苏科版七年级下册数学 期末试卷真题汇编[解析版]

一、解答题

1．如图，直线 $PQ//MN$，一副直角三角板 $\Delta ABC,\Delta DEF$ 中，

$\angle ACB=\angle EDF=90^{\circ},\angle ABC=\angle BAC=45^{\circ},\angle DFE=30^{\circ},\angle DEF=60^{\circ}$．

（1）若 ΔDEF 如图 1 摆放，当 ED 平分 $\angle PEF$ 时，证明：FD 平分 $\angle EFM$．

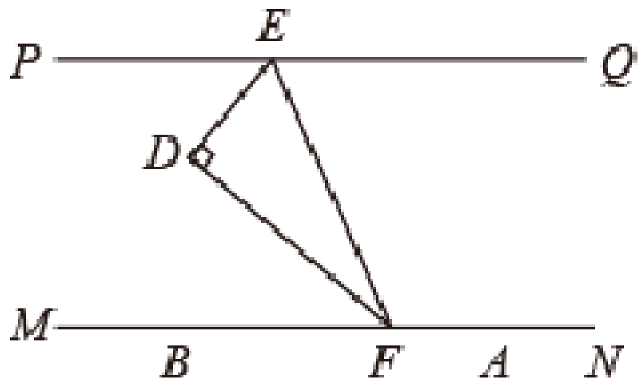


图1

（2）若 $\Delta ABC,\Delta DEF$ 如图 2 摆放时，则 $\angle PDE=$

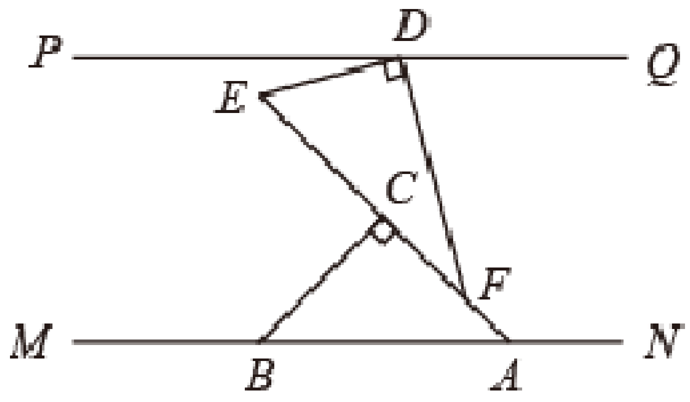


图2

（3）若图 2 中 ΔABC 固定，将 ΔDEF 沿着 AC 方向平移，边 DF 与直线 PQ 相交于点 G，作 $\angle FGQ$ 和 $\angle GFA$ 的角平分线 GH、FH 相交于点 H（如图 3），求 $\angle GHF$ 的度数．

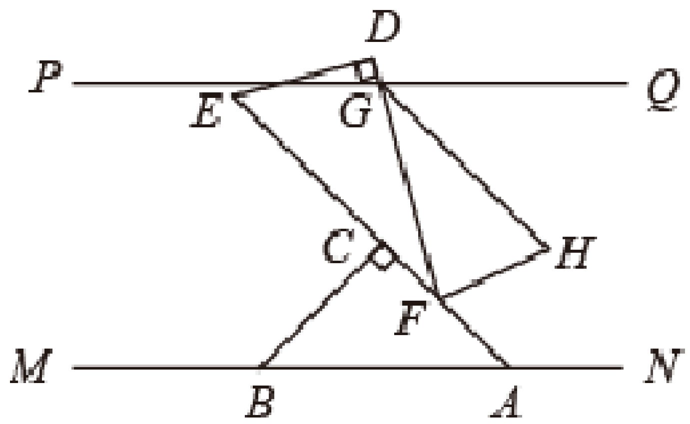


图3

（4）若图 2 中 ΔDEF 的周长 $35cm, AF=5cm$，现将 ΔABC 固定，将 ΔDEF 沿着 CA 方向平移至点 F 与 A 重合，平移后的得到 $\Delta D'E'A$，点 D、E 的对应点分别是 D'、E'，请直接写出四边形 $DEAD'$ 的周长．

（5）若图 2 中 ΔDEF 固定，（如图 4）将 ΔABC 绕点 A 顺时针旋转，1分钟转半圈，旋转至 AC 与直线 AN 首次重合的过程中，当线段 BC 与 ΔDEF 的一条边平行时，请直接写出旋转的时间．

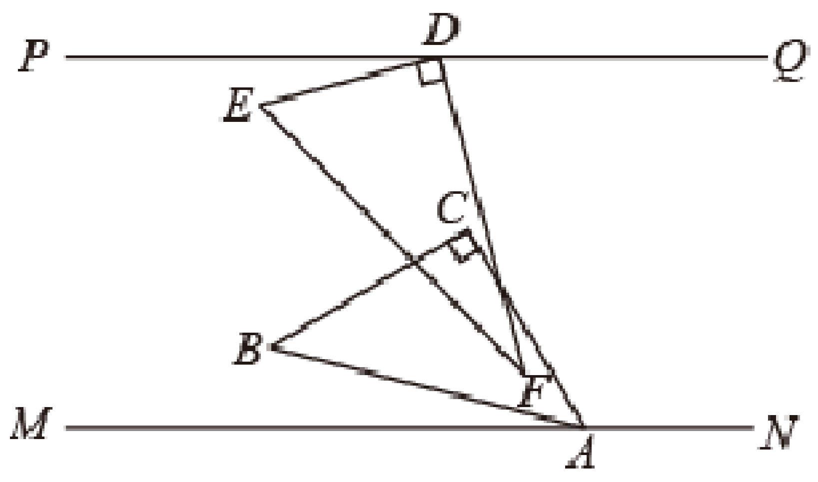
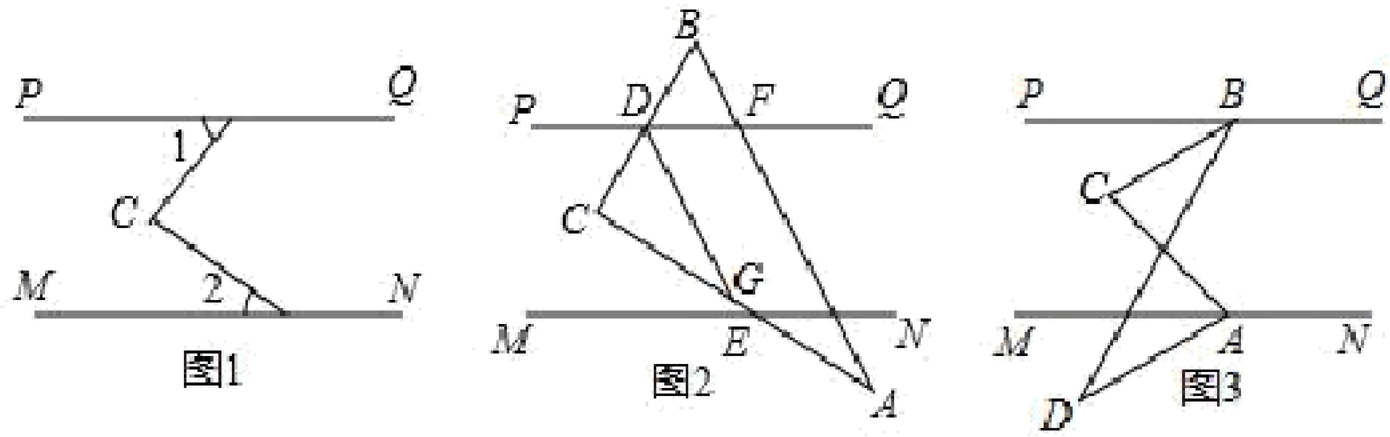


图4

2．如图，直线$PQ//MN$，点C是PQ、MN之间（不在直线PQ，MN上）的一个动点．

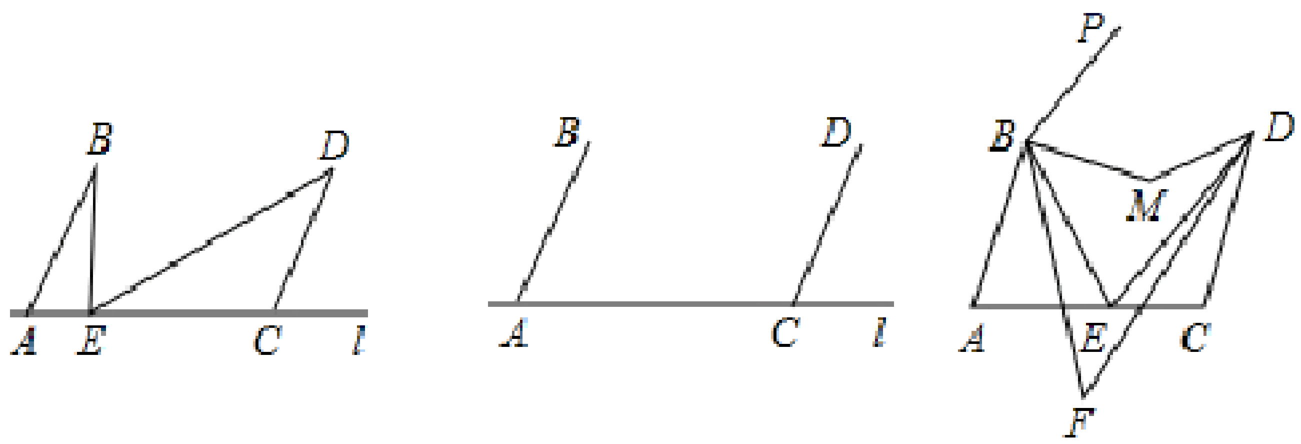


（1）如图1，若$\angle 1$与$\angle 2$都是锐角，请写出$\angle C$与$\angle 1$，$\angle 2$之间的数量关系并说明理由；

（2）把直角三角形ABC如图2摆放，直角顶点C在两条平行线之间，CB与PQ交于点D，CA与MN交于点E，BA与PQ交于点F，点G在线段CE上，连接DG，有$\angle BDF=\angle GDF$，求$\dfrac{\angle AEN}{\angle CDG}$的值；

（3）如图3，若点D是MN下方一点，BC平分$\angle PBD$，AM平分$\angle CAD$，已知$\angle PBC=25°$，求$\angle ACB+\angle ADB$的度数．

3．点 *A*，*C*，*E* 在直线 *l* 上，点 *B* 不在直线 *l* 上，把线段 *AB* 沿直线 *l* 向右平移得到线段 *CD*．



（1）如图1，若点 *E* 在线段 *AC* 上，求证：∠*B*+∠*D*=∠*BED*；

（2）若点 *E* 不在线段 *AC* 上，试猜想并证明∠*B*，∠*D*，∠*BED* 之间的等量关系；

（3）在（1）的条件下，如图2所示，过点 *B* 作 *PB*//*ED*，在直线 *BP*，*ED* 之间有点 *M*，使得∠*ABE*=∠*EBM*，∠*CDE*=∠*EDM*，同时点 *F* 使得∠*ABE*=*n*∠*EBF*，∠*CDE*=*n*∠*EDF*，其中 *n*≥1，设∠*BMD*=*m*，利用（1)中的结论求∠*BFD* 的度数（用含 *m*，*n* 的代数式表示）．

4．已知直线$AB//CD$，点 *P* 为直线AB、CD所确定的平面内的一点．

（1）如图1，直接写出$\angle APC$、$\angle A$、$\angle C$之间的数量关系______；

（2）如图2，写出$\angle APC$、$\angle A$、$\angle C$之间的数量关系，并证明；

（3）如图3，点 E 在射线 BA 上，过点 E 作 $EF//PC$，作 $\angle PEG=\angle PEF$，点 G 在直线 CD 上，作 $\angle BEG$ 的平分线 EH 交 PC 于点 H，若 $\angle APC=30$，$\angle PAB=140$，求 $\angle PEH$ 的度数．

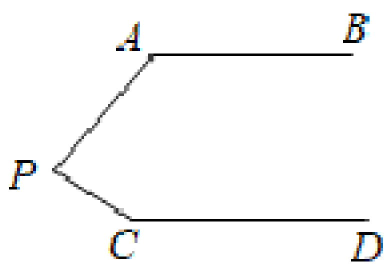


图1

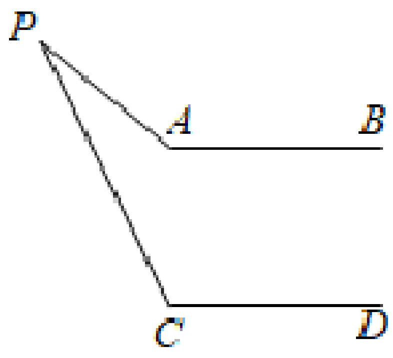


图2

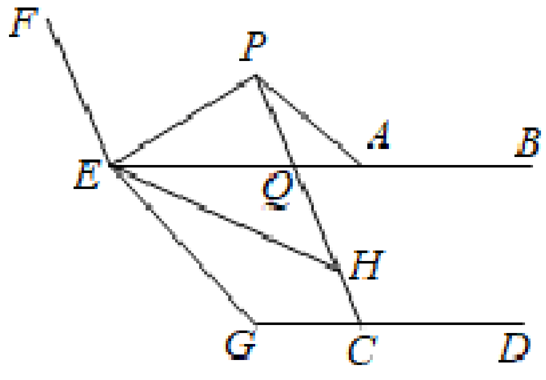


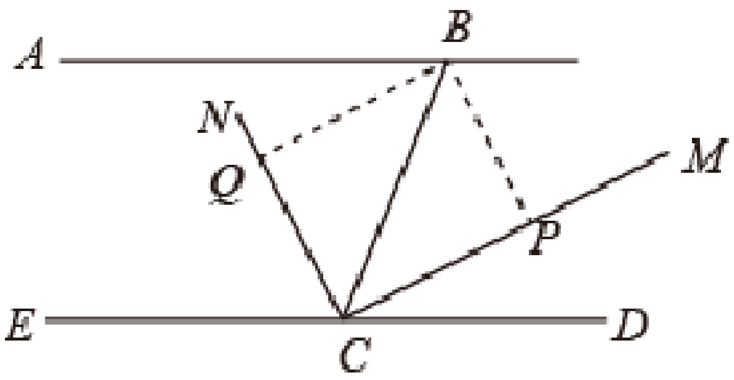
图3

5．如图，已知 $AB//CD$，CN 是 $\angle BCE$ 的平分线．

（1）若 CM 平分 $\angle BCD$，求 $\angle MCN$ 的度数；

（2）若 CM 在 $\angle BCD$ 的内部，且 $CM\perp CN$ 于 C，求证：CM 平分 $\angle BCD$；

（3）在（2）的条件下，过点 B 作 $BP\perp BQ$，分别交 CM、CN 于点 P、Q，$\angle PBQ$ 绕着 B 点旋转，但与 CM、CN 始终有交点，问：$\angle BPC+\angle BQC$ 的值是否发生变化？若不变，求其值；若变化，求其变化范围．



二、解答题

6．如图，以直角三角形 AOC 的直角顶点 O 为原点，以 OC、OA 所在直线为 x 轴和 y 轴建立平面直角坐标系，点 $A(0,a)$，$C(b,0)$ 满足 $\sqrt{a-2b}+|b-2|=0$．

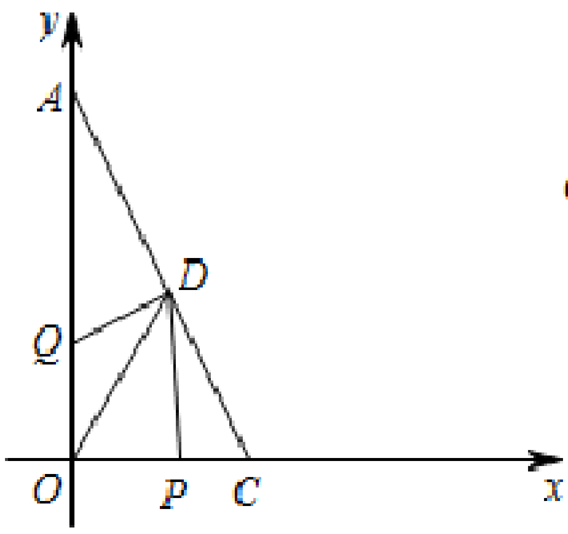


图1

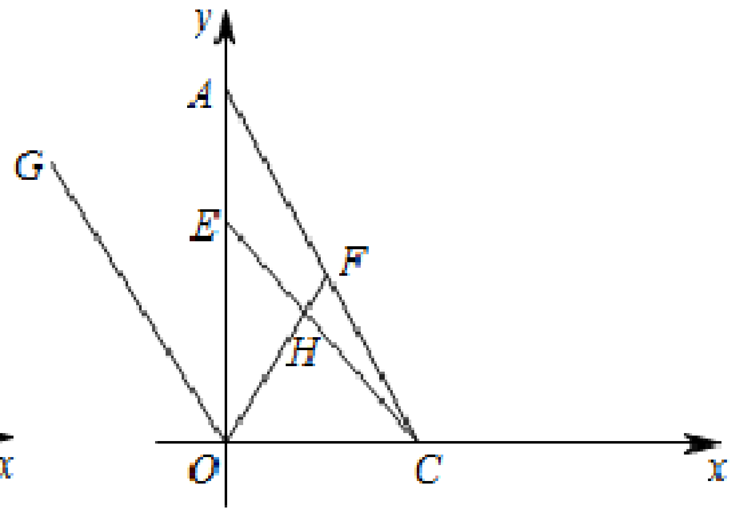


图2

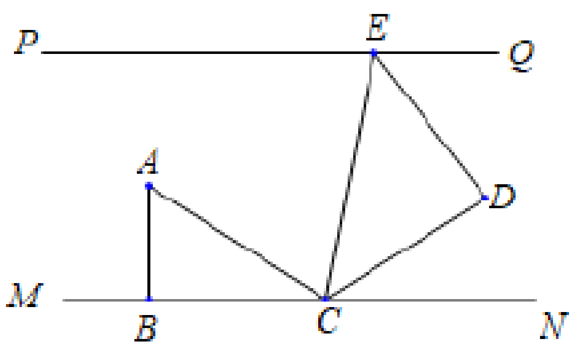
（1）C 点的坐标为______；A 点的坐标为______．

（2）如图1，已知坐标轴上有两动点 P、Q 同时出发，P 点从 C 点出发沿 x 轴负方向以 1 个单位长度每秒的速度匀速移动，Q 点从 O 点出发以 2 个单位长度每秒的速度沿 y 轴正方向移动，点 Q 到达 A 点整个运动随之结束．AC 的中点 D 的坐标是 $(1,2)$，设运动时间为 $t(t>0)$．问：是否存在这样的 t，使 $S_{ODP}=S_{ODQ}$？若存在，请求出 t 的值：若不存在，请

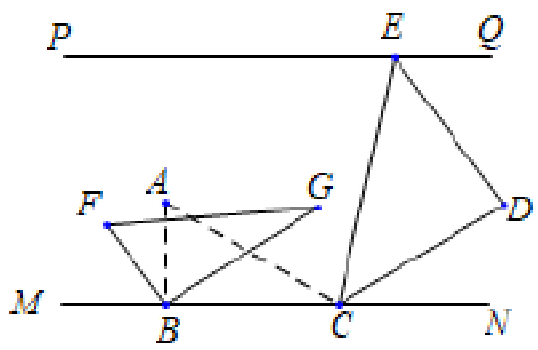
说明理由．

（3）如图 2，过 O 作 $OG//AC$，作 $\angle AOF=\angle AOG$ 交 AC 于点 F，点 E 是线段 OA 上一动点，连 CE 交 OF 于点 H，当点 E 在线段 OA 上运动的过程中，$\dfrac{\angle OHC+\angle ACE}{\angle OEC}$ 的值是否会发生变化？若不变，请求出它的值：若变化，请说明理由．

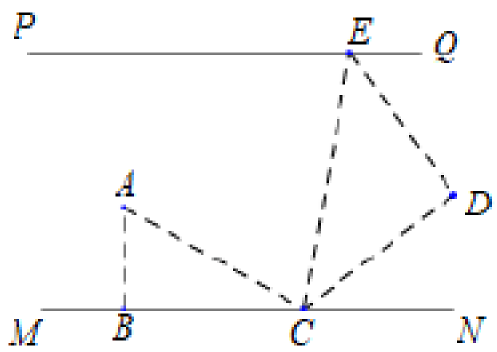
7．如图，直线 $PQ//MN$，一副三角板（$\angle ABC=\angle CDE=90°$，$\angle ACB=30°$，$\angle EAC=60°,\angle DCE=\angle DEC=45°$）按如图①放置，其中点 E 在直线 PQ 上，点 B,C 均在直线 MN 上，且 CE 平分 $\angle ACN$．



图①



图②



图③

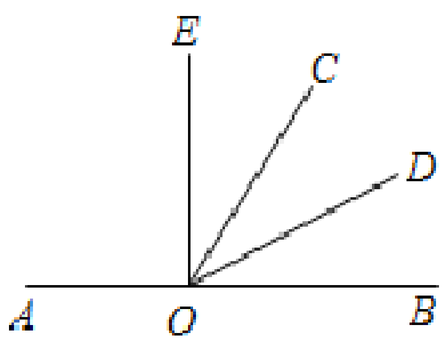
（1）求 $\angle DEQ$ 的度数．

（2）如图②，若将三角形 ABC 绕 B 点以每秒 $5°$ 的速度按逆时针方向旋转（A,C 的对应点分别为 F,G）．设旋转时间为 t 秒 $(0\le t\le 36)$．

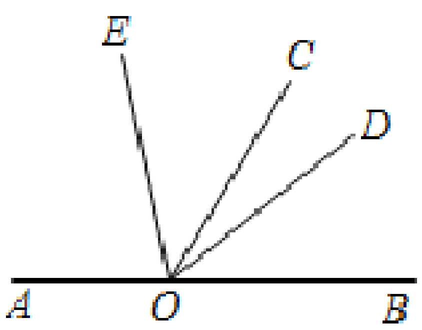
①在旋转过程中，若边 $BG//CD$，求 t 的值；

②若在三角形 ABC 绕 B 点旋转的同时，三角形 CDE 绕 E 点以每秒 $4°$ 的速度按顺时针方向旋转（C,D 的对应点分别为 H,K）．请直接写出当边 $BG//HK$ 时 t 的值．

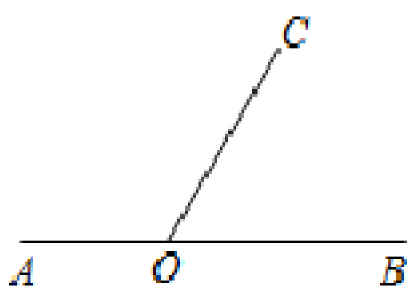
8．已知点 A，B，O 在一条直线上，以点 O 为端点在直线 AB 的同一侧作射线 OC，OD，OE 使 $\angle BOC=\angle EOD=60$．



图①



图②



备用图

（1）如图①，若 OD 平分 $\angle BOC$，求 $\angle AOE$ 的度数；

（2）如图②，将 $\angle EOD$ 绕点 O 按逆时针方向转动到某个位置时，使得 OD 所在射线把 $\angle BOC$ 分成两个角．

①若 $\angle COD:\angle BOD=1:2$，求 $\angle AOE$ 的度数；

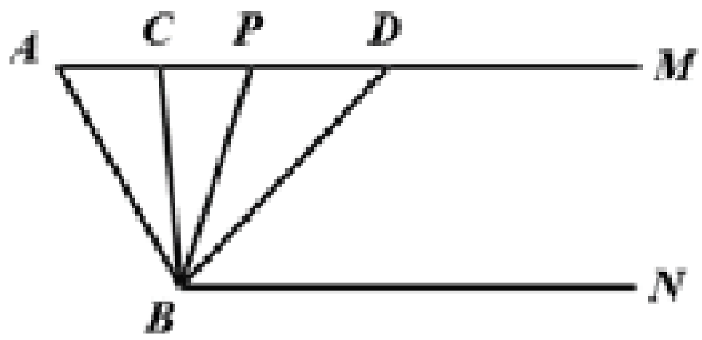
②若 $\angle COD:\angle BOD=1:n$（n 为正整数），直接用含 n 的代数式表示 $\angle AOE$．

9．如图所示，已知 $AM//BN$，点 P 是射线 AM 上一动点（与点 A 不重合），BC、BD 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$，分别交射线 AM 于点 C、D，且 $\angle CBD=60°$

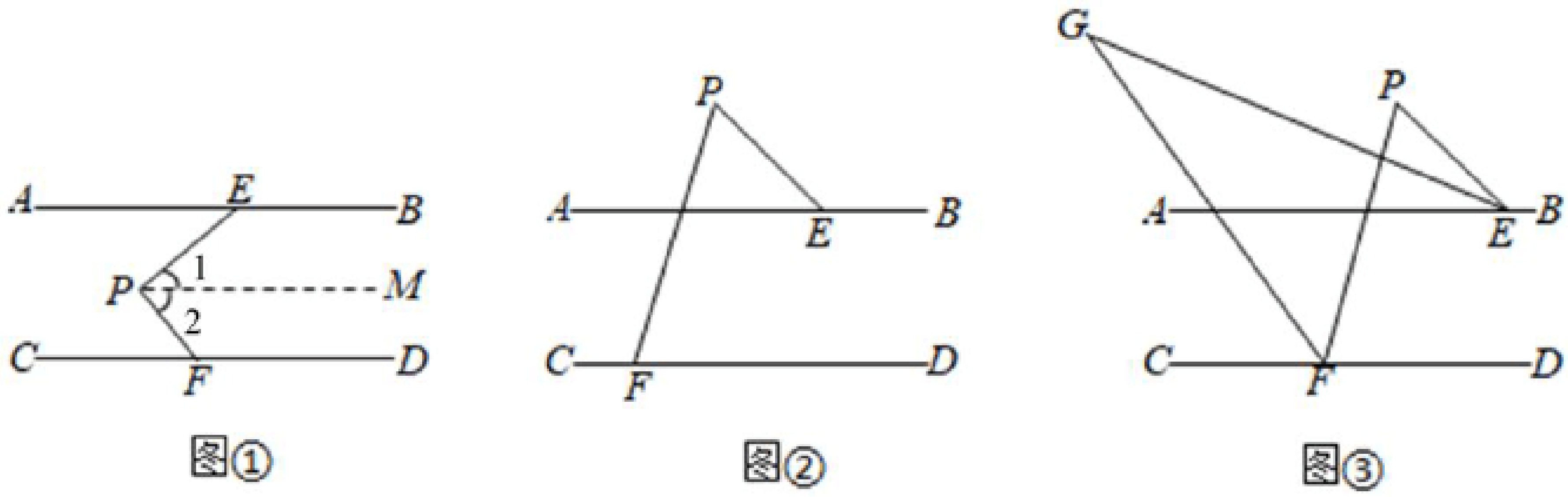
（1）求 $\angle A$ 的度数．

（2）当点 P 运动时，$\angle APB$ 与 $\angle ADB$ 之间的数量关系是否随之发生变化？若不变化，请写出它们之间的关系，并说明理由；若变化，请写出变化规律．

（3）当点 P 运动到使$\angle ACB=\angle ABD$时，求$\angle ABC$的度数．



10． （感知）如图①，$AB//CD,\angle AEP=40^{\circ},\angle PFD=130^{\circ}$，求$\angle EPF$的度数．小明想到了以下方法：



解：如图①，过点P作$PM//AB$，

$\therefore \angle 1=\angle AEP=40^{\circ}$（两直线平行，内错角相等）

$AB//CD$（已知），

$\therefore PM//CD$（平行于同一条直线的两直线平行），

$\therefore \angle 2+\angle PFD=180^{\circ}$（两直线平行，同旁内角互补）．

$\angle PFD=130^{\circ}$（已知），

$\therefore \angle 2=180^{\circ}-130^{\circ}=50^{\circ}$（等式的性质）．

$\therefore \angle 1+\angle 2=40^{\circ}+50^{\circ}=90^{\circ}$（等式的性质）．

即$\angle EPF=90^{\circ}$（等量代换）．

（探究）如图②，$AB//CD$，$\angle AEP=50^{\circ},\angle PFC=120^{\circ}$，求$\angle EPF$的度数．

（应用）如图③所示，在（探究）的条件下，$\angle PEA$的平分线和$\angle PFC$的平分线交于点G，则$\angle G$的度数是________________$^{\circ}$．

三、解答题

11． 阅读下列材料并解答问题：在一个三角形中，如果一个内角的度数是另一个内角度数的 3 倍，那么这样的三角形我们称为“梦想三角形”例如：一个三角形三个内角的度数分别是 120°，40°，20°，这个三角形就是一个“梦想三角形”．反之，若一个三角形是“梦想三角形”，那么这个三角形的三个内角中一定有一个内角的度数是另一个内角度数的 3 倍．

（1）如果一个“梦想三角形”有一个角为 108°，那么这个“梦想三角形”的最小内角的度数为__________

（2）如图 1，已知∠ *MON*＝60°，在射线 *OM* 上取一点 *A*，过点 *A* 作 *AB*⊥*OM* 交 *ON* 于点 *B*，以 *A* 为端点作射线 *AD*，交线段 *OB* 于点 *C*（点 *C* 不与 *O*、*B* 重合），若∠ *ACB*=80°．判定△ *AOB*、△ *AOC* 是否是“梦想三角形”，为什么？

（3）如图 2，点 D 在△ ABC 的边上，连接 DC，作∠ ADC 的平分线交 AC 于点 E，在 DC 上取一点 F，使得∠ EFC+∠ BDC＝180°，∠ DEF＝∠ B．若△ BCD 是“梦想三角形”，求∠ B 的度数．

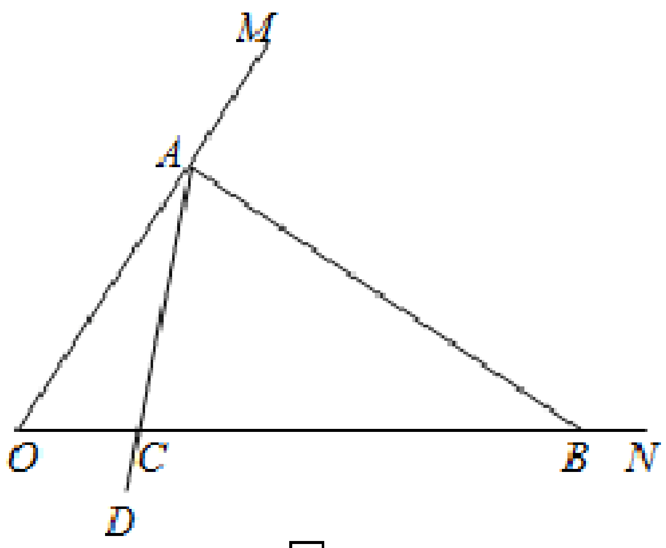


图1

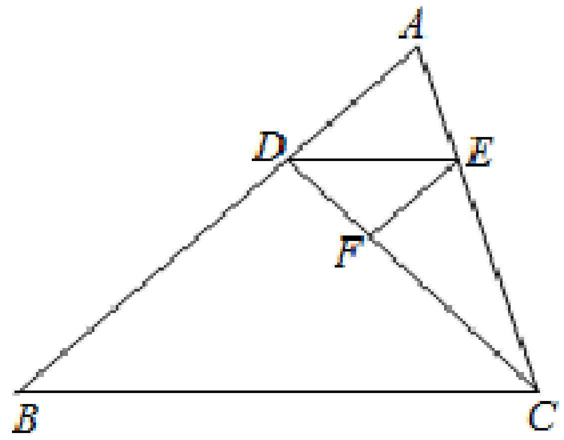
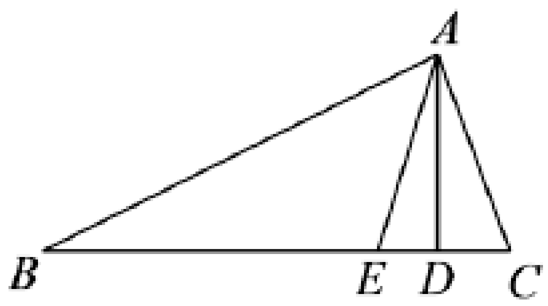


图2

12．如图，在 ABC 中，AD 是高，AE 是角平分线，$\angle B=20°$，$\angle C=60°$．



（1）求 $\angle CAD$ 、$\angle AEC$ 和 $\angle EAD$ 的度数．

（2）若图形发生了变化，已知的两个角度数改为：当 $\angle B=30°$，$\angle C=60°$，则 $\angle EAD=$__________°．

当 $\angle B=50°$，$\angle C=60°$ 时，则 $\angle EAD=$__________°．

当 $\angle B=60°$，$\angle C=60°$ 时，则 $\angle EAD=$__________°．

当 $\angle B=70°$，$\angle C=60°$ 时，则 $\angle EAD=$__________°．

（3）若 B 和 $\angle C$ 的度数改为用字母 α 和 β 来表示，你能找到 $\angle EAD$ 与 α 和 β 之间的关系吗？请直接写出你发现的结论．

13．操作示例：如图 1，在△ ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，△ ABD 的面积记为 S_1，△ ADC 的面积记为 S_2．则 $S_1=S_2$．

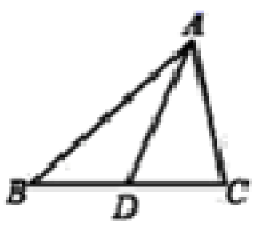


图 1

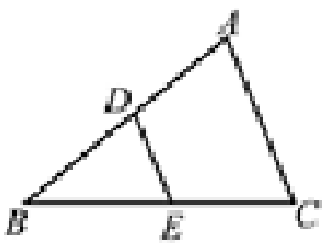


图 2

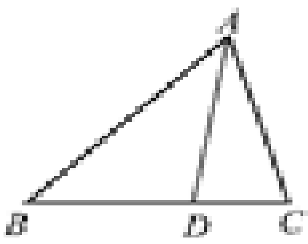


图 3

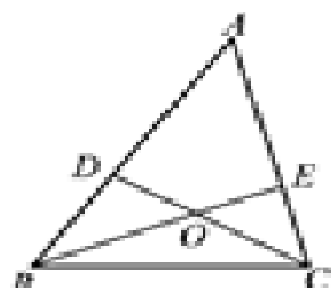


图 4

解决问题：在图 2 中，点 D、E 分别是边 AB、BC 的中点，若△ BDE 的面积为 2，则四边形 $ADEC$ 的面积为______．

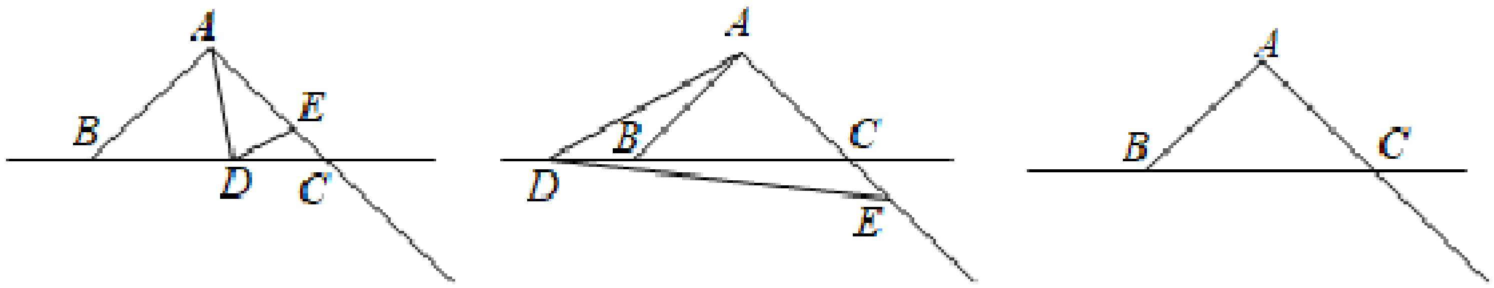
拓展延伸：

（1）如图 3，在△ ABC 中，点 D 在边 BC 上，且 $BD=2CD$，△ ABD 的面积记为 S_1，△ ADC 的面积记为 S_2．则 S_1 与 S_2 之间的数量关系为______．

（2）如图 4，在△ ABC 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，连接 BE、CD 交于点 O，且

BO=2EO，CO=DO，若△ BOC 的面积为 3，则四边形 ADOE 的面积为_____.

14．在 ABC 中，$\angle BAC=100°$，$\angle ABC=\angle ACB$，点 D 在直线 BC 上运动（不与点 B、C 重合），点 E 在射线 AC 上运动，且 $\angle ADE=\angle AED$，设 $\angle DAC=n°$.



①　　②　　③

（1）如图①，当点 D 在边 BC 上，且 $n=40°$ 时，则 $\angle BAD=$__________°，$\angle CDE=$__________°；

（2）如图②，当点 D 运动到点 B 的左侧时，其他条件不变，请猜想 $\angle BAD$ 和 $\angle CDE$ 的数量关系，并说明理由；

（3）当点 D 运动到点 C 的右侧时，其他条件不变，$\angle BAD$ 和 $\angle CDE$ 还满足（2）中的数量关系吗？请在图③中画出图形，并给予证明．（画图痕迹用黑色签字笔加粗加黑）

15．如图，直线 $PQ//MN$，一副直角三角板 $\Delta ABC,\Delta DEF$ 中，$\angle ACB=\angle EDF=90^{\circ},\angle ABC=\angle BAC=45^{\circ},\angle DFE=30^{\circ},\angle DEF=60^{\circ}$.

（1）若 ΔDEF 如图 1 摆放，当 ED 平分 $\angle PEF$ 时，证明：FD 平分 $\angle EFM$．

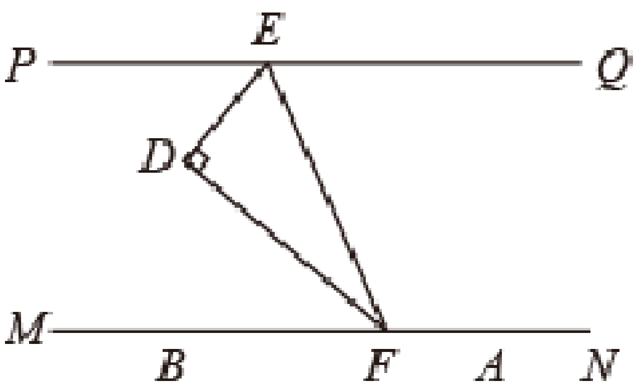


图1

（2）若 $\Delta ABC,\Delta DEF$ 如图 2 摆放时，则 $\angle PDE=$

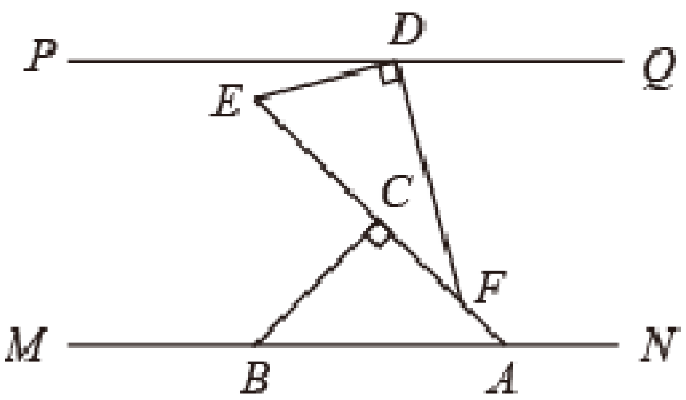


图2

（3）若图 2 中 ΔABC 固定，将 ΔDEF 沿着 AC 方向平移，边 DF 与直线 PQ 相交于点 G，作 $\angle FGQ$ 和 $\angle GFA$ 的角平分线 GH、FH 相交于点 H（如图 3），求 $\angle GHF$ 的度数.

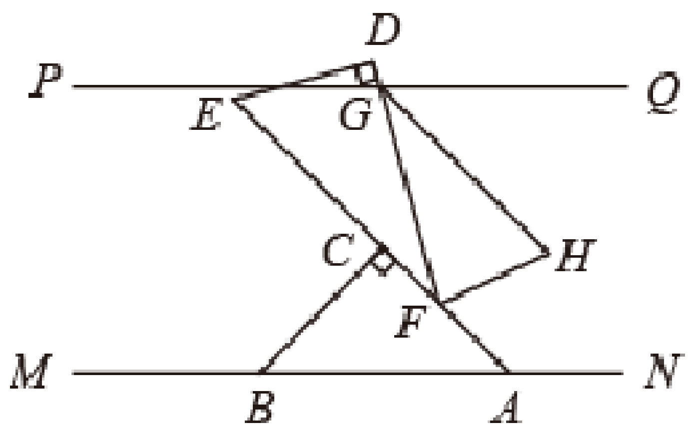


图3

（4）若图 2 中ΔDEF的周长$35cm, AF=5cm$，现将ΔABC固定，将ΔDEF沿着CA方向平移至点F与 A 重合，平移后的得到$\Delta D'E'A$，点D、E的对应点分别是D'、E'，请直接写出四边形$DEAD'$的周长．

（5）若图 2 中ΔDEF固定，（如图 4）将ΔABC绕点 A 顺时针旋转，1分钟转半圈，旋转至AC与直线AN首次重合的过程中，当线段BC与ΔDEF的一条边平行时，请直接写出旋转的时间．

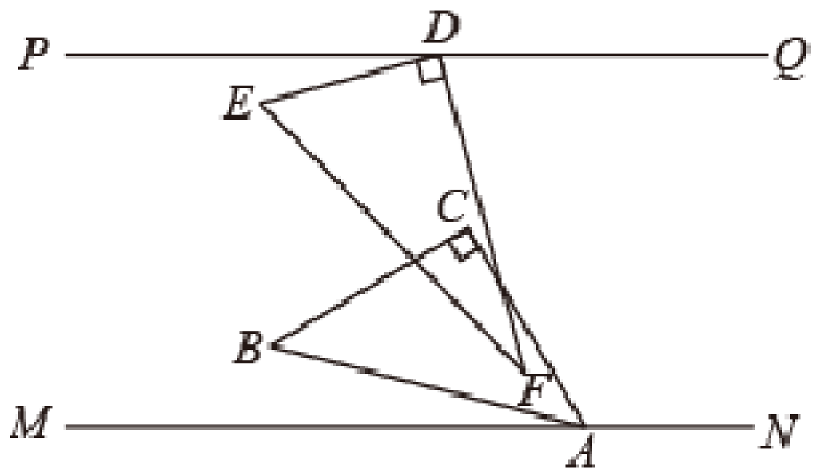


图4

【参考答案】

一、解答题

1．（1）见详解；（2）15°；（3）67.5°；（4）45cm；（5）10s 或 30s 或 40s

【分析】

（1）运用角平分线定义及平行线性质即可证得结论；

（2）如图 2，过点 E 作 EK∥MN，利用平行线性

解析：（1）见详解；（2）15°；（3）67.5°；（4）45cm；（5）10s 或 30s 或 40s

【分析】

（1）运用角平分线定义及平行线性质即可证得结论；

（2）如图 2，过点 *E* 作 *EK*∥*MN*，利用平行线性质即可求得答案；

（3）如图 3，分别过点 *F*、*H* 作 *FL*∥*MN*，*HR*∥*PQ*，运用平行线性质和角平分线定义即可得出答案；

（4）根据平移性质可得 *D′A*＝*DF*，*DD′*＝*EE′*＝*AF*＝5cm，再结合 *DE*＋*EF*＋*DF*＝35cm，可得出答案；

（5）设旋转时间为 *t* 秒，由题意旋转速度为 1 分钟转半圈，即每秒转 3°，分三种情况：①当 *BC*∥*DE* 时，②当 *BC*∥*EF* 时，③当 *BC*∥*DF* 时，分别求出旋转角度后，列方程求解即可．

【详解】

（1）如图 1，在△ DEF 中，$\angle EDF=90^\circ$，$\angle DFE=30^\circ$，$\angle DEF=60^\circ$，

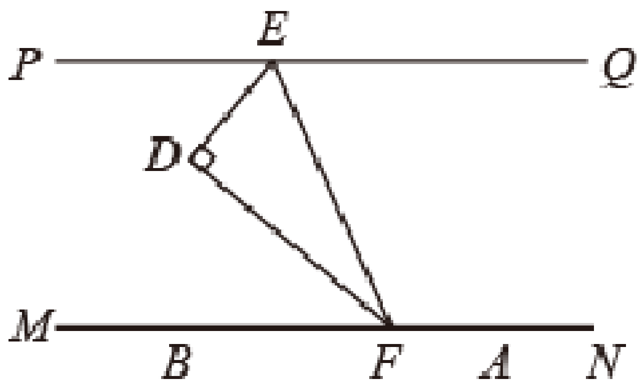


图1

∵ ED 平分$\angle PEF$，

∴ $\angle PEF=2\angle PED=2\angle DEF=2\times60^\circ=120^\circ$，

∵ $PQ\parallel MN$，

∴ $\angle MFE=180^\circ-\angle PEF=180^\circ-120^\circ=60^\circ$，

∴ $\angle MFD=\angle MFE-\angle DFE=60^\circ-30^\circ=30^\circ$，

∴ $\angle MFD=\angle DFE$，

∴ FD 平分$\angle EFM$；

（2）如图 2，过点 E 作 $EK\parallel MN$，

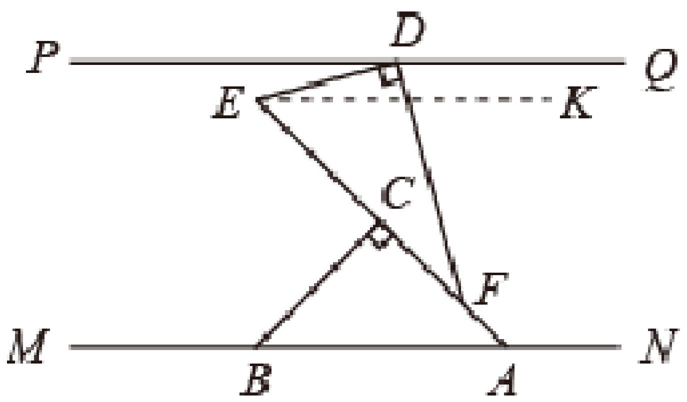


图2

∵ $\angle BAC=45^\circ$，

∴ $\angle KEA=\angle BAC=45^\circ$，

∵ $PQ\parallel MN$，$EK\parallel MN$，

∴ $PQ\parallel EK$，

∴ $\angle PDE=\angle DEK=\angle DEF-\angle KEA$，

又∵ $\angle DEF=60^\circ$．

∴ $\angle PDE=60^\circ-45^\circ=15^\circ$，

故答案为：15°；

（3）如图 3，分别过点 F、H 作 $FL\parallel MN$，$HR\parallel PQ$，

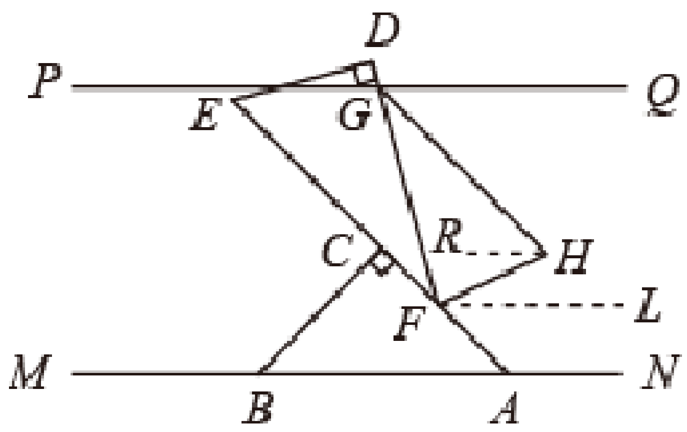


图3

$\therefore \angle LFA = \angle BAC = 45°$，$\angle RHG = \angle QGH$，

$\because FL \parallel MN$，$HR \parallel PQ$，$PQ \parallel MN$，

$\therefore FL \parallel PQ \parallel HR$，

$\therefore \angle QGF + \angle GFL = 180°$，$\angle RHF = \angle HFL = \angle HFA - \angle LFA$，

$\because \angle FGQ$ 和 $\angle GFA$ 的角平分线 GH、FH 相交于点 H，

$\therefore \angle QGH = \frac{1}{2}\angle FGQ$，$\angle HFA = \frac{1}{2}\angle GFA$，

$\because \angle DFE = 30°$，

$\therefore \angle GFA = 180° - \angle DFE = 150°$，

$\therefore \angle HFA = \frac{1}{2}\angle GFA = 75°$，

$\therefore \angle RHF = \angle HFL = \angle HFA - \angle LFA = 75° - 45° = 30°$，

$\therefore \angle GFL = \angle GFA - \angle LFA = 150° - 45° = 105°$，

$\therefore \angle RHG = \angle QGH = \frac{1}{2}\angle FGQ = \frac{1}{2}$（$180° - 105°$）$= 37.5°$，

$\therefore \angle GHF = \angle RHG + \angle RHF = 37.5° + 30° = 67.5°$；

（4）如图 4，$\because$ 将 $\triangle DEF$ 沿着 CA 方向平移至点 F 与 A 重合，平移后的得到 $\triangle D'E'A$，

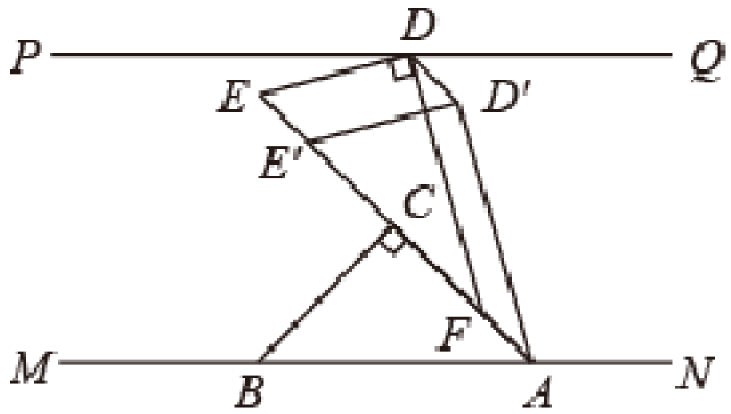


图4

$\therefore D'A = DF$，$DD' = EE' = AF = 5cm$，

$\because DE + EF + DF = 35cm$，

$\therefore DE + EF + D'A + AF + DD' = 35 + 10 = 45$（cm），

即四边形 $DEAD'$ 的周长为 45cm；

（5）设旋转时间为 t 秒，由题意旋转速度为 1 分钟转半圈，即每秒转 3°，

分三种情况：

$BC \parallel DE$ 时，如图 5，此时 $AC \parallel DF$，

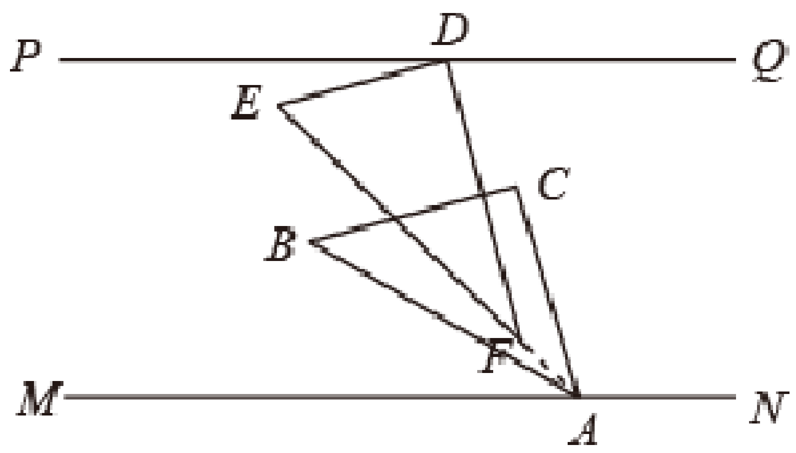


图5

∴∠ CAE＝∠ DFE＝30°，

∴ $3t$＝30，

解得：t＝10；

BC∥ EF 时，如图 6，

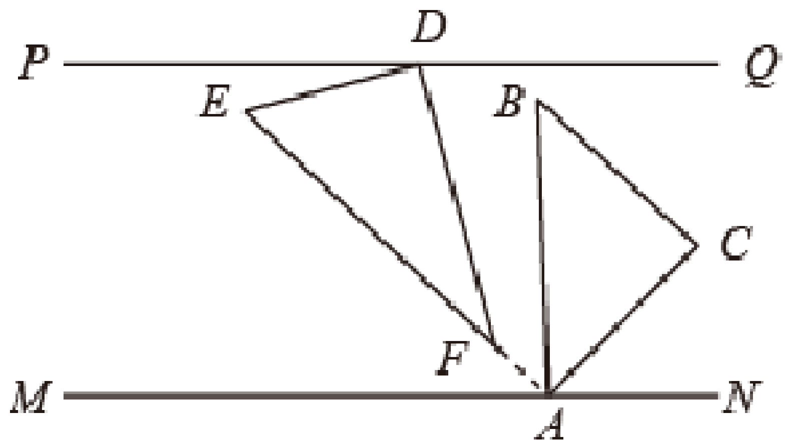


图6

∵ BC∥ EF，

∴∠ BAE＝∠ B＝45°，

∴∠ BAM＝∠ BAE＋∠ EAM＝45°＋45°＝90°，

∴ $3t$＝90，

解得：t＝30；

BC∥ DF 时，如图 7，延长 BC 交 MN 于 K，延长 DF 交 MN 于 R，

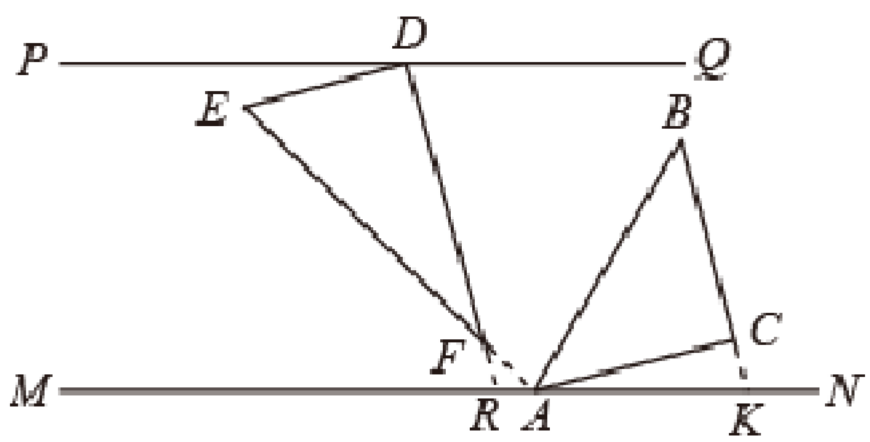


图7

∵∠ DRM＝∠ EAM＋∠ DFE＝45°＋30°＝75°，

∴∠ BKA＝∠ DRM＝75°，

∵∠ ACK＝180°−∠ ACB＝90°，

∴∠ CAK＝90°−∠ BKA＝15°，

∴∠ CAE＝180°−∠ EAM−∠ CAK＝180°−45°−15°＝120°，

∴ $3t$＝120，

解得：$t=40$，

综上所述，△*ABC* 绕点 *A* 顺时针旋转的时间为 10s 或 30s 或 40s 时，线段 *BC* 与△*DEF* 的一条边平行．

【点睛】

本题主要考查了平行线性质及判定，角平分线定义，平移的性质等，添加辅助线，利用平行线性质是解题关键．

2．（1）见解析；（2）；（3）75°

【分析】

（1）根据平行线的性质、余角和补角的性质即可求解．

（2）根据平行线的性质、对顶角的性质和平角的定义解答即可．

（3）根据平行线的性质和角平分线的定义以

解析：（1）见解析；（2）$\frac{1}{2}$；（3）75°

【分析】

（1）根据平行线的性质、余角和补角的性质即可求解．

（2）根据平行线的性质、对顶角的性质和平角的定义解答即可．

（3）根据平行线的性质和角平分线的定义以及三角形内角和解答即可．

【详解】

解：（1）$\angle C=\angle 1+\angle 2$，

证明：过 *C* 作 $l\parallel MN$，如下图所示，

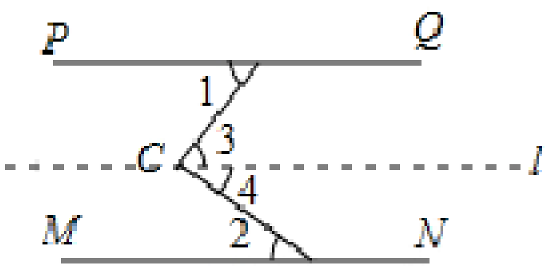


图1

$\because l\parallel MN$，

$\therefore \angle 4=\angle 2$（两直线平行，内错角相等），

$\because l\parallel MN$，$PQ\parallel MN$，

$\therefore l\parallel PQ$，

$\therefore \angle 3=\angle 1$（两直线平行，内错角相等），

$\therefore \angle 3+\angle 4=\angle 1+\angle 2$，

$\therefore \angle C=\angle 1+\angle 2$；

（2）$\because \angle BDF=\angle GDF$，

$\because \angle BDF=\angle PDC$，

$\therefore \angle GDF=\angle PDC$，

$\because \angle PDC+\angle CDG+\angle GDF=180°$，

$\therefore \angle CDG+2\angle PDC=180°$，

$\therefore \angle PDC=90°-\frac{1}{2}\angle CDG$，

由（1）可得，$\angle PDC+\angle CEM=\angle C=90°$，

$\therefore \angle AEN=\angle CEM$，

$$\therefore \frac{\angle AEN}{\angle CDG}=\frac{\angle CEM}{\angle CDG}=\frac{90°-\angle PDC}{\angle CDG}=\frac{90°-(90°-\frac{1}{2}\angle CDG)}{\angle CDG}=\frac{1}{2},$$

（3）设 BD 交 MN 于 J.

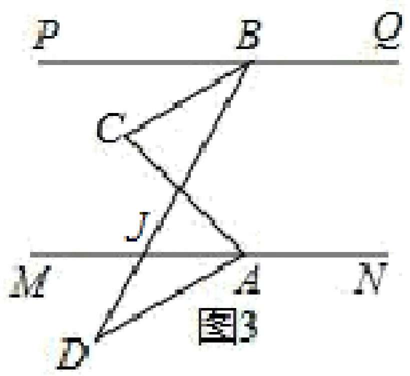


图3

$\because BC$ 平分$\angle PBD$，AM 平分$\angle CAD$，$\angle PBC=25°$，

$\therefore \angle PBD=2\angle PBC=50°$，$\angle CAM=\angle MAD$，

$\because PQ \parallel MN$，

$\therefore \angle BJA=\angle PBD=50°$，

$\therefore \angle ADB=\angle AJB-\angle JAD=50°-\angle JAD=50°-\angle CAM$，

由（1）可得，$\angle ACB=\angle PBC+\angle CAM$，

$\therefore \angle ACB+\angle ADB=\angle PBC+\angle CAM+50°-\angle CAM=25°+50°=75°$.

【点睛】

本题考查了平行线的性质、余角和补角的性质，解题的关键是根据平行找出角度之间的关系.

3．（1）见解析；（2）当点 E 在 CA 的延长线上时，∠BED=∠D-∠B；当点 E 在 AC 的延长线上时，∠BED=∠BET-∠DET=∠B-∠D；（3）

【分析】

（1）如图 1 中，过点 E 作 ET∥AB．利用平行

解析：（1）见解析；（2）当点 E 在 CA 的延长线上时，$\angle BED=\angle D-\angle B$；当点 E 在 AC 的延长线上时，$\angle BED=\angle BET-\angle DET=\angle B-\angle D$；（3）$\frac{m(n-1)}{2n}$

【分析】

（1）如图 1 中，过点 E 作 $ET\parallel AB$．利用平行线的性质解决问题.

（2）分两种情形：如图 2-1 中，当点 E 在 CA 的延长线上时，如图 2-2 中，当点 E 在 AC 的延长线上时，构造平行线，利用平行线的性质求解即可.

（3）利用（1）中结论，可得$\angle BMD=\angle ABM+\angle CDM$，$\angle BFD=\angle ABF+\angle CDF$，由此解决问题即可.

【详解】

解：（1）证明：如图 1 中，过点 E 作 $ET\parallel AB$．由平移可得 AB∥CD，

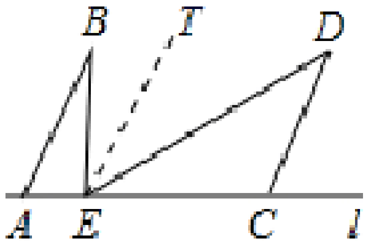


图1

∵ $AB\parallel ET$，$AB\parallel CD$，

∴ $ET\parallel CD\parallel AB$，

∴ $\angle B=\angle BET$，$\angle TED=\angle D$，

∴ $\angle BED=\angle BET+\angle DET=\angle B+\angle D$.

（2）如图 2-1 中，当点 E 在 CA 的延长线上时，过点 E 作 $ET\parallel AB$.

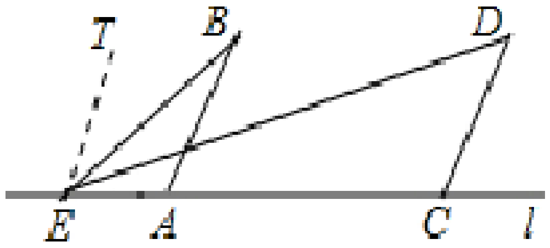


图2-1

∵ $AB\parallel ET$，$AB\parallel CD$，

∴ $ET\parallel CD\parallel AB$，

∴ $\angle B=\angle BET$，$\angle TED=\angle D$，

∴ $\angle BED=\angle DET-\angle BET=\angle D-\angle B$.

如图 2-2 中，当点 E 在 AC 的延长线上时，过点 E 作 $ET\parallel AB$.

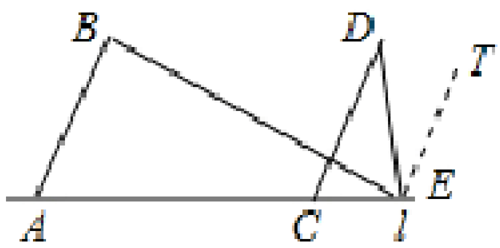


图2-2

∵ $AB\parallel ET$，$AB\parallel CD$，

∴ $ET\parallel CD\parallel AB$，

∴ $\angle B=\angle BET$，$\angle TED=\angle D$，

∴ $\angle BED=\angle BET-\angle DET=\angle B-\angle D$.

（3）如图，设$\angle ABE=\angle EBM=x$，$\angle CDE=\angle EDM=y$，

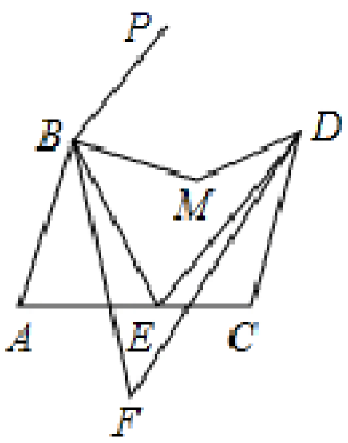


图2

∵ $AB\parallel CD$，

∴ $\angle BMD=\angle ABM+\angle CDM$，

∴ $m=2x+2y$，

∴ $x+y=\frac{1}{2}m$，

∵ ∠BFD=∠ABF+∠CDF，∠$ABE=n$∠EBF，∠$CDE=n$∠EDF，

∴ ∠$BFD=\frac{n-1}{n}x+\frac{n-1}{n}y=\frac{n-1}{n}(x+y)=\frac{n-1}{n}\times\frac{1}{2}m=\frac{m(n-1)}{2n}$.

【点睛】

本题属于几何变换综合题，考查了平行线的性质，角平分线的定义等知识，解题的关键是学会条件常用辅助线，构造平行线解决问题，属于中考常考题型.

4．（1）∠A+∠C+∠APC=360°；（2）见解析；（3）55°

【分析】

（1）首先过点 P 作 PQ∥AB，则易得 AB∥PQ∥CD，然后由两直线平行，同旁内角互补，即可证得∠A+∠C+∠APC=360

解析：（1）∠A+∠C+∠APC=360°；（2）见解析；（3）55°

【分析】

（1）首先过点 P 作 PQ∥AB，则易得 AB∥PQ∥CD，然后由两直线平行，同旁内角互补，即可证得∠A+∠C+∠APC=360°；

（2）作 PQ∥AB，易得 AB∥PQ∥CD，根据两直线平行，内错角相等，即可证得∠APC=∠A+∠C；

（3）由（2）知，∠APC=∠PAB-∠PCD，先证∠BEF=∠PQB=110°、∠$PEG=\frac{1}{2}$∠FEG，∠$GEH=\frac{1}{2}$∠BEG，根据∠PEH=∠PEG-∠GEH 可得答案.

【详解】

解：（1）∠A+∠C+∠APC=360°

如图 1 所示，过点 P 作 PQ∥AB，

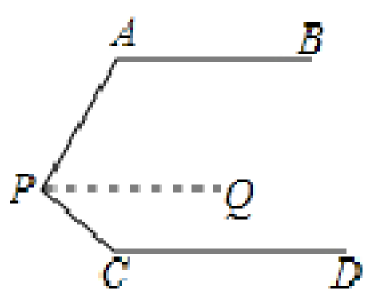


图1

∴∠A+∠APQ=180°，

∵ AB∥CD，

∴ PQ∥CD，

∴∠C+∠CPQ=180°，

∴∠A+∠APQ+∠C+∠CPQ=360°，即∠A+∠C+∠APC=360°；

（2）∠APC=∠A+∠C，

如图 2，作 PQ∥AB，

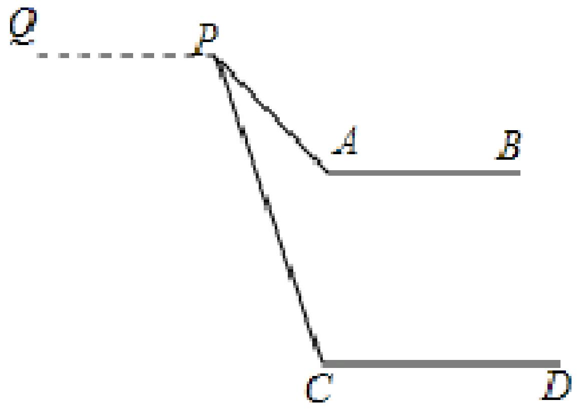


图2

∴∠A=∠APQ，

∵AB∥CD，

∴PQ∥CD，

∴∠C=∠CPQ，

∵∠APC=∠APQ-∠CPQ，

∴∠APC=∠A-∠C；

（3）由（2）知，∠APC=∠PAB-∠PCD，

∵∠APC=30°，∠PAB=140°，

∴∠PCD=110°，

∵AB∥CD，

∴∠PQB=∠PCD=110°，

∵EF∥BC，

∴∠BEF=∠PQB=110°，

∵EF∥BC，

∴∠BEF=∠PQB=110°，

∵∠PEG=∠PEF，

∴∠PEG=$\frac{1}{2}$∠FEG，

∵EH平分∠BEG，

∴∠GEH=$\frac{1}{2}$∠BEG，

∴∠PEH=∠PEG-∠GEH

=$\frac{1}{2}$∠FEG-$\frac{1}{2}$∠BEG

=$\frac{1}{2}$∠BEF

=55°．

【点睛】

此题考查了平行线的性质以及角平分线的定义．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意掌握数形结合思想的应用．

5．（1）90°；（2）见解析；（3）不变，180°

【分析】

（1）根据邻补角的定义及角平分线的定义即可得解；

（2）根据垂直的定义及邻补角的定义、角平分线的定义即可得解；

（3），过，分别作，，根据

解析：（1）90°；（2）见解析；（3）不变，180°

【分析】

（1）根据邻补角的定义及角平分线的定义即可得解；

（2）根据垂直的定义及邻补角的定义、角平分线的定义即可得解；

（3）$\angle BPC+\angle BQC=180°$，过$Q$，$P$分别作$QG//AB$，$PH//AB$，根据平行线的性质及平角的定义即可得解.

【详解】

解（1） CN，CM分别平分$\angle BCE$和$\angle BCD$，

$\therefore BCN=\frac{1}{2}\angle BCE$，$\angle BCM=\frac{1}{2}\angle BCD$，

$\angle BCE+\angle BCD=180°$，

$\therefore \angle MCN=\angle BCN+\angle BCM=\frac{1}{2}\angle BCE+\frac{1}{2}\angle BCD=\frac{1}{2}(\angle BCE+\angle BCD)=90°$；

（2） $CM\perp CN$，

$\therefore \angle MCN=90°$，即$\angle BCN+\angle BCM=90°$，

$\therefore 2\angle BCN+2\angle BCM=180°$，

CN是$\angle BCE$的平分线，

$\therefore \angle BCE=2\angle BCN$，

$\therefore \angle BCE+2\angle BCM=180°$，

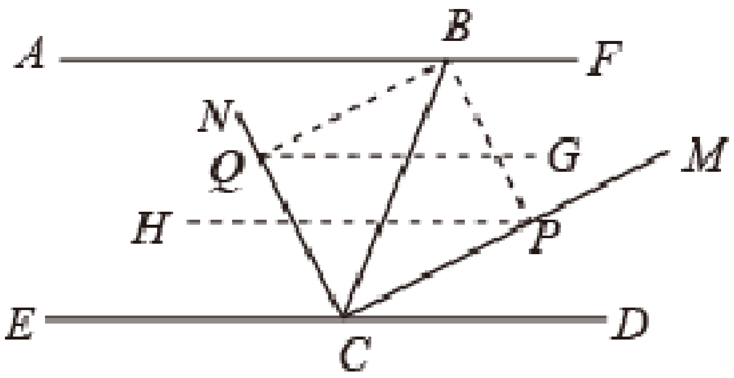
又 $\angle BCE+\angle BCD=180°$，

$\therefore \angle BCD=2\angle BCM$，

又 CM在$\angle BCD$的内部，

$\therefore CM$平分$\angle BCD$；

（3）如图，不发生变化，$\angle BPC+\angle BQC=180°$，过$Q$，$P$分别作$QG//AB$，$PH//AB$，



则有$QG//AB//PH//CD$，

$\therefore \angle BQG=\angle ABQ$，$\angle CQG=\angle ECQ$，$\angle BPH=\angle FBP$，$\angle CPH=\angle DCP$，

$BP\perp BQ$，$CP\perp CQ$，

$\therefore \angle PBQ=\angle PCQ=90°$，

$\angle ABQ+\angle PBQ+FBP=180°$，$\angle ECQ+\angle PCQ+\angle DCP=180°$，

$\therefore \angle ABQ+\angle FBP+\angle ECQ+\angle DCP=180°$，

$\therefore \angle BPC+\angle BQC=\angle BPH+\angle CPH+\angle BQG+\angle CQG$

$=\angle ABQ+\angle FBP+\angle ECQ+\angle DCP=180°$，

$\therefore \angle BPC+\angle BQC=180°$不变.