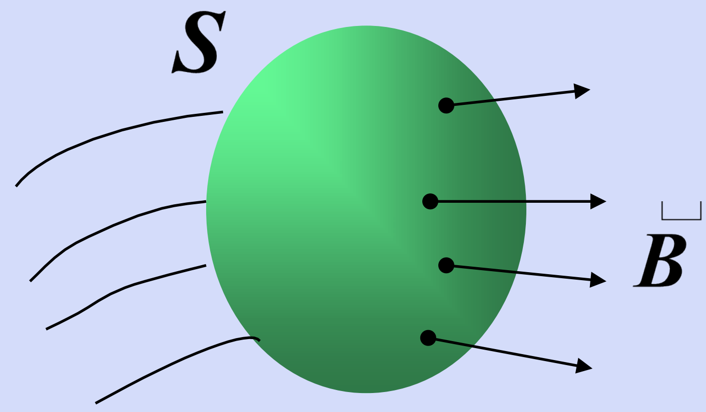
复习:磁场的基本性质与计算

一、磁场的基本性质

1、磁场的高斯定理

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{B}\bullet d\vec{s}=0$$

穿过任意闭曲面的磁通量等于零



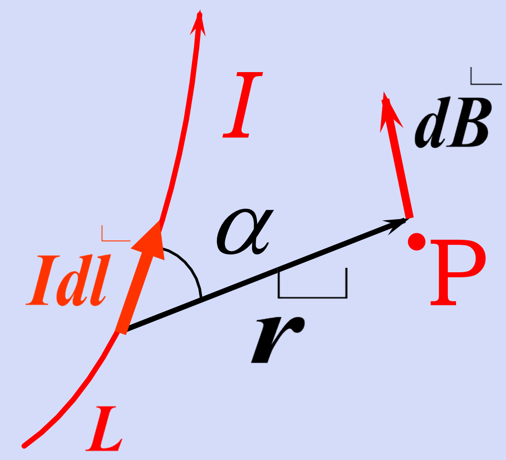
$\boxed{\text{磁场是无源场}}$

二、磁场的计算

1、叠加法计算磁感强度 ——毕奥---沙伐尔定律

电流元产生的磁感:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

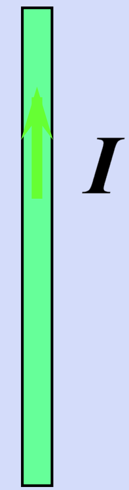


一条载流导线产生的磁感:

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

•载流直导线

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)}$$



•无限长载流直导线

$$\alpha_1=0 \qquad \alpha_2=\pi \qquad \boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$

•半无限长载流直导线

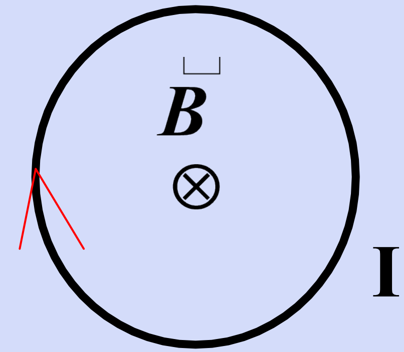
$$\alpha_1=\pi/2 \quad \alpha_2=\pi \qquad \boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}}$$

直导线延长线上 $\boxed{B=0}$

$$\alpha_1=\alpha_2=0$$

圆电流轴线上：

$$B=\frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$



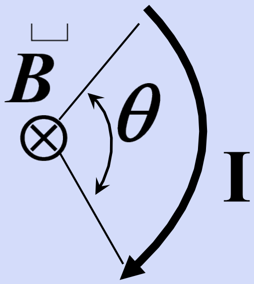
圆心处：

$$\boxed{\therefore B_0=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

载流圆弧： 圆心角 θ

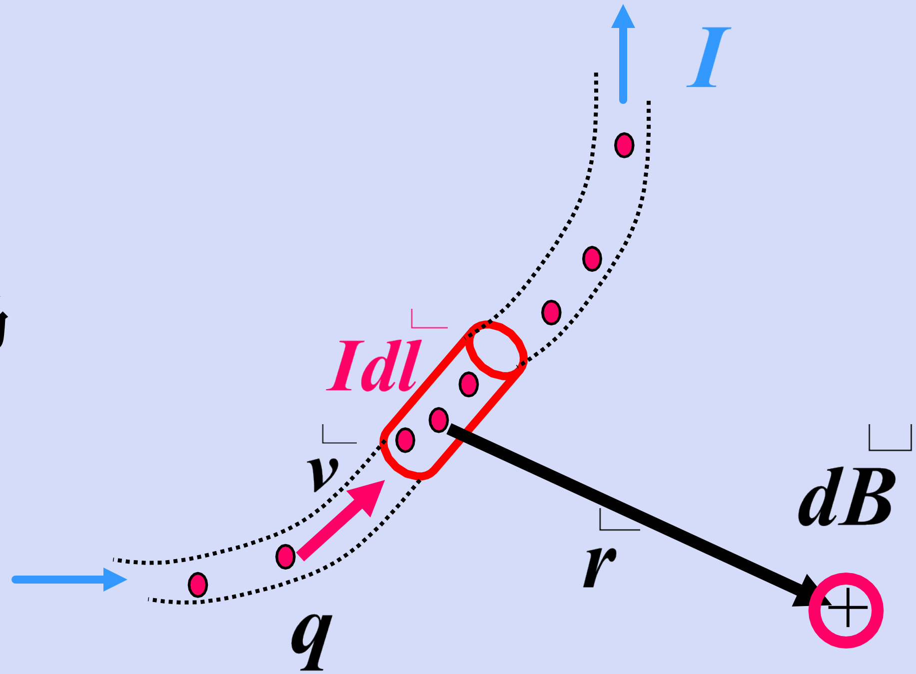
$$\therefore B=\frac{\mu_0 I}{2R}\bullet\frac{\theta}{2\pi}$$

$$\boxed{\therefore B=\frac{\mu_0 I\theta}{4\pi R}}$$



三、运动电荷产生的磁场

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

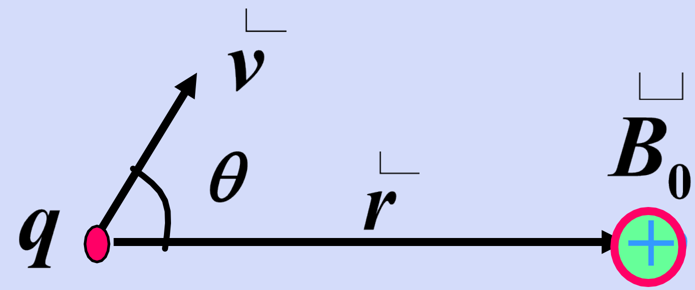


1、一个运动电荷产生的磁场

$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

大小：$B_0 = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{|q| vr \sin\theta}{r^3}$

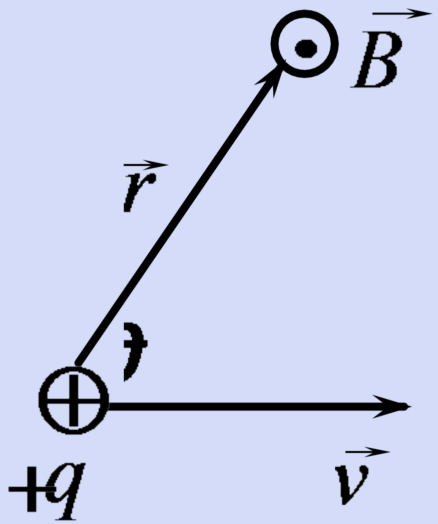
方向： 由$q\vec{v} \times \vec{r}$决定



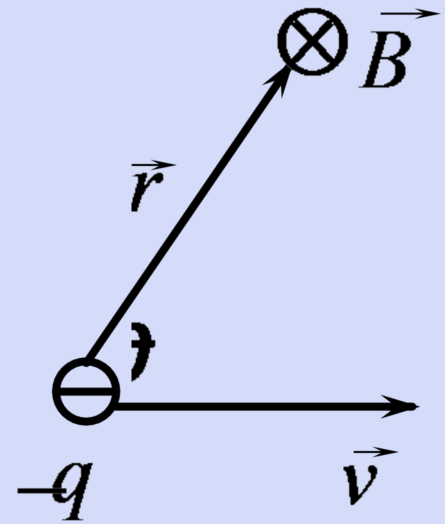
一个以速度 $\vec{v}$ 运动的电荷, 在距它r 处所激励的磁感应强度为:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

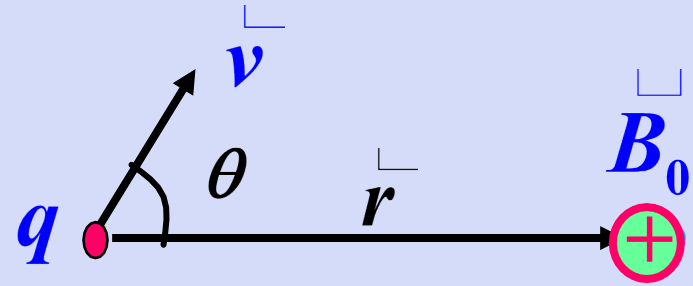
若$q > 0$，$\vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$同向。



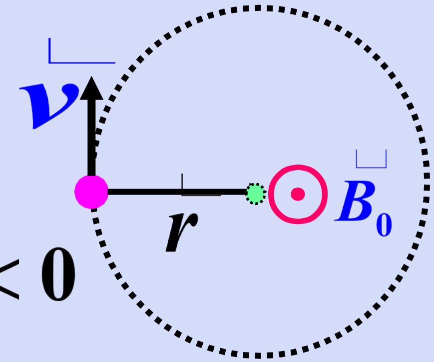
若$q < 0$，$\vec{B}$与$\vec{v}\times\vec{r}$反向。



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}_0}{r^2}$$



例题：考虑氢原子中的电子处于第一玻尔轨道时在原子核处产生的磁感。



$q < 0$

$$q = e = 1.6\times10^{-19}C$$

$$r = 0.53\times10^{-10}m$$

$$v = 2.18\times10^{6}m/s$$

$$\vec{v}\perp\vec{r}$$

□ $\vec{v}\perp\vec{r}, \therefore \sin\theta = 1$

$$B_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin\theta}{r^2}$$

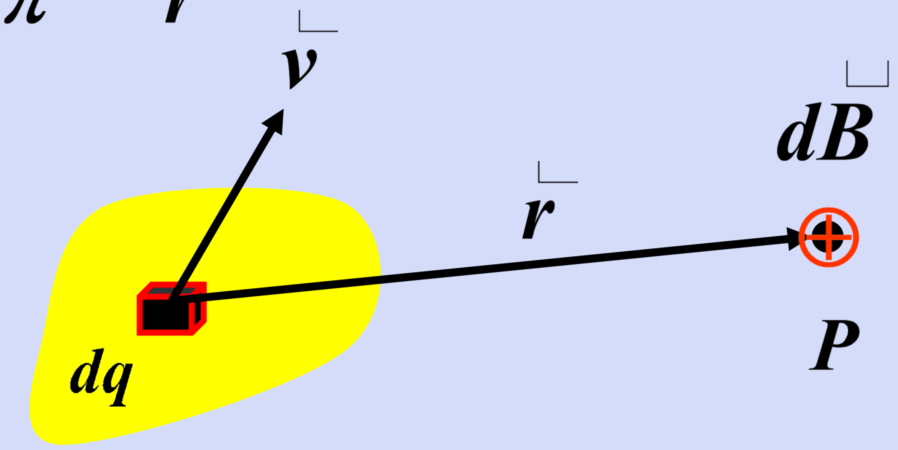
$$\therefore B_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ev}{r^2} = 12.4T$$

方向：垂直向外

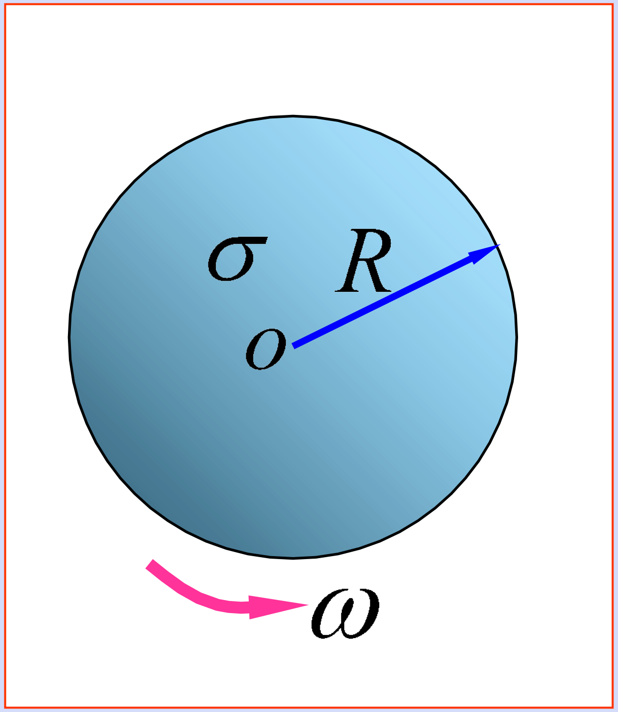
2、一个运动的带电体产生的磁场

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dq\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

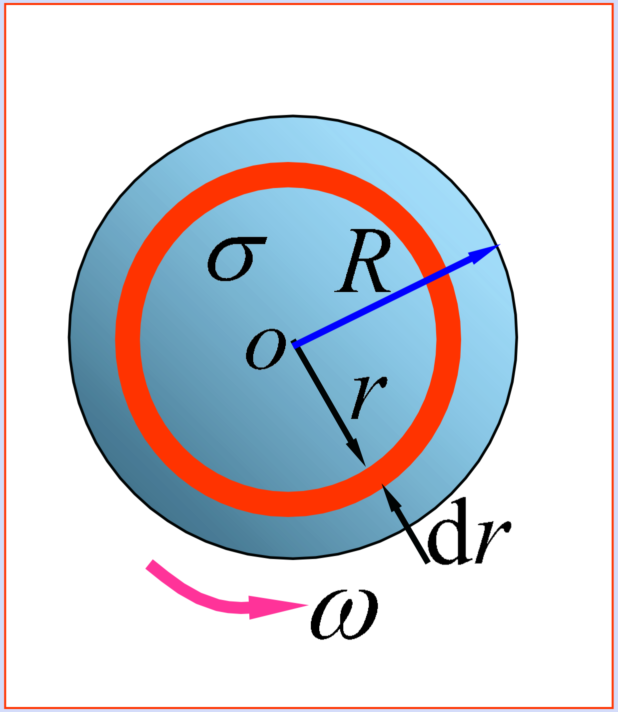
$$\vec{B} = \iiint d\vec{B} = \iiint \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dq\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$



例 半径为R 的带电薄圆盘的电荷面密度为σ，并以角速度ω 绕通过盘心垂直于盘面的轴转动。求圆盘中心的磁感应强度。



解法一　运动电荷的磁场



$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{r}\boldsymbol{\omega} \qquad \vec{\boldsymbol{v}} \perp \vec{\boldsymbol{r}}$$

$$\therefore \boldsymbol{dB} = \frac{\boldsymbol{\mu_0 dq \cdot vr}}{\boldsymbol{4\pi r^3}}$$

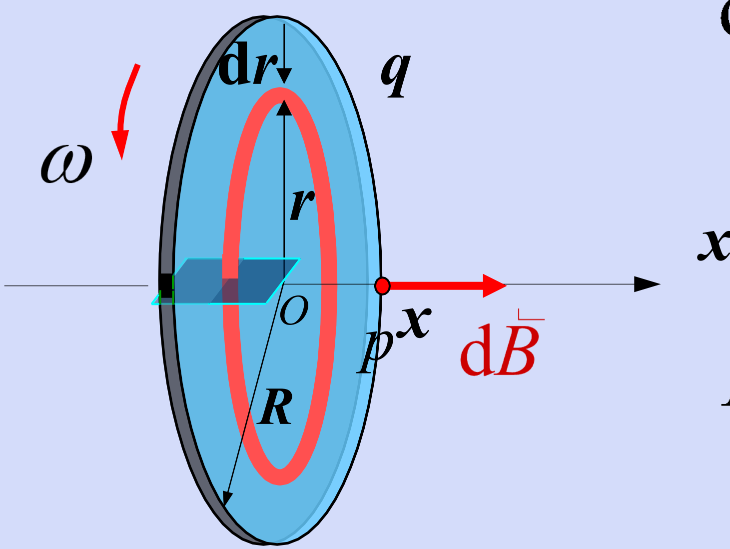
$$= \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \mathrm{d}r$$

$$B = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \int_0^R \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 \sigma \omega R}{2}$$

解法二 圆电流的磁场

细圆环 $\mathrm{d}q = \dfrac{q}{\pi R^2} \cdot 2\pi r \mathrm{d}r$

圆电流 $\mathrm{d}I = \dfrac{\mathrm{d}q}{T} = \dfrac{\sigma \cdot 2\pi r \mathrm{d}r}{2\pi/\omega} = \omega \sigma r \mathrm{d}r$



$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2r} = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \mathrm{d}r$$

圆盘在中心处的磁场

$$B = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \int_0^R \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 \sigma \omega R}{2}$$

$\sigma > 0$, $\vec{B}$ 向外 $\sigma < 0$, $\vec{B}$ 向内

11.4 安培环路定理

静电场: $$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

静电场的环流为零，静电场是保守场。

磁 场: $$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = ?$$

11-4 安培环路定理及其应用

一、 安培环路定理

静电场中有： $\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$

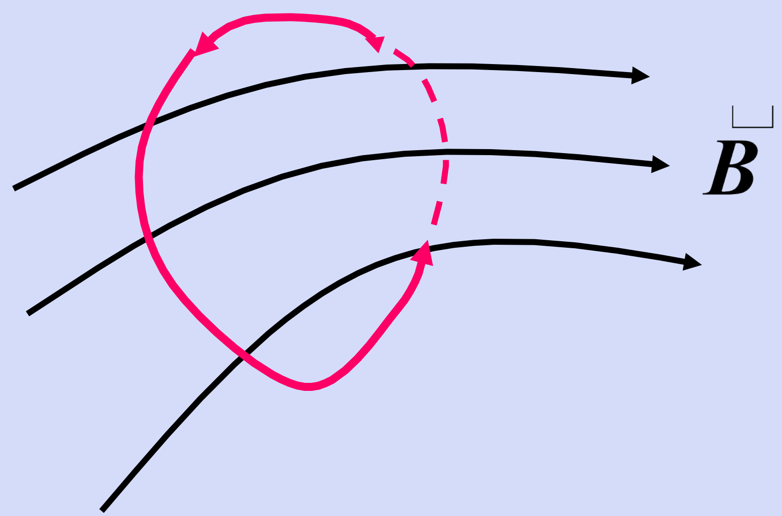
表明静电场是保守场，
电场线不闭合。

磁场线是闭合的，对于稳恒磁场： $\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=?}$

★ 安培环路定理的表述

在真空的稳恒磁场中，磁感应强度 $\vec{B}$ 在任意闭合回路上的环流，等于该闭合回路所包围的电流的代数和与真空中的磁导率的乘积。即

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_i I_i}$$



安培环路定理

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

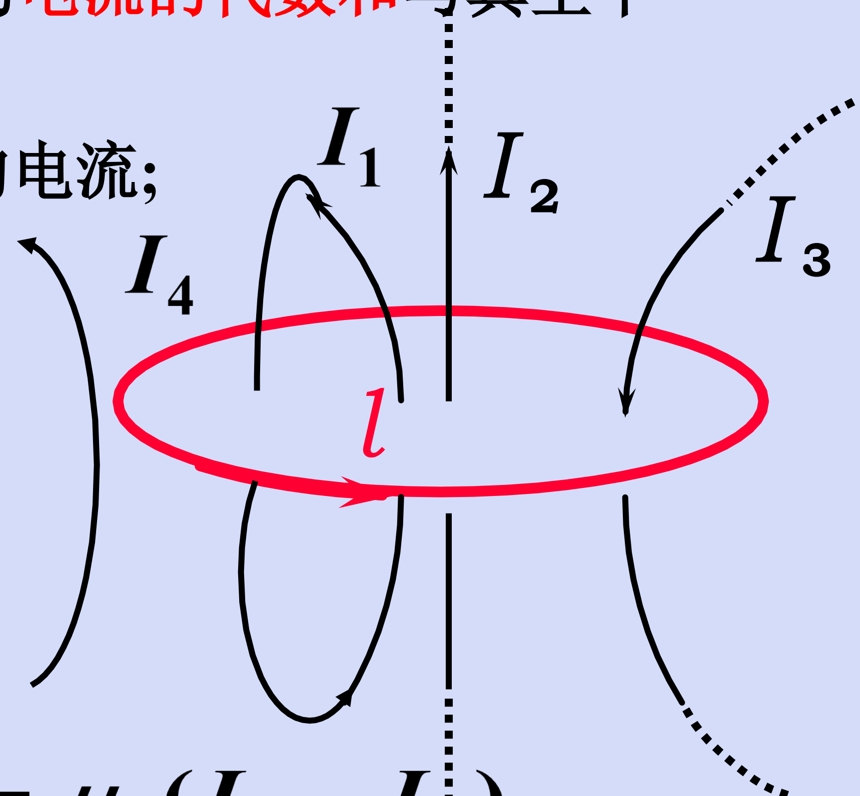
在真空的稳恒磁场中，磁感应强度 $\vec{B}$ 沿任意闭合回路上的环流，等于该闭合回路所包围的电流的代数和与真空中的磁导率的乘积。

说明

1. 包围 是指与环路相套连的电流;

2. 代数和

流向与环路的环绕方向满足右旋关系的电流为正, 否则为负.



如图 $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i = \mu_0 (I_2 - I_3)$

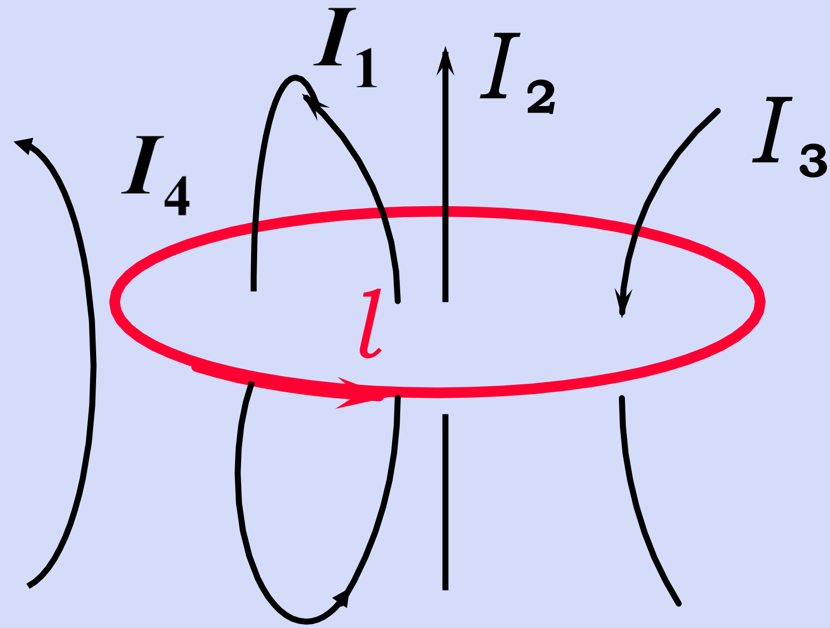
说明

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\sum I_i = \mu_0(I_2 - I_3)$$

磁感应强度，由所有电流产生

磁感应强度环流：仅由环路内包围的电流决定。

环路所包围的电流



讨论

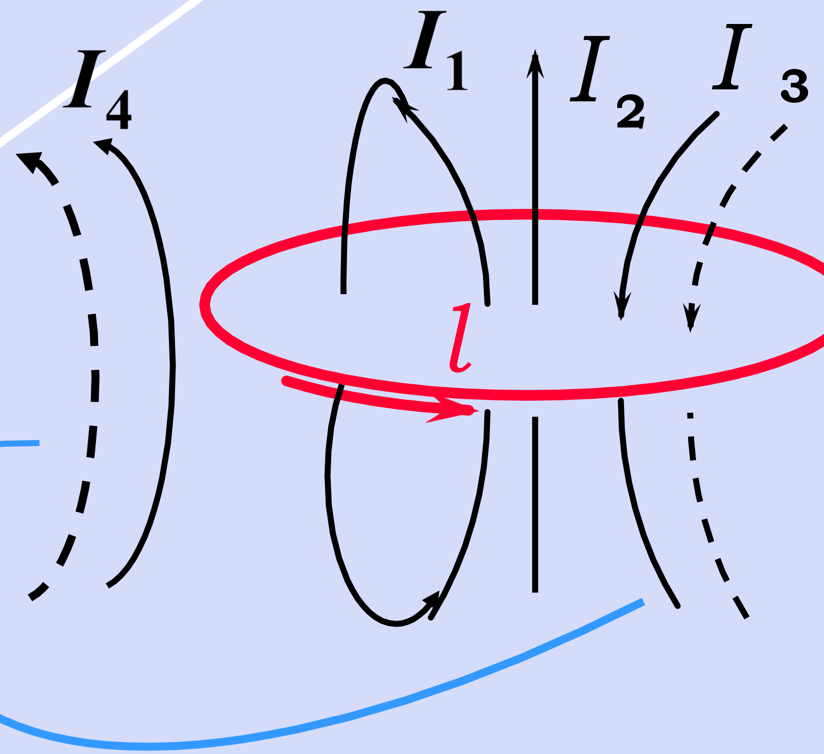
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i = \mu_0(I_2 - I_3)$$

?

?

改变

不变



位置移动

静电场环路定理 $$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

静电场是无漩场保守场

安培环路定理 $$\oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

恒定磁场是有漩场非保守场

二、安培环路定理的应用——计算磁感强度

回顾：利用高斯定理计算带电体产生的电场强度

$$\oiint E\cdot\cos\theta\cdot dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

当电荷分布具有足够对称性时可利用高斯定理计算E

$$\oint B\cdot\cos\theta\cdot dl=\mu_0\sum_i I_i$$

当电流分布具有足够的对称性时可利用安培环路定理计算B

如果能找到这样一个回路：在此回路上（1）要么B是一个常数，（2）要么B线与回路处处垂直（cosθ=0）。

$$B\oint\cos\theta\cdot dl=\mu_0\sum_i I_i\qquad B=\mu_0\sum_i I_i/(\oint\cos\theta\cdot dl)$$