$

C．若$m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，则$\alpha//\beta$　　D．若$m\perp\alpha$，$m//n$，$n//\beta$，则$\alpha\perp\beta$

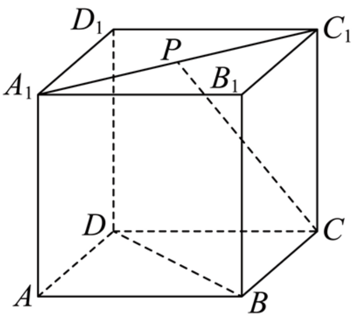
10．函数$f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，则下列说法正确的是（　）



A．$\omega=2$　　　　　　　　　　　　B．$\varphi=\frac{\pi}{3}$

C．$x=-\frac{\pi}{6}$是曲线$y=f(x)$的一条对称轴 D．$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6}\right]$上单调递增

11．一块正方体形木料如图所示，其棱长为 3，点P在线段A_1C_1上，且$A_1C_1=\sqrt{3}PC_1$，过点P将木料锯开，使得截面过BC，则（　　）



A．$PC\perp BD$

B．截得的两个几何体分别是三棱柱和四棱台

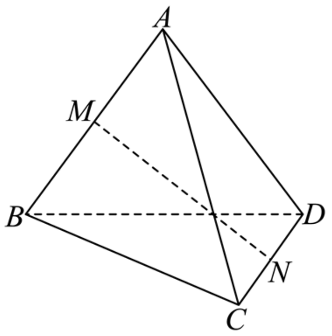
C．截面的面积为$6\sqrt{3}$

D．以点 A 为球心，AB长为半径的球面与截面的交线长为$\frac{3\pi}{2}$

三、填空题

12．已知向量$\vec{a}=(3,-2)$，$\vec{b}=(1,-1)$，$\vec{c}=m\vec{a}-\vec{b}$，若$\vec{b}\perp\vec{c}$，则$m=$________．

13．如图，在四面体$ABCD$中，$AC=8$，$BD=6$，M、N分别为AB、CD中点，并且异面直线AC与BD所成的角为90°，则MN的长为______．



14．如图为一个圆锥形的金属配件，重 90 克，其轴截面是一个等边三角形，现将其打磨成一个体积最大的球形配件，则该球形配件的重量为________克.

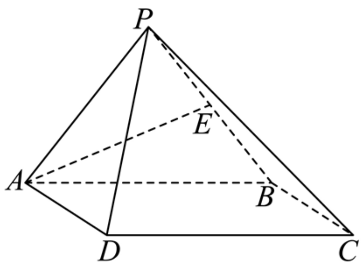
四、解答题

15．已知向量$\vec{a}=\left(\cos x,1\right),\vec{b}=\left(\sin x,-\frac{3}{2}\right)$.

(1)若$\vec{a}//\vec{b}$，且$x\in(0,\pi)$，求$\sin x-\cos x$的值；

(2)设函数$f\left(x\right)=2\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{a},x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，求函数$f\left(x\right)$的值域.

16．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，侧面PAB是正三角形，侧面$PAB\perp$底面$ABCD$，E是PB的中点.



(1)求证：$AE\perp$平面PBC；

(2)求侧面PCD与底面$ABCD$所成二面角的正弦值.

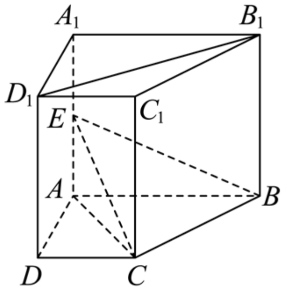
17．在锐角$\triangle ABC$中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知

$c\cdot\cos A=(2b-a)\cos C$.

(1)求$\angle C$的值；

(2)求$\frac{a}{b}$的取值范围.

18．如图，在四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1\perp$平面$ABCD$，$AB//CD$，$AD=CD=1$，$AA_1=AB=2$，E为线段AA_1的中点．从条件①②中选择一个作为已知，① $AD\perp BE$；② $BC=\sqrt{2}$．



(1)证明：$AC\perp$平面BCC_1B_1；

(2)求点C_1到平面BCE的距离；

(3)已知点M在线段CC_1上，直线EM与平面BCC_1B_1所成角的正弦值为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$，求线段CM的长．

19．已知：

①任何一个复数$z=a+b\mathrm{i}$都可以表示成$r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)$的形式．其中$r$是复数$z$的模，$\theta$是以$x$轴的非负半轴为始边，向量$\overrightarrow{OZ}$所在射线（射线$OZ$）为终边的角，叫做复数$z=a+b\mathrm{i}$的辐角，$r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)$叫做复数$z=a+b\mathrm{i}$的三角形式．

② $\mathrm{e}^{\mathrm{i}x}=\cos x+\mathrm{i}\sin x$被称为欧拉公式，是复数的指数形式．

③方程$x^n=1$（n为正整数）有n个不同的复数根．

(1)设$\omega=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$，求$\omega^{2024}$；

(2)试求出所有满足方程$x^6=1$的复数x的值所组成的集合；

(3)复数$z=\cos\frac{\pi}{1012}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{1012}$，求$(z-1)\left(z^2-1\right)\cdots\left(z^{2023}-1\right)$．

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	B	C	C	C	A	B	CD	AD
题号	11									
答案	ACD									

1．D

【分析】根据韦恩图可得图中阴影部分表示的集合为$A\cap \complement_U B$，进而结合补集和交集的定义求解即可.

【详解】图中阴影部分表示的集合为$A\cap \complement_U B$，

因为$B=\left\{x\middle|-3\le x\le 9\right\}$，$U=\mathrm{R}$，

所以$\complement_U B=\left\{x\middle|x<-3或x>9\right\}$，又$A=\left\{x\middle|-4<x<3\right\}$，

所以$A\cap \complement_U B=\left\{x\middle|-4<x<-3\right\}$.

故选：D.

2．A

【分析】由复数乘方运算化简，根据共轭复数定义即得答案.

【详解】由$z=\dfrac{1+2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}^{4\times 506}}=\dfrac{1+2\mathrm{i}}{2}=\dfrac{1}{2}+\mathrm{i}$，则$\overline{z}=\dfrac{1}{2}-\mathrm{i}$.

故选：A

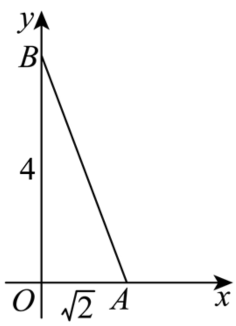
3．B

【分析】利用斜二测画法的定义通过$O'A',O'B'$的长确定OA，OB的长，再求出$\triangle OAB$的面积.

【详解】$\because O'A'$在x'轴上，$O'B'$在y'轴上，

$\therefore OA$在x轴上，OB在y轴上，

$OA=O'A'=\sqrt{2}$，$OB=2O'B'=2\sqrt{2+2}=4$，如图，



$\therefore S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times OA\times OB=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 4=2\sqrt{2}$.

故选：B.

4．C

【分析】利用同角三角函数的平方关系将$\cos^2 C$转化为$\sin^2 C$，利用正弦定理角化边，结合余弦定理可判断角C，即可得答案.

【详解】因为$\sin^2 A+\sin^2 B+\cos^2 C<1$，所以$\sin^2 A+\sin^2 B<1-\cos^2 C$，

即$\sin^2 A+\sin^2 B<\sin^2 C$，由正弦定理角化边得$a^2+b^2<c^2$，

即$a^2+b^2-c^2<0$，故$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}<0$.

因为$0<C<\pi$，所以C是钝角，即$\triangle ABC$是钝角三角形.

故选：C

5．C

【分析】分析该陀螺的表面结构，结合圆柱、圆锥的侧面积公式运算求解.

【详解】由题意可知：该陀螺的表面有：底面圆面、圆柱的侧面和圆锥的侧面，

且圆锥的母线长为$\sqrt{3^2+4^2}=5$，

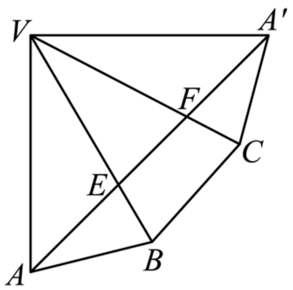
所以该陀螺的表面积为$\pi\times 3^2+2\pi\times 3\times 4+\pi\times 3\times 5=48\pi$.

故选：C.

6．C

【分析】沿着侧棱VA把正三棱锥$V-ABC$展开在一个平面内，利用平面上两点间的线段距离最短，通过解三角形求解即可.

【详解】如图．沿着侧棱VA把正三棱锥$V-ABC$展开在一个平面内，如下图所示：



则AA'即为$\triangle AEF$的周长的最小值，又因为$\angle AVB=\angle AVC=\angle BVC=30^\circ$，

所以$\angle AVA'=3\times 30^\circ=90^\circ$，在$\triangle VAA'$中，$VA=VA'=8$，由勾股定理得：

$AA'=\sqrt{VA^2+(VA')^2}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}$.

故选：C．

7．A

【分析】先由$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{3}{5}$，$\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，求出$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$，然后利用诱导公式化简式子求值即可.

【详解】$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{3}{5}$，$\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，

所以$\frac{\pi}{4}+\alpha\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$，所以$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{4}{5}$

$$\frac{5\sqrt{2}\left(2\cos^2\alpha-\sin 2\alpha\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\pi-\alpha\right)}$$

$$=\frac{5\sqrt{2}\left(2\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha\right)}{-\cos\alpha-\cos\alpha}$$

$$=\frac{10\sqrt{2}\cos\alpha\left(\cos\alpha-\sin\alpha\right)}{-2\cos\alpha}$$

$$=-5\sqrt{2}\left(\cos\alpha-\sin\alpha\right)=-10\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=-10\times\frac{4}{5}=-8,$$

故选：A

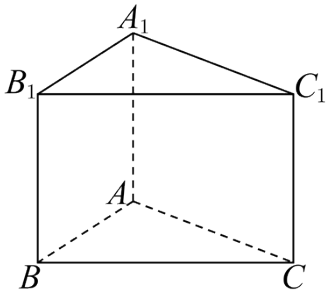
8．B

【分析】在$\triangle ABC$中，利用正弦定理求出$\triangle ABC$外接圆半径r，根据直三棱柱求出球心到平面ABC的距离为d，由$R=\sqrt{d^2+r^2}$及球的体积公式求解即可.

【详解】在$\triangle ABC$中，由正弦定理得$\triangle ABC$外接圆半径r满足$\frac{BC}{\sin\angle BAC}=2=2r$，所以$r=1$，

又因为在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中侧棱垂直于底面，所以该三棱柱外接球的球心到平面ABC的距离为$d=\frac{|AA_1|}{2}=\frac{1}{2}$，

所以该三棱柱外接球的半径为$R=\sqrt{d^2+r^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+1}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，体积为$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\times\frac{5\sqrt{5}}{8}=\frac{5\sqrt{5}}{6}\pi$.



故选：B.

【点睛】思路点睛:解决与球有关的内切或外接的问题时，解题的思路是确定球心的位置.对于外切的问题要注意球心到各个面的距离相等且都为球半径;对于球的内接几何体的问题，注意球心到各个顶点的距离相等，解题时要构造出由球心到截面圆的垂线段、小圆的半径和球半径组成的直角三角形，利用勾股定理求得球的半径.

9．CD

【分析】对于A，根据条件可得m与β可能有平行、相交或$m\subset\beta$；对于B，根据条件结合线与线位置关系即可得解；对于C，由垂直于同一条直线的两个平面平行即可得解；对于D，先由$m\perp\alpha$和$m//n$得$n\perp\alpha$，再由$n//\beta$结合面面垂直判定定理即可得解.

【详解】对于A，若$\alpha\perp\beta$，$m//\alpha$，则可能$m//\beta$或m与β相交或$m\subset\beta$，故A错误；

对于B，若$\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m//n$或m与n异面，故B错误；

对于C，若$m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，即平面α和β垂直于同一条直线m，则$\alpha//\beta$，故C正确；

对于D，若$m\perp\alpha$，$m//n$，则$n\perp\alpha$，又$n//\beta$，

则存在$l\subset\beta$使得$n//l$，所以$l\perp\alpha$，

所以由面面垂直判定定理得$\alpha\perp\beta$，故D正确.

故选：CD.

10．AD

【分析】对于A，根据图象求得$\omega=2$求解判断；对于B，由$f\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=-2$由

$=\dfrac{5\pi}{6}+\varphi=2k\pi+\pi\left(k\in\mathrm{Z}\right)$,求解判断；利用三角函数的对称轴对C选项进行判断，利用三角函数的单调性对D选项进行判断.

【详解】对于A，因为$\omega>0$，所以由图象知，

$\dfrac{T}{2}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{11\pi}{12}-\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{\pi}{2}$，所以$\omega=2$，A选项正确；

由图象知$A=2$，又因为$f\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=2\cos\left(2\times\dfrac{5\pi}{12}+\varphi\right)=-2$，