

一、常见基本初等函数的定义域

1. 分式函数中分母 不等于零 .
2. 偶次根式函数被开方式 大于或等于0 .
3. 一次函数、二次函数的定义域均为 \mathbf{R} .
4. $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$, $y=\sin x$, $y=\cos x$, 定义域均为 \mathbf{R} .

5. $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的定义域为 $(0, +\infty)$.

6. $y = \tan x$ 的定义域为 $\{x | x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$.

7. 实际问题中的函数定义域，除了使函数的解析式有意义外，还要考虑实际问题对函数自变量的制约.

二、函数的值域

1. 在函数概念的三要素中，值域是由定义域和对应关系所确定的，因此，在研究函数值域时，既要重视对应关系的作用，又要特别注意定义域对值域的制约作用。

2. 基本初等函数的值域

(1) $y=kx+b(k \neq 0)$ 的值域是 \mathbf{R} 。

(2) $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的值域是：当 $a > 0$ 时，值域为

$$\underline{\left\{y \mid y \geq \frac{4ac - b^2}{4a}\right\}} \quad ; \quad \text{当 } a < 0 \text{ 时, 值域为 } \underline{\left\{y \mid y \leq \frac{4ac - b^2}{4a}\right\}} .$$

(3) $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的值域是 $\{y | y \neq 0\}$.

(4) $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的值域为 $\{y | y > 0\}$.

(5) $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的值域是 \mathbf{R} .

(6) $y = \sin x, y = \cos x$ 的值域是 $[-1, 1]$.

(7) $y = \tan x$ 的值域是 \mathbf{R} .

考点一

求函数的定义域

[精析考题]

[例 1] (2011·江西高考)若 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} 1$

义域为

A. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup (0, +\infty)$

返回

[自主解答] 由已知得
$$\begin{cases} 2x+1>0, \\ \log_{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

$(2x+$

[答案] C

即 $x > -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 0$.

返回

考点二

求已知函数的值域

[精析考题]

[例2] 求下列函数的值域，并指出函数有无最值.

$$(1) y = \frac{1-x^2}{1+x^2};$$

$$(2) y = x + \frac{4}{x} (x < 0);$$

$$(3) f(x) = x - \sqrt{1-2x}.$$

[自主解答] (1) $y = \frac{1-x^2}{1+x^2} = \frac{2}{1+x^2} - 1, \because 1+x^2 \geq 1,$

$$\therefore 0 < \frac{2}{1+x^2} \leq 2.$$

$$\therefore -1 < \frac{2}{1+x^2} - 1 \leq 1. \text{ 即 } y \in (-1, 1].$$

\therefore 函数的值域为 $(-1, 1]$.

$$(2) \because x < 0, \therefore x + \frac{4}{x} = -\left(-x - \frac{4}{x}\right) \leq -4,$$

当且仅当 $x = -2$ 时 “=” 成立.

$$\therefore y \in (-\infty, -4].$$

\therefore 函数的值域为 $(-\infty, -4]$.

(3) **法一：** (换元法) 令 $\sqrt{1-2x}=t$, 则 $t \geq 0$ 且 $x = \frac{1-t^2}{2}$,

$$\text{于是 } y = \frac{1-t^2}{2} - t = -\frac{1}{2}(t+1)^2 + 1,$$

由于 $t \geq 0$, 所以 $y \leq \frac{1}{2}$, 故函数的值域是 $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$.

法二： (单调性法) 容易判断 $f(x)$ 为增函数, 而其定义域应满足 1

$-2x \geq 0$, 即 $x \leq \frac{1}{2}$, 所以 $y \leq f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, 即函数的值域是 $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$.

考点三

与函数定义域、值域有关的参数问题

[精析考题]

[例3] (2011·湖南高考)已知函数 $f(x)=e^x-1$, $g(x)=-x^2+4x-3$.若有 $f(a)=g(b)$, 则 b 的取值范围为 ()

A. $[2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}]$

B. $(2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2})$

C. $[1,3]$

D. $(1,3)$

[自主解答] $f(a)$ 的值域为 $(-1, +\infty)$, 由 $-b^2+4b-3>-1$ 解得

$$2-\sqrt{2}<b<2+\sqrt{2}.$$

[答案] B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/048032074101006110>