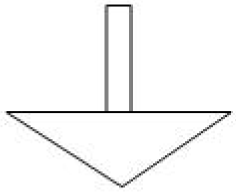
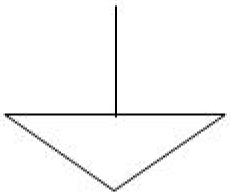
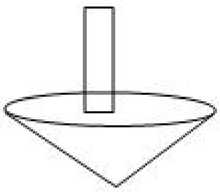
2023-2024学年四川省成都市锦江区嘉祥外国语学校九年级（上）期末数学试卷

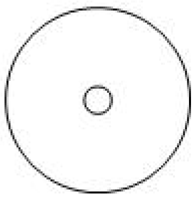
一、选择题：本题共8小题，每小题4分，共32分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 这是一个水平放置的木陀螺(上面是圆柱体，下面是圆锥体)玩具，它的主视图(   )

A. 

B. 

C. 

D. 

2. “两岸猿声啼不住，轻舟已过万重山”.2023年8月29日，华为搭载自研麒麟芯片的*mate*60系列低调开售.据统计，截至2023年10月21日，华为*mate*60系列手机共售出约160万台，将数据1600000用科学记数法表示应为(   )

A. 0.16×10^{7}　　B. 1.6×10^{6}　　C. 1.6×10^{7}　　D. 16×10^{6}

3. 一个不透明的盒子中装有5个大小相同的乒乓球，将其摇匀，从中随机摸出一个乒乓球，记下其颜色.然后再放回，这样重复做了1000次摸球试验，摸到黄球的频数为400，则估计其中的黄球个数为(   )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. 调查某少年足球队18位队员的年龄，得到数据结果如表：

年龄岁	11	12	13	14	15
人数	2	6	7	2	1

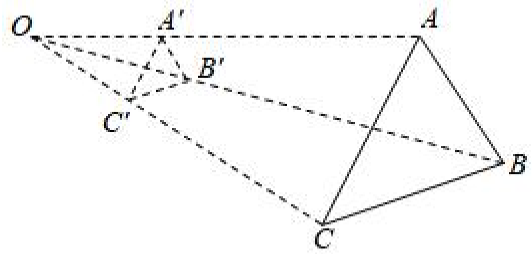
则该足球队队员年龄的众数和中位数分别是(   )

A. 13岁，12岁　　B. 13岁，14岁　　C. 13岁，13岁　　D. 13岁，15岁

5. 小刚身高$1.6m$，测得他站立在阳光下的影子长为$0.8m$，紧接着他把手臂竖直举起，测得影子长为 1m，那么小刚举起手臂超出头顶(　)

A. $2m$　　B. $0.6m$　　C. $0.5m$　　D. $0.4m$

6. 如图，$\triangle A'B'C'$是$\triangle ABC$以点O为位似中心经过位似变换得到的，若$OB=3OB'$，则$\triangle A'B'C'$的面积与$\triangle ABC$的面积之比是(　)



A. 1：3　　B. 2：3　　C. 1：6　　D. 1：9

7. 我国古代数学经典著作《九章算术》中有这样一题，原文是：今有共买物，人出七，盈二；人出六，不足三.问人数、物价各几何？”意思是：今有人合伙购物，每人出七钱，会多二钱；每人出六钱，又差三钱，问人数、货物总价各多少？设人数为 x 人，货物总价为 y 钱，可列方程组为(　)

A. $\begin{cases} y=7x-2 \\ y=6x+3 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} y=7x+2 \\ y=6x-3 \end{cases}$　　C. $\begin{cases} 7x=y+2 \\ y=6x-3 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} 7x=y-2 \\ y=6x+3 \end{cases}$

8. 下列关于反比例函数$y=\dfrac{8}{x}$的说法正确的是(　)

A. 图象位于第二、四象限　　B. y 随 x 的增大而减小

C. 函数图象过点$(-2,4)$　　D. 图象是中心对称图形

二、填空题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

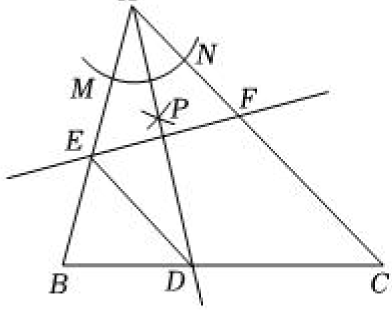
9. 若$\dfrac{1}{\sqrt{3-x}}$在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

10. 分解因式：$ax^2-2ax+a=$______.

11. 已知$\sqrt{5}+2$是方程$x^2-4x+c=0$的一根，则$c=$______.

12. 已知点 C 是线段 AB 的黄金分割点，且$AC>BC$，$AB=2$，则$BC=$______.

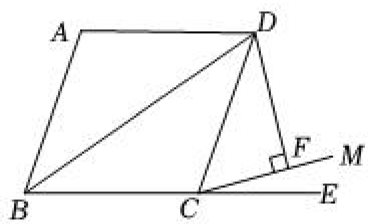
13. 如图，$\triangle ABC$中，以点 A 为圆心任意长为半径画弧交线段 AB、AC 于点 M、N，分别以点 M、N 为圆心，大于$\dfrac{1}{2}MN$的长为半径画弧交 BC 于点 D，折叠$\triangle ABC$，使点 A 与点 D 重合，折痕交线段 AB、AC 于点 E、F，若$\angle BAC=60^\circ$，$AD=2\sqrt{2}$，则$AE=$______.



14. 已知关于 x 的方程 $x^2+(2m-1)x+m^2=0$ 有两个实数根，此方程两根分别为 α，β，且 $\alpha\beta+\alpha+\beta=9$，则 m 的值为______.

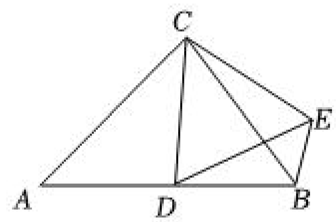
15. 若有六张完全一样的卡片正面分别写有 -1，-2，0，1，2，3，现背面向上，任意抽取一张卡片，其上面的数字能使关于 x 的分式方程 $\frac{k-1}{x-1}=2$ 的解为正数，且使反比例函数 $y=\frac{3-k}{x}$ 图象过第一、三象限的概率为______.

16. 如图，四边形 $ABCD$ 为菱形，$\angle ABC=80^\circ$，延长 BC 到 E，在 $\angle DCE$ 内作射线 CM，使得过点 D 作 $\angle ECM=30^\circ$，$DF\perp CM$，垂足为 F，若 $DF=\sqrt{3}$，则对角线 BD 的长为______.



17. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(a,b)$，若点 P' 的坐标为 $(ka+b,a+\frac{b}{k})$(其中 k 为常数且 $k\neq0$)，则称点 P' 为点 P 的“k 关联点”．已知点 A 在反比例函数 $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$ 的图象上运动，且点 A 是点 B 的“$\sqrt{3}$ 关联点”，当线段 OB 最短时，点 B 的坐标为______.

18. 如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle A=45^\circ$，$\angle ABC=60^\circ$，$AB=1+\sqrt{3}$，点 D 是边 AB 上任意一点，以 CD 为边在 AD 的右侧作等边 $\triangle DCE$，连接 BE，则 $\triangle BDE$ 面积的最大值为______.



三、解答题：本题共 8 小题，共 78 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19.（本小题 8 分）

(1) 解方程：$x^2-6x+8=0$；

(2) 求不等式组 $\begin{cases} 2x+5\leqslant 3(x+2)① \\ 2x-\frac{1+3x}{2}<1② \end{cases}$ 的解集，并写出满足该不等式组的非负整数解之和.

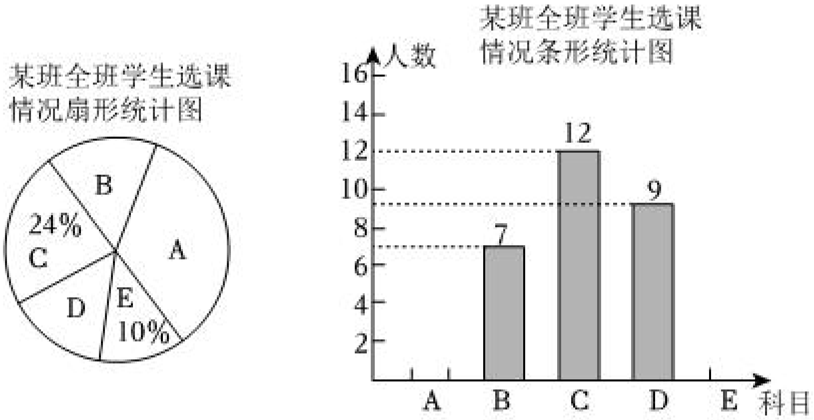
20.（本小题 10 分）

成都市某校在推进新课改的过程中，开设的体育选修课有：$A-$ 篮球，$B-$ 足球，$C-$ 排球，$D-$ 羽毛球，$E-$ 乒乓球，学生可根据自己的爱好选修一门，学校王老师对某班全班同学的选课情况进行调查统计，制成了两幅不完整的统计图(如图).

(1) 求出该班的总人数，并补全条形统计；

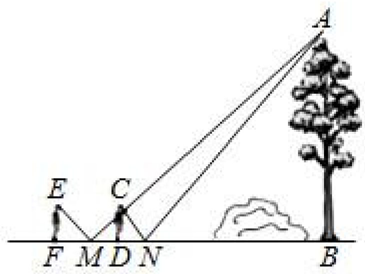
(2) 求出“足球”在扇形的圆心角是多少度；

(3) 该班班委 4 人中，1 人选修篮球，2 人选修足球，1 人选修排球，李老师要从这 4 人中人任选 2 人了解他们对体育选课的看法，请你用列表或画树状图的方法，求选出的 2 人恰好都选修足球的概率.



21.（本小题 10 分）

“创新实践”小组想利用镜子与皮尺测量大树 AB 的高度，因大树底部有障碍物，无法直接测量到大树底部的距离．聪明的小颖借鉴《海岛算经》的测量方法设计出如图所示的测量方案：测量者站在点 F 处，将镜子放在点 M 处时，刚好看到大树的顶端，沿大树方向向前走 2.8 米，到达点 D 处，将镜子放在点 N 处时，刚好看到大树的顶端（点 F，M，D，N，B 在同一条直线上）. 若测得 $FM = 1.5$ 米，$DN = 1.1$ 米，测量者眼睛到地面的距离为 1.6 米，求大树 AB 的高度.

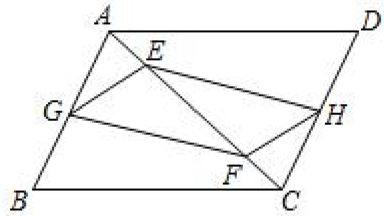


22.（本小题 10 分）

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 G，H 分别是 AB，CD 的中点，点 E、F 在对角线 AC 上，且 $AE = CF$.

(1) 求证：四边形 $EGFH$ 是平行四边形；

(2) 连接 BD 交 AC 于点 O，若 $BD = 14$，$AE + CF = EF$，求 EG 的长.



23.（本小题 10 分）

正方形 *ABCD* 的边长为 4，*AC*，*BD* 交于点 E. 在点 *A* 处建立平面直角坐标系如图所示.

(1) 如图 1，双曲线 $y=\dfrac{k_1}{x}$ 过点 *E*，求点 *E* 的坐标和反比例函数的解析式；

(2) 如图 2，将正方形 *ABCD* 向右平移 $m(m>0)$ 个单位长度，使过点 *E* 的双曲线 $y=\dfrac{k_2}{x}$ 与 *AB* 交于点 P. 当 $\triangle AEP$ 为等腰三角形时，求 *m* 的值.

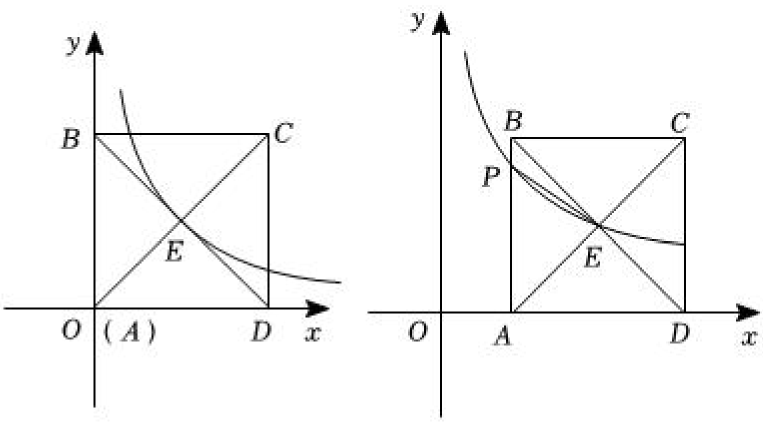


图1　　图2

24.（本小题 10 分）

某电子厂商投产一种新型电子产品，每件制造成本为 18 元，试销过程中发现，每月销售量 y(万件) 与销售单价 x(元) 之间的关系可以近似地看作一次函数 $y=-2x+100$.(利润=售价-制造成本)

(1) 写出每月的利润 z(万元) 与销售单价 x(元) 之间的函数关系式；

(2) 当销售单价为多少元时，厂商每月能获得 350 万元的利润？当销售单价为多少元时，厂商每月能获得最大利润？最大利润是多少？

(3) 根据相关部门规定，这种电子产品的销售单价不能高于 32 元，如果厂商要获得每月不低于 350 万元的利润，那么制造出这种产品每月的最低制造成本需要多少万元？

25.（本小题 10 分）

如图 1，在平面直角坐标系中，$OA=OB=\dfrac{1}{5}OC=2$，经过 *A*，*B* 两点的直线与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 在第一

象限内的图象交于点 D，经过 A，C 两点的直线与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 在第一象限内的图象交于点 E，已知点 D 的坐标为 $(3,5)$.

(1) 求直线 AC 的解析式及 E 点的坐标；

(2) 若 y 轴上有一动点 F，直线 AB 上有一动点 G. 当 $EG+\dfrac{\sqrt{2}}{2}AG$ 最小时，求 $\triangle EFG$ 周长的最小值；

(3) 如图 2，若 y 轴上有一动点 Q，直线 AB 上有一动点 P，以 Q，P，E，D 四点为顶点的四边形为平行四边形时，求 P 点的坐标.

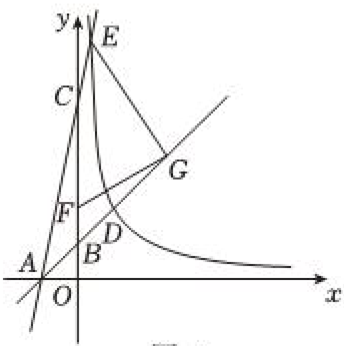


图 1

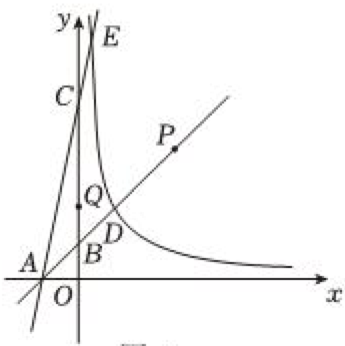


图 2

26.（本小题 10 分）

在正方形 $ABCD$ 中，点 G 是边 AB 上的一个动点，点 F、E 在边 BC 上，$BF=FE=AG$，且 $AG\leqslant\dfrac{1}{2}AB$，$GF$、$DE$ 的延长线相交于点 P.

(1) 如图 1，当点 E 与点 C 重合时，求 $\angle P$ 的度数；

(2) 如图 2，当点 E 与 C 不重合时，过 D 作 $DN\perp GP$ 于点 N，若 $DN=4$，求 DP 长；

(3) 在 (2) 的条件下，连接 CN、BP，取 BP 的中点 M，连接 MN，在点 G 的运动过程中，求 $\dfrac{MN}{NC}$ 的值.

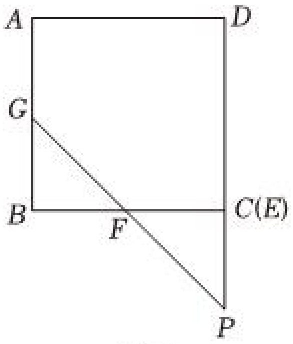


图 1

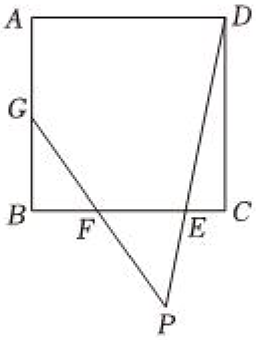


图 2

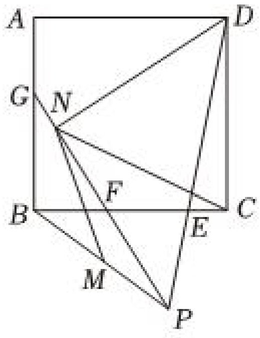
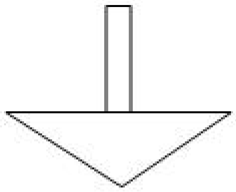


图 3

答案和解析

1.【答案】A

【解析】解：观察图形可知，该几何体的主视图如下：



故选：A.

找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

本题考查了简单组合体的三视图，主视图是从物体的正面看得到的视图.

2.【答案】B

【解析】解：$1600000 = 1.6 \times 10^6$，

故选：B.

科学记数法的表示形式为$a \times 10^n$的形式，其中$1 \leqslant |a| < 10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值$\geqslant 10$时，n是正整数，当原数绝对值< 1时，n是负整数.

此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a \times 10^n$的形式，其中$1 \leqslant |a| < 10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值.

3.【答案】B

【解析】解：$\because$做了1000次摸球试验，摸到黄球的频数为400，

$\therefore$估计摸到黄球的概率是：$\dfrac{400}{1000} = 0.4$，

$\therefore$估计其中的黄球个数为：$5 \times 0.4 = 2($个$)$.

故选：B.

在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近，根据概率公式即可得出答案.

此题主要考查了利用频率估计概率，正确运用概率公式是解题关键.

4.【答案】C

【解析】解：该足球队队员年龄13岁出现的次数最多，故众数为13岁.

数据共18个，中位数为第9个和第10个数据的平均数，

$\therefore$中位数为：$\dfrac{13+13}{2}=13($ 岁 $)$.

故选：C.

一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

本题考查了中位数和众数，注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

5.【答案】D

【解析】解：设小刚举起的手臂超出头顶是 xm

根据同一时刻物高与影长成比例，得 $\dfrac{x}{1-0.8}=\dfrac{1.6}{0.8}$，$x=0.4$.

故选：D.

在同一时刻，物体的实际高度和影长成比例，据此列方程即可解答.

此题考查相似三角形的应用，能够根据同一时刻物高与影长成比例，列出正确的比例式，然后根据比例的基本性质进行求解.

6.【答案】D

【解析】解：$\because \triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 是位似图形，

$\therefore A'B'//AB$，$\triangle A'B'C' \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \triangle OA'B' \backsim \triangle OAB$，

$\therefore \dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{OB'}{OB}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \triangle A'B'C'$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积之比 $=(\dfrac{1}{3})^2=1$：9，

故选：D.

根据位似图形的概念得到 $A'B'//AB$，$\triangle A'B'C' \backsim \triangle ABC$，根据题意求出 $\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{1}{3}$，根据相似三角形的性质解答即可.

本题考查的是位似变换的概念、相似三角形的性质，掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键.

7.【答案】A

【解析】解：$\because$今有人合伙购物，每人出七钱，会多二钱，

$\therefore y=7x-2$；

$\because$每人出六钱，又差三钱，

$\therefore y=6x+3$.

$\therefore$根据题意可列方程组$\left\{\begin{array}{l}y=7x-2\\y=6x+3\end{array}\right.$.

故选：A.

根据“今有人合伙购物，每人出七钱，会多二钱；每人出六钱，又差三钱”，即可得出关于x，y的二元一次方程组，此题得解.

本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组以及数学常识，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

8.【答案】D

【解析】解：$\because 8>0$，

$\therefore$反比例函数的图象位于第一、三象限，在每个象限内，y随x的增大而减小，

$\therefore$选项A、B不符合题意；

当$x=-2$时，$y=\frac{8}{-2}=-4\neq 4$，

$\therefore$选项C不符合题意；

$\because$反比例函数$y=\frac{8}{x}$的是关于原点对称的中心对称图形，

$\therefore$选项D符合题意；

故选：D.

根据反比例函数的性质对每个选项进行判断，即可得出答案.

本题考查了反比例函数图象上点的特征，掌握反比例函数的图象与性质是解题的关键.

9.【答案】$x<3$

【解析】解：由题意得$3-x>0$，

解得$x<3$，

故答案为：$x<3$.

根据二次根式的被开方数为非负数，分式的分母不等于零列式计算可求解.

题主要考查二次根式有意义的条件，分式有意义的条件，掌握二次根式有意义的条件，分式有意义的条件是解题的关键.

10.【答案】$a(x-1)^2$

【解析】解：$ax^2-2ax+a$，

$=a(x^2-2x+1)$，

$=a(x-1)^2$.

先提公因式 a，再利用完全平方公式继续分解因式．

本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

11.【答案】-1

【解析】解：根据题意知，$x=\sqrt{5}+2$ 满足关于 x 的方程得 $(2+\sqrt{5})^2-4\times(2+\sqrt{5})+c=0$，

解得 $c=-1$．

故答案为：-1．

将 $x=\sqrt{5}+2$ 代入已知方程，列出关于 c 的新方程，通过解新方程来求 c 的值即可．

本题考查的是一元二次方程的根即方程的解的定义．一元二次方程的根就是一元二次方程的解，就是能够使方程左右两边相等的未知数的值．即用这个数代替未知数所得式子仍然成立．

12.【答案】$3-\sqrt{5}$

【解析】解：$\because$ 点 C 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AC>BC$，

$\therefore AC=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}AB=\sqrt{5}-1$，

$BC=AB-AC=3-\sqrt{5}$．

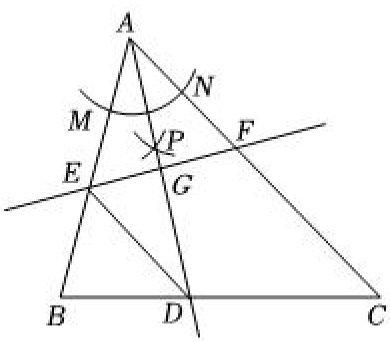
故本题答案为：$3-\sqrt{5}$．

把一条线段分成两部分，使其中较长的线段为全线段与较短线段的比例中项，这样的线段分割叫做黄金分割，他们的比值 $(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2})$ 叫做黄金比．

此题考查了黄金分割点的概念，要熟记黄金比的值．

13.【答案】2

【解析】解：如图，设 AD 与 EF 的交点为 G，



由题意，可得 AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线，

$\therefore \angle EAD=30^\circ$，

$\because$ 折叠 $\triangle ABC$，使点 A 与点 D 重合，

$\therefore AG=DG$， $AG\perp EG$，

$\because AD=2\sqrt{3}$，

$\therefore AG=\dfrac{1}{2}AD=\sqrt{3}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AEG$中，

$AE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}AG=2.$

由题意得AD为$\angle BAC$的角平分线，故可得$\angle EAD=30^{\circ}$，根据折叠的性质得到$AG=DG=\sqrt{3}$，$AG\perp EG$，解直角三角形，即可解答.

本题考查了翻折的性质，角平分线的性质，含有30°角的直角三角形的三边关系，熟知翻折的性质是解题的关键.

14.【答案】-2

【解析】解：$\because$关于x的一元二次方程$x^2+(2m-1)x+m^2=0$有实数根，

$\therefore \Delta=(2m-1)^2-4\times1\times m^2=-4m+1\geqslant0$，

解得：$m\leqslant\dfrac{1}{4}$，

根据根与系数的关系，可得$\alpha+\beta=1-2m$， $\alpha\beta=m^2$，

$\because \alpha\beta+\alpha+\beta=9$，

$\therefore m^2+1-2m=9$，

整理得：$m^2-2m-8=0$，

解得：$m_1=-2$， $m_2=4$，

又$\because m\leqslant\dfrac{1}{4}$，

$\therefore m=-2.$

故答案为：$-2.$

先根据方程的系数结合根的判别式$\triangle\geqslant0$，即可得出关于m的一元一次不等式，解之即可得出m的取值范围，再根据根与系数的关系可得出$\alpha+\beta=1-2m$， $\alpha\beta=m^2$，结合$\alpha\beta+\alpha+\beta=9$，可得出关于$m$的一元二次方程，解之取其小于等于$\dfrac{1}{4}$的值即可得出结论.

本题考查了根的判别式以及根与系数的关系，解题的关键是：(1)牢记“当$\triangle\geqslant0$时，方程有实数根”；(2)根据根与系数的关系结合$\alpha\beta+\alpha+\beta=9$，找出关于$m$的一元二次方程.

15.【答案】$\dfrac{1}{2}$

【解析】解：$\because$关于 x 的分式方程 $\frac{k-1}{x-1}=2$ 的解为正数，

$\therefore x=\frac{k+1}{2}>0$，且 $x=\frac{k+1}{2}\neq 1$.

$\therefore k>-1$，且 $k\neq 1$.

$\therefore k=-2$，0，2，3.

又反比例函数 $y=\frac{3-k}{x}$ 图象过第一、三象限，

$\therefore 3-k>0$，即 $k<3$.

$\therefore k=-2$，0，2.

综上，k 的取值共有 6 种等可能情形，其中符合题意的有 3 种等可能情形，

$\therefore$满足题意的概率为：$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

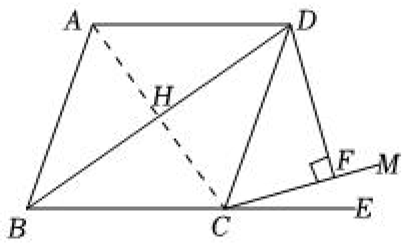
故答案为：$\frac{1}{2}$.

依据题意，由关于 x 的分式方程 $\frac{k-1}{x-1}=2$ 的解为正数，从而 $x=\frac{k+1}{2}>0$，且 $x=\frac{k+1}{2}\neq 1$，故可得 k 的范围，再由反比例函数 $y=\frac{3-k}{x}$ 图象过第一、三象限，进而可以求出 k 的可能值，然后由概率公式进行计算可以得解.

本题主要考查了概率公式；用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比，得到使分式方程有正数解的情况数是解决本题的关键.

16.【答案】$2\sqrt{3}$

【解析】解：如图，连接 AC 交 BD 于点 H，



由菱形的性质得 $\angle ADC=\angle ABC=80^\circ$，$\angle DCE=80^\circ$，$\angle DHC=90^\circ$，

又$\because \angle ECM=30^\circ$，

$\therefore \angle DCF=50^\circ$，

$\because DF\perp CM$，

$\therefore \angle CFD=90^\circ$，

$\therefore \angle CDF=40^\circ$，

又∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore BD$ 平分 $\angle ADC$，

$\therefore \angle HDC = 40^\circ$，

在 $\triangle CDH$ 和 $\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases} \angle CHD = \angle CFD \\ \angle HDC = \angle FDC \\ DC = DC \end{cases}，$$

$\therefore \triangle CDH \cong \triangle CDF(AAS)$，

$\therefore DH = DF = \sqrt{3}$，

$\therefore DB = 2DH = 2\sqrt{3}$.

故答案为：$2\sqrt{3}$.

连接 AC 交 BD 于 H，证明 $\triangle DCH \cong \triangle DCF$，得出 DH 的长度，再根据菱形的性质得出 BD 的长度.

本题主要考查菱形的性质和全等三角形的判定，掌握菱形的对角线互相平分是解题的关键.

17.【答案】$(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$ 或 $(-\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$

【解析】解：设 $B(x, y)$，

∵点 A 是点 B 的“$\sqrt{3}$ 关联点”，

$\therefore A(\sqrt{3}x + y, x + \frac{y}{\sqrt{3}})$

∵点 A 在函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}(x > 0)$ 的图象上，

$\therefore (\sqrt{3}x + y)(x + \frac{y}{\sqrt{3}}) = \sqrt{3}$，

即：$\sqrt{3}x + y = \sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}x + y = -\sqrt{3}$，

当点 B 在直线 $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$ 上时，

设直线 $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$ 与 x 轴、y 轴相交于点 M、N，则 $M(1, 0)$、$N(0, \sqrt{3})$，

当 $OB \perp MN$ 时，线段 OB 最短，此时 $OB = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$，

由 $\angle NMO = 60^\circ$，可得点 $B(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$；

设直线 $y = -\sqrt{3}x - \sqrt{3}$ 时，同理可得点 $B(-\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$；

故答案为：$(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$ 或 $(-\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$.