第1课 空间向量的有关概念与线性运算

宝应县曹甸高级中学　　王健

基础知识回顾与梳理

1、空间向量的有关概念

① 空间向量：在空间中，既有_大小_和_方向_的量叫做空间向量。

②相等向量：方向_相同_且模_相等_的向量。

③共线向量：表示空间向量的有向线段所在直线互相_平行或重合_的向量。

④共面向量：_能平移到同一平面内_的向量

基础知识回顾与梳理

下列命题是否正确

空间任意两向量均共面

（1）分别表示空间向量的有向线段所在的直线是异面直线，则这两个向量不是共面向量 ✗

（2）若 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ $\vec{b}$，的长度相等且方向相同或相反 ✗

$|\vec{a}|=|\vec{b}|$ 仅表示模相等与方向无关

（3）若向量 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$ 满足 $|\overrightarrow{AB}|>|\overrightarrow{CD}|$ 且 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 同向，则 $\overrightarrow{AB}>\overrightarrow{CD}$ ✗

空间向量不研究大小关系

（4）若两个非零向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 满足 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$，则 $\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{CD}$ √

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$ $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$ 共线

基础知识回顾与梳理

2、共线向量、共面向量定理和空间向量基本定理

① 共线向量定理

对空间任意两个向量 $\vec{a},\vec{b}(\vec{b}\neq\vec{0}),\vec{a}\parallel\vec{b}$ 的充要条件是__________

存在实数 λ，使得$\vec{a}=\lambda\vec{b}$

基础知识回顾与梳理

②共面向量定理

如果两个向量$\vec{a}$，$\vec{b}$不共线，那么向量$\vec{p}$与向量$\vec{a}$，$\vec{b}$共面的充要条件是存在有序实数对{x,y}，使得

$\vec{p}=$ $x\vec{a}+y\vec{b}$

③空间向量基本定理

如果三个向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$不共面，那么对空间任一向量$\vec{p}$，存在有序实数组{x, y, z}使得$\vec{p}=$ $x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$

把$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$叫做空间的一个基底。

基础知识回顾与梳理

下列命题：

①若A、B、C、D是空间任意四点，则有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$； √

②$|\vec{a}|-|\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$是$\vec{a}$、$\vec{b}$共线的充要条件； ×

③若$\vec{a}$、$\vec{b}$共线，则$\vec{a}$与$\vec{b}$所在直线平行； ×

④对空间任意一点O与不共线的三点A、B、C，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$（其中x、y、z∈R）,则P、A、B、C四点共面.其中不正确命题的个数是 ×

__3__

①中四点恰好围成一封闭图形，正确

②中当$\vec{a}$、$\vec{b}$同向时，应有$|\vec{a}|+|\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$；

③中向量所在直线可能重合；

④中需满足x+y+z=1，才有P、A、B、C四点共面.

诊断练习

题1：化简 $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})=$ $\underline{\quad \vec{0} \quad}$

解析： $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

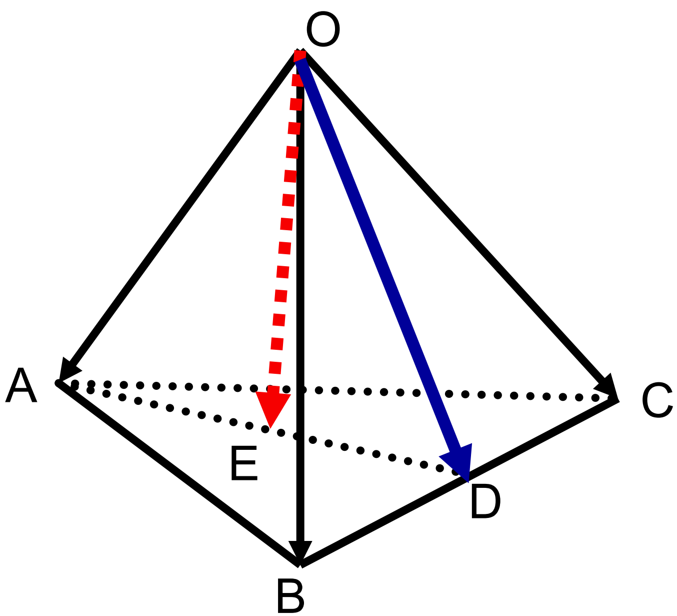
$$(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD})-(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD})=\vec{0}$$

点评： 向量的加减法三角形、平行四边形法则都要共起点，首尾相接向量的加法等于起始向量的始点指向末尾向量的终点

变式：化简 $\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{AC}=$ __________

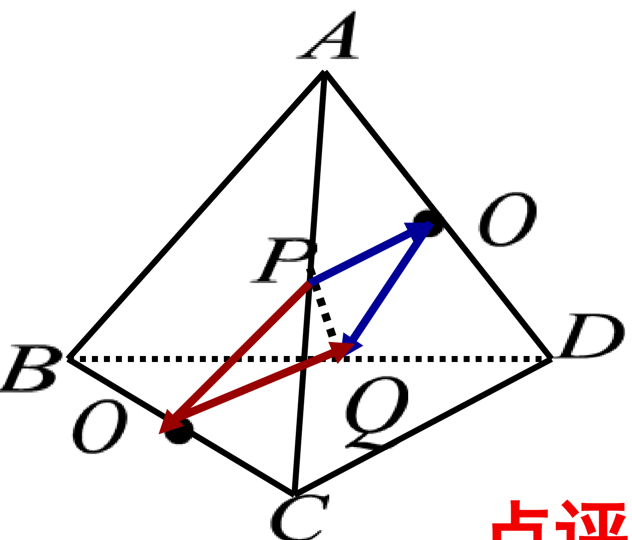
$$\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$$

题2．已知空间四边形OABC中，D是线段BC的中点，E是线段AD的中点，若向量 $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，则 $\overrightarrow{OE}=$ $\underline{\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}}$



变式 已知空间四边形ABCD中，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}-2\vec{c},\overrightarrow{CD}=5\vec{a}+6\vec{b}-8\vec{c}$

对角线AC、BD的中点分别为P、Q，则 $\overrightarrow{PQ}$ ________



解析： $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OQ}$ 取AD中点O

$$\overrightarrow{PO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{OQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

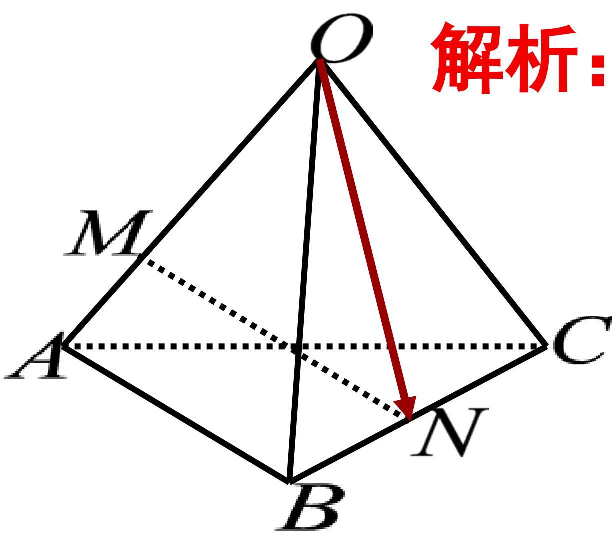
$$\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$=3\vec{a}+3\vec{b}-5\vec{c}$$

点评：O点在BC中点，同样可得，关键是平移向量 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$ 到向量 $\overrightarrow{PQ}$ 构造三角形

变式：已知空间四边形OABC中，点M在线段OA上，且OM=2MA，点N为BC的中点，设 $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$

则 $\overrightarrow{MN}=$__________



解析： $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}$

$$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})-\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}$$

$$=\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}-\frac{2}{3}\vec{a}$$