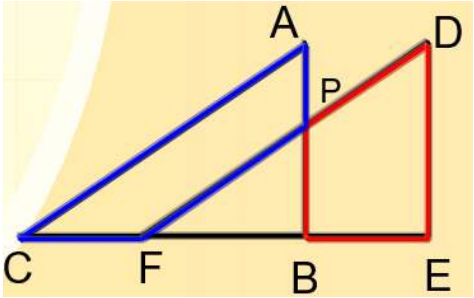
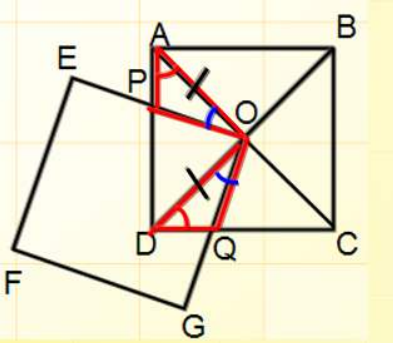
由“将军饮马”问题引出的最值问题

初中几何常用变换

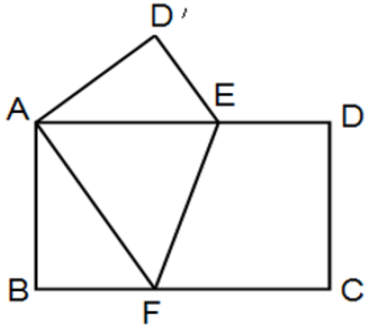
1、平移



2、旋转



3、轴对称



三种变换的本质相同：

都是转化为全等，进而有对应边相等、对应角相等。

由“将军饮马”问题引出的最值问题

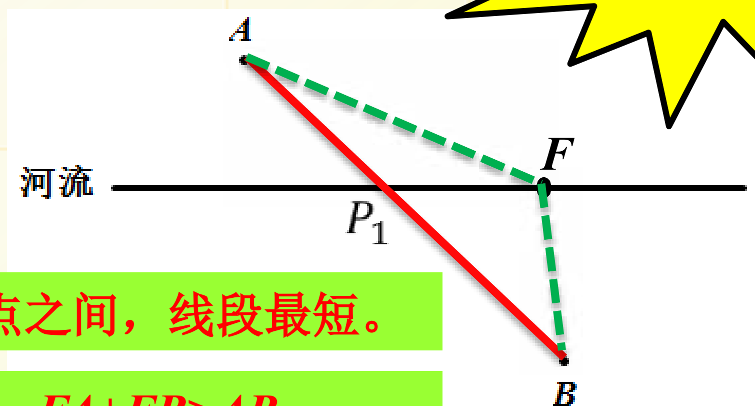
济南槐荫中学　李玲玲

题型一

（“将军饮马”问题）

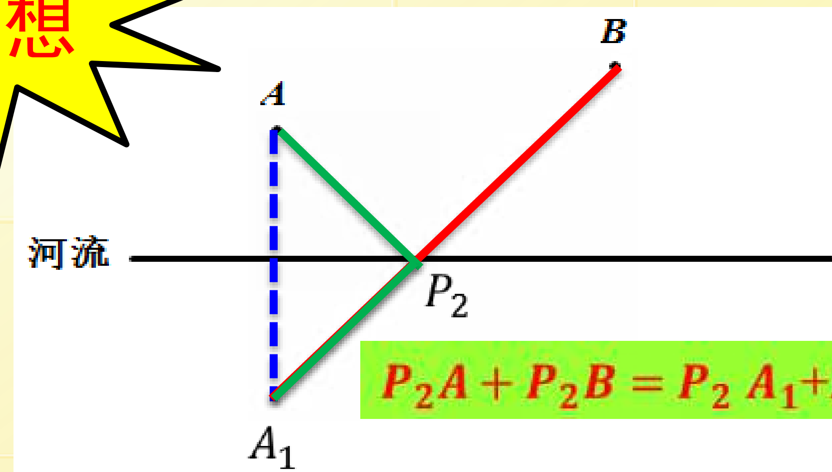
在古希腊有一位聪明过人的学者，名叫海伦。有一天，一位将军向他请教了一个问题：如图1，从A地出发到河边饮马，然后再去B地，饮马的[illegible]，才能使所走的**总路程最短**？在图2中呢？

转化思想



两点之间，线段最短。

$FA+FB>AB$



$P_2A+P_2B=P_2A_1+P_2B$

化同侧为异侧——轴对称变换
化折线为直线——“两点之间、线段最短”

∴饮[illegible]处。

跟踪练习

如图3，正方形$ABCD$的边长为8，M在DC上，且$DM=2$，N是AC上的一动点，$DN+MN$的最小值为<u>10</u>.

[想一想]

如果把这道题看成“将军饮马”的问题，你觉得图中哪条线段可以看成河流，哪两个点可以看成A和B呢？

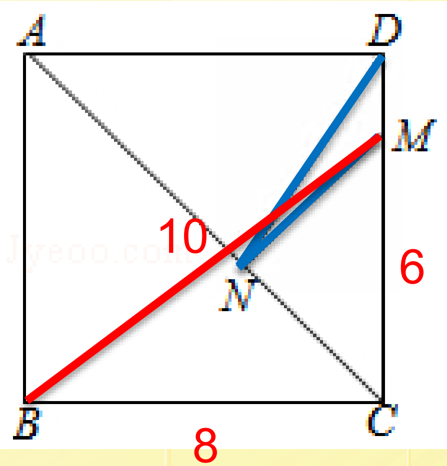


图3

题型一

（"将军饮马"问题）

在古希腊有一位聪明过人的学者，名叫海伦。有一天，一位将军向他请教了一个问题：如图1，从A地出发到河边饮马，然后再去B地，饮马的地点选在哪，才能使所走的总路程最短？在图2中呢？

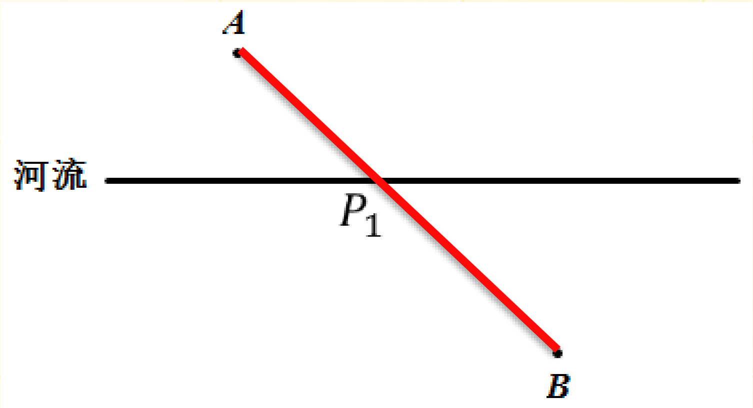
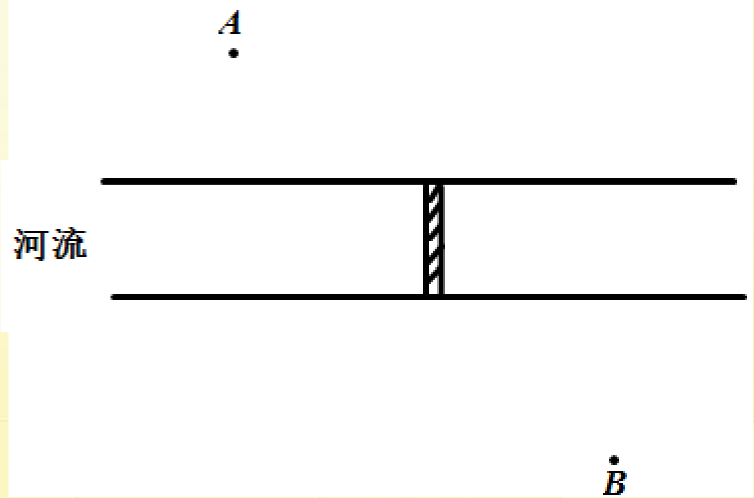


图1



∴饮马的地点应该选在点P_1处。

题型二

（“过桥问题”—北师大版数学教材八年级下册第90页第18题改编.）

如图4，甲、乙两个单位分别位于一条河流的两旁A处与B处，现准备合作修建一座桥，桥建在何处才能使由甲到乙的路线最短？（注意：桥必须与河岸垂直，桥宽忽略不计）

转化思想

平移变换

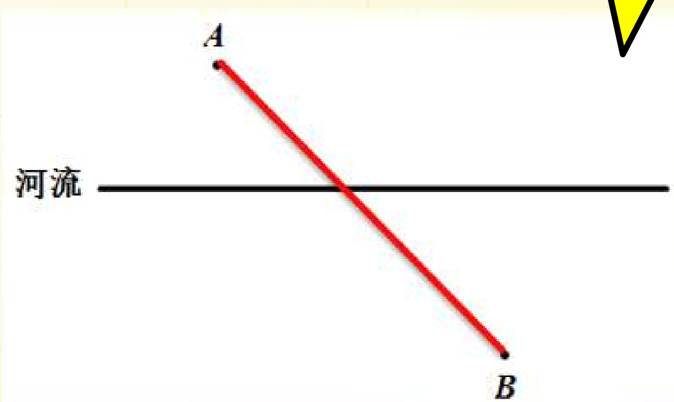
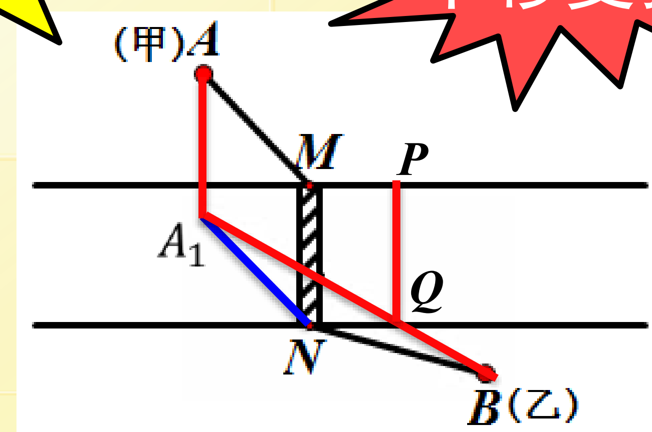


图1



$AM+BN=A_1N+BN$

答：桥应建在PQ处才能使由甲到乙的路线最短.

跟踪练习

如图5，在平面直角坐标系中，矩形$OACB$的顶点O在坐标原点，顶点A、B分别在x轴、y轴的正半轴上，$OA=3$，$OB=4$，D为边OB的中点．若E、F为边OA上的两个动点（E在F左侧），且$EF=2$，当四边形$CDEF$的周长最小时，点E、F的坐标分别为（1/3，0）______（7/3，0）、______．

［想一想］

这个题跟刚刚的过桥问题有什么联系和区别？

如果能把这个题看成是过桥问题的话，请问桥是指哪一段？

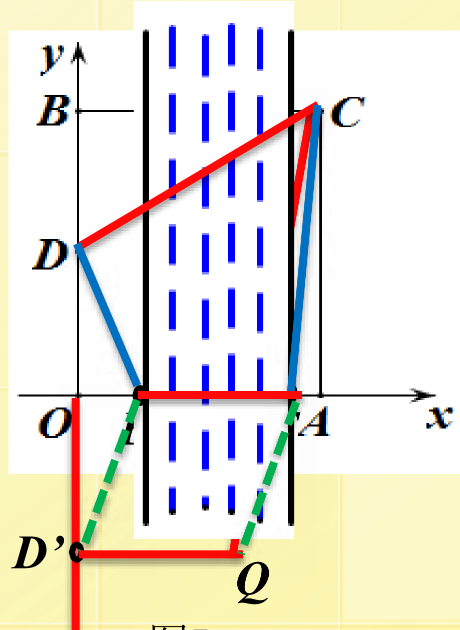


图5

跟踪练习

如图5，在平面直角坐标系中，矩形$OACB$的顶点O在坐标原点，顶点A、B分别在x轴、y轴的正半轴上，OA=3，OB=4，D为边OB的中点．若E、F为边OA上的两个动点（E在F左侧），且EF=2，当四边形$CDEF$的周长最小时，点E、F的坐标分别为（1/3，0）________（7/3，0）、________．

[想一想]

这个题跟刚刚的过桥问题有什么联系和区别?

如果能把这个题看成是过桥问题的话，请问桥是指哪一段?

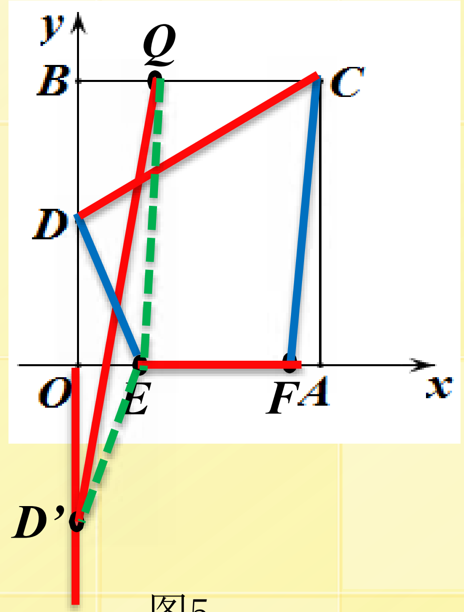


图5

问题解决

（2016枣庄第25题改编）如图6，已知抛物线的解析式为$y=-x^2-2x+8$，对称轴为$x=-1$，点$E(1，5)$在抛物线上，抛物线与x轴的交点坐标为：$A(2，0)$；$B(-4，0)$.

*（1）作点E关于对称轴的对称点F，则点F<u>在</u>（填“在”或“不在”）抛物线上，其坐标为<u>(−3，5)</u>；

**（2）在抛物线的对称轴上找一点M，使$ME+MC$的和最小，求出点此时M的坐标；

***（3）在AB上存在两个动点P、Q(点P在Q的左侧)，且$PQ=2$，连接QC、FP，当四边形$PQCF$周长最小时，求点P的坐标；

****（4）若点D是抛物线上的一个动点，连接AD、OD，将△AOD绕OD折叠，使得点A落在A'处，连接CA'求CA'的最大值和最小值.

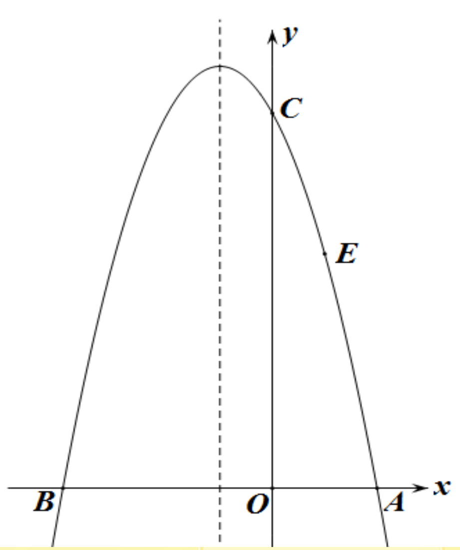


图6

那些年的中考题

（2016陕西）如图7，在矩形$ABCD$中，AB=4，AD=6，AE=4，AF=2，在边BC、CD上分别存在点G、H，则四边形$EFGH$周长的最小值是________．

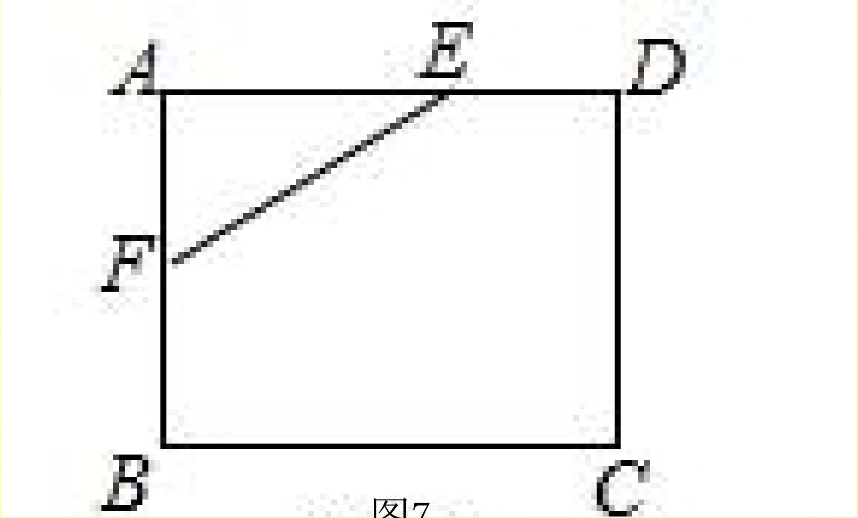


图7