

# 南开区 2023~2024 学年度第二学期九年级质量监测（一）

## 数学试卷

本监测分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。监测满分 120 分，时间 100 分钟。

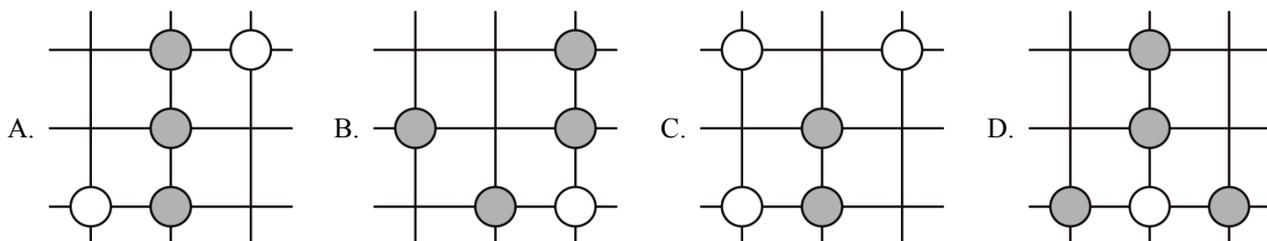
### 第 I 卷（选择题 共 36 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 计算  $(-1\frac{1}{4}) \times (\frac{4}{5})$  的结果是（ ）

- A. 1                      B. -1                      C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $-\frac{1}{5}$

2. 围棋起源于中国，古代称之为“弈”，至今已有四千多年的历史，下列由黑白棋子摆成的图案是轴对称图形的是（ ）



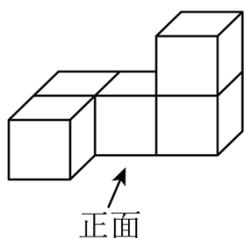
3. 我国研究人员利用中国天眼对致密星系群“斯蒂芬五重星系”及周围天区的氢原子气体进行成像观测，发现了 1 个尺度大约为 200 万光年的巨大原子气体系统，尺度比银河系大 20 倍。长度单位光年是指光在真空中传播一年所经过的距离，大约为 946070000000 千米，将数 946070000000 用科学记数法表示为（ ）

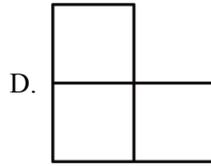
- A.  $946.07 \times 10^{10}$                       B.  $9.4607 \times 10^{11}$   
C.  $9.4607 \times 10^{12}$                       D.  $0.94607 \times 10^{13}$

4. 估计  $\sqrt{35} - 1$  的值在（ ）

- A. 3 和 4 之间                      B. 4 和 5 之间                      C. 5 和 6 之间                      D. 6 和 7 之间

5. 如图所示的几何体是由 5 个大小相同的立方块搭成的，它的主视图是（ ）





6.  $\sqrt{8} - 2 \times \cos 45^\circ$  的值等于 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $2\sqrt{2} - 1$                       D.  $2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

7. 计算  $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2}$  的结果是 ( )

- A.  $\frac{2}{x+2}$                       B.  $\frac{2}{x-2}$                       C.  $-\frac{2}{x+2}$                       D.  $-\frac{2}{x-2}$

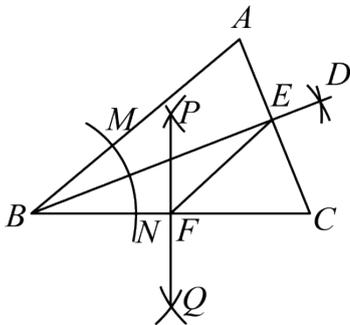
8. 若点  $A(-2, y_1)$ ,  $B(-1, y_2)$ ,  $C(2, 1)$  都在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, 则  $y_1$ ,  $y_2$  和 1 的大小关系是 ( )

- A.  $y_1 < 1 < y_2$                       B.  $y_1 < y_2 < 1$                       C.  $1 < y_2 < y_1$                       D.  $y_2 < y_1 < 1$

9. 下列方程中两根之和为 2 的方程是 ( )

- A.  $x^2 + 2x + 1 = 0$                       B.  $x^2 - x + 2 = 0$   
 C.  $3x^2 - 6x + 1 = 0$                       D.  $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = 0$

10. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 按照如下尺规作图的步骤进行操作:

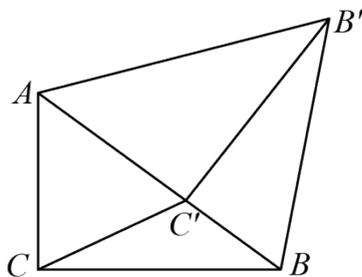


- ①以点  $B$  为圆心, 以适当长为半径画弧, 分别与  $AB$ ,  $BC$  交于  $M$ ,  $N$  两点;
- ②分别以  $M$ ,  $N$  为圆心, 以适当长为半径画弧, 两弧交于点  $D$ , 作射线  $BD$ ,  $BD$  与  $AC$  交于点  $E$ ;
- ③分别以  $B$ ,  $C$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}BC$  的长为半径画弧, 两弧交于点  $P$ ,  $Q$ , 作线段  $PQ$ ,  $PQ$  与  $BC$  于点  $F$ ;
- ④连接  $EF$ .

若  $AB = BC$ ,  $BE = AC = 4$ , 则  $\triangle CEF$  的周长为 ( )

- A.  $2\sqrt{3} + 2$                       B.  $2\sqrt{5} + 2$                       C.  $\sqrt{3} + 2$                       D.  $\sqrt{5} + 2$

11. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转得到  $\triangle AB'C'$ , 使点  $C'$  落在  $AB$  边上, 连结  $BB'$ , 连结  $CC'$ , 则下列结论错误的是 ( )



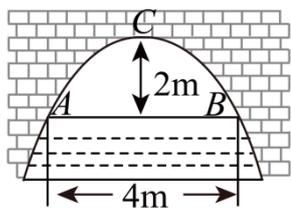
A.  $BC' = 4$

B.  $\angle BB'C' = \angle BCC'$

C.  $BB' = 10$

D.  $\sin \angle B'BC' = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 如图，是抛物线形拱桥，当拱桥顶端  $C$  离水面  $2\text{m}$  时，水面  $AB$  的宽度为  $4\text{m}$ 。



有下列结论：

①当水面宽度为  $5\text{m}$  时，水面下降了  $1.125\text{m}$ ；

②当水面下降  $1\text{m}$  时，水面宽度为  $2\sqrt{6}\text{m}$ ；

③当水面下降  $2\text{m}$  时，水面宽度增加了  $(4\sqrt{2} - 4)\text{m}$ 。

其中，正确的是（ ）

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

### 第 II 卷（非选择题 共 84 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分；共 18 分。请将答案直接填在答题纸中对应的横线上）

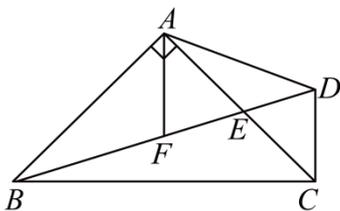
13. 计算  $-(-3a)^2$  的结果是\_\_\_\_\_。

14. 从  $-2, -1, 2, 3, 5$  中任取一个数作为  $a$ ，则抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  开口向下的概率为\_\_\_\_\_。

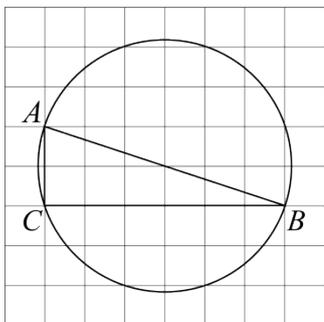
15. 计算  $(2\sqrt{3} + 1)(1 - 2\sqrt{3})$  的结果为\_\_\_\_\_。

16. 直线  $AB$  与  $x$  轴交于点  $A(-6, 0)$ ，与  $y$  轴交于点  $B(0, 3)$ ，将直线  $AB$  沿  $y$  轴向下平移 2 个单位长度得到直线  $l$ ，则直线  $l$  的解析式为\_\_\_\_\_。

17. 如图，在等腰  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，过点  $C$  作  $CD \perp BC$ ，连接  $BD$ ，交  $AC$  于点  $E$ ，点  $F$  为  $BD$  中点，连接  $AF, AD$ ，若  $AF = CD = \sqrt{10}$ ，则  $AD =$ \_\_\_\_\_。



18. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 $A, B, C$ 均落在格点上， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆.



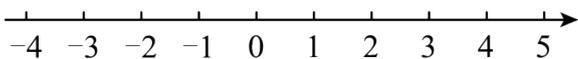
(I) 线段 $AB$ 的长等于\_\_\_\_\_;

(II) 请用无刻度的直尺，在如图所示的网格中， $AB$ 上方的圆上画点 $P$ ，使得 $BP = BC$ ，并画出 $BP$ 的中点 $Q$ 。简要说明点 $P, Q$ 的位置是如何找到的（不要求证明）\_\_\_\_\_。

### 三、解答题（本大题共7小题，共66分。解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

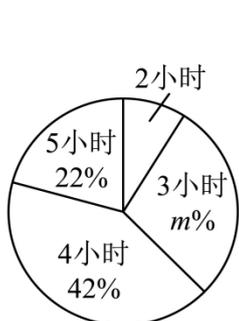
19. 解不等式组  $\begin{cases} x - 3(x - 2) < 8 & \text{①} \\ \frac{x + 2}{2} - 1 \leq \frac{x + 1}{3} & \text{②} \end{cases}$ ，请按下列步骤完成解答：

- (1) 解不等式①，得\_\_\_\_\_，
- (2) 解不等式②，得\_\_\_\_\_，
- (3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：

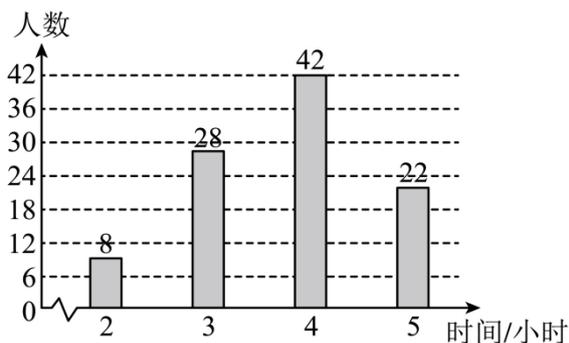


(4) 原不等式组的解集为\_\_\_\_\_。

20. 我区某校为了了解学生锻炼情况，随机调查了 $a$ 名学生每周跑步的时间（单位：小时），根据统计的结果，绘制出如图的统计图①和图②，请据相关信息，解答下列问题：



图①

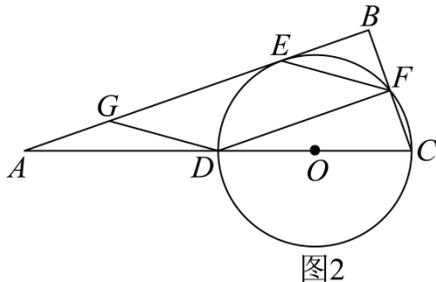
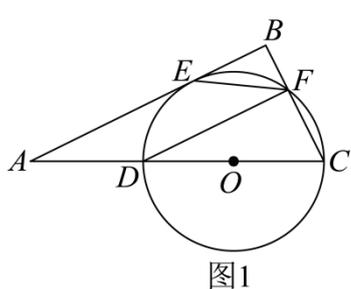


图②

(1) 填空： $a$ 的值为\_\_\_\_\_，图①中 $m$ 的值为\_\_\_\_\_；

(2) 求统计的这组学生锻炼时间数据的平均数、众数和中位数.

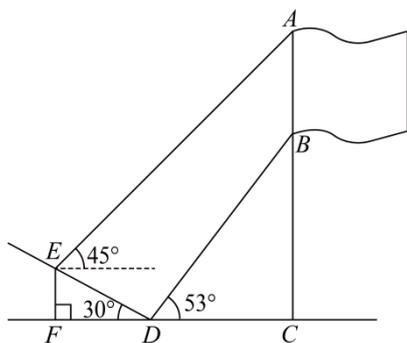
21. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $AC$  上一点, 以  $CD$  为直径的  $\odot O$  与  $AB$  相切于点  $E$ , 与  $BC$  相交于点  $F$ , 连结  $DF$ ,  $EF$ ,  $DF \perp AB$ .



(1) 如图 1, 若  $\angle A = 26^\circ$ , 求  $\angle B$  和  $\angle DFE$  的大小;

(2) 如图 2, 过点  $D$  作  $DG \parallel EF$  交  $AB$  于点  $G$ , 若  $BF = CF$ , 且  $AG = \sqrt{6}$ , 求  $\odot O$  的半径.

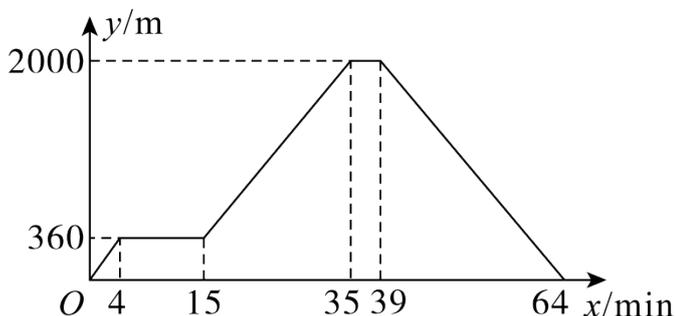
22. 如图, 旗杆  $AC$  上有一面宽为  $AB$  的旗子.  $C, D, F$  在同一水平线上, 小明在距旗杆  $6\text{m}$  的点  $D$  处测得点  $B$  的仰角为  $53^\circ$ , 随后小明沿坡角 ( $\angle EDF$ ) 为  $30^\circ$  的斜坡走了  $2\text{m}$  到达点  $E$  处, 测得点  $A$  的仰角为  $45^\circ$ .



(1) 求斜坡的高度  $EF$  的长;

(2) 求旗面宽  $AB$  的长度 (参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.73, \sin 53^\circ \approx 0.80, \cos 53^\circ \approx 0.60, \tan 53^\circ \approx 1.33$ , 结果精确到  $0.1\text{m}$ ).

23. 已知小明家、公共健身区、超市依次在同一条直线上, 公共健身区距离小明家  $360\text{m}$ , 超市距离小明家  $2000\text{m}$ . 小明从家里出发, 匀速慢跑  $4\text{min}$  到公共健身区, 在公共健身区进行锻炼; 接着他匀速快走  $20\text{min}$  到达了超市, 在超市短暂停留了  $4\text{min}$  购买商品; 最后, 他匀速散步  $25\text{min}$  回到家中. 下面图中  $x$  (单位:  $\text{min}$ ) 表示小明离开家的时间,  $y$  (单位:  $\text{m}$ ) 表示小明离家的距离. 图象反映了这个过程中小明离家的距离与小明离开家的时间之间的对应关系.



请根据相关信息，回答下列问题：

(1) 填表：

小明离开家的时间（单位： min）	1	4	14	39
小明离家的距离（单位：m）		360		2000

(2) 填空：①超市到公共健身区距离为\_\_\_\_\_m；

②小明在公共健身区进行锻炼的时间为\_\_\_\_\_min；

③小明从超市返回到家的速度为\_\_\_\_\_m/min；

④当  $0 \leq x \leq 35$  时，请直接写出  $y$  关于  $x$  的函数解析式。

(3) 当小明离开家 8min 时，妈妈带着弟弟从家出发以 60m/min 的速度匀速步行直接去超市，那么她们在去超市途中遇到小明时离家的距离是\_\_\_\_\_m。

24. 在平面直角坐标系中， $\triangle OAB$ ， $\triangle CAD$  均为等边三角形，其中点  $O(0,0)$ ，点  $A(4\sqrt{3},0)$ ，点  $C(4\sqrt{3}-3,0)$ 。以点  $A$  为中心，顺时针旋转  $\triangle CAD$ ，得到  $\triangle EAF$ ，点  $C, D$  的对应点分别为  $E, F$ 。

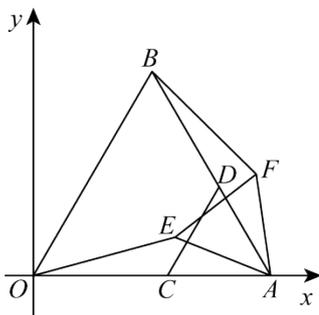


图1

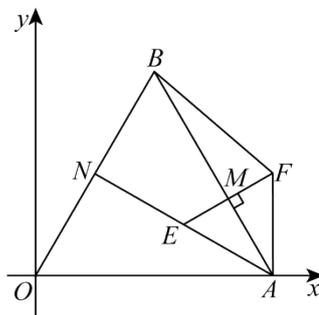


图2

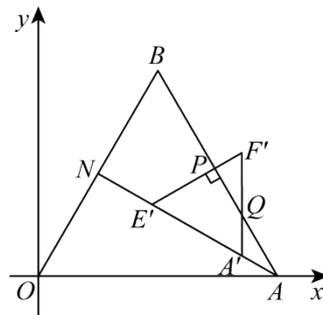


图3

(1) 如图 1，连接  $OE, BF$ ，直接写出  $OE$  和  $BF$  的数量关系\_\_\_\_\_；

(2) 如图 2，若  $AB \perp EF$ ，垂足为点  $M$ 。延长  $AE$  与  $OB$  交于点  $N$ 。求  $\triangle CAD$  旋转的角度和点  $N$  的坐标；

(3) 如图 3，在 (2) 的情况下，将  $\triangle EAF$  沿  $AN$  平移，点  $E, A, F$  的对应点分别为  $E', A', F'$ （点  $A'$  在线段  $AN$  上， $A'$  不与线段  $AN$  端点重合）， $F'$ ，得到  $\triangle E'A'F'$ 。设  $AA' = t$ ， $\triangle E'A'F'$  与  $\triangle VABN$  重叠部分的面积为  $S$ 。

①当  $\triangle E'A'F'$  与  $\triangle VABN$  重叠部分为三角形时，用含有  $t$  的式子表示  $S$ ，并直接写出  $t$  的取值范围；

②当  $S \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$  时，求  $t$  的取值范围（直接写出结果即可）。

25. 抛物线  $y = -2x^2 + bx + c$  与  $y$  轴交于点  $A\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  且过点  $B\left(m, -\sqrt{3}m + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ，其中  $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，连接  $AB$ 。

(1) 当  $m = \sqrt{3}$  时，求抛物线解析式和其顶点的坐标；

(2) 当  $b = 4\sqrt{3}$  时, 若点  $M$  为抛物线  $y = -2x^2 + bx + c$  上位于直线  $AB$  上方的一点, 过点  $M$  作直线  $AB$  的垂线, 垂足为  $N$ . 求  $MN$  的最大值和此时点  $M$  的坐标;

(3) 已知点  $D\left(0, -\sqrt{3}m + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , 点  $Q\left(n, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $n > 0$ , 若点  $P$  在线段  $AB$  上, 且  $BP = n$ , 连接  $DP$ ,  $BQ$ , 当

$DP + BQ$  的最小值为  $4\sqrt{7}$  时, 直接写出此时  $b$  的值和点  $P$  的坐标.

# 南开区 2023~2024 学年度第二学期九年级质量监测（一）

## 数学试卷

本监测分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。监测满分 120 分，时间 100 分钟。

### 第 I 卷（选择题 共 36 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 计算  $(-1\frac{1}{4}) \times (\frac{4}{5})$  的结果是（ ）

- A. 1                      B. -1                      C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $-\frac{1}{5}$

【答案】B

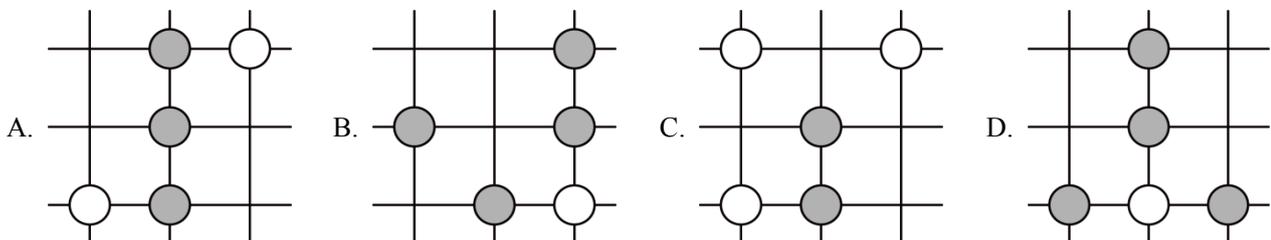
【详解】解：原式  $= (-\frac{5}{4}) \times (\frac{4}{5})$

$= -1$ .

故选：B.

【点睛】本题主要考查了有理数的乘法运算，熟练掌握有理数的乘法运算法则是解题的关键。

2. 围棋起源于中国，古代称之为“弈”，至今已有四千多年的历史，下列由黑白棋子摆成的图案是轴对称图形的是（ ）



【答案】D

【分析】本题考查轴对称图形的定义，轴对称图形定义：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，根据定义逐项判定即可得出结论，熟练掌握中心对称图形与轴对称图形的定义是解决问题的关键。

【详解】解：A、不是轴对称图形，故选项不符合题意；

B、不是轴对称图形，故选项不符合题意；

C、不是轴对称图形，故选项不符合题意；

D、是轴对称图形，故选项符合题意；

故选：D.

3. 我国研究人员利用中国天眼对致密星系群“斯蒂芬五重星系”及周围天区的氢原子气体进行成像观测，发现了 1 个尺度大约为 200 万光年的巨大原子气体系统，尺度比银河系大 20



【详解】从正面看，底层是三个小正方形，上层的右边是一个小正方形，

故选：A.

6.  $\sqrt{8}-2\times\cos 45^{\circ}$  的值等于 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $2\sqrt{2}-1$                       D.  $2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

【答案】A

【分析】本题考查了实数的运算，首先化简二次根式和特殊角的三角函数值，然后计算乘法，最后计算减法，求出算式的值即可.

【详解】 $\sqrt{8}-2\times\cos 45^{\circ}$

$$=2\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}$$

$$=\sqrt{2}$$

故选：A.

7. 计算  $\frac{4x}{x^2-4}-\frac{2}{x-2}$  的结果是 ( )

- A.  $\frac{2}{x+2}$                       B.  $\frac{2}{x-2}$                       C.  $-\frac{2}{x+2}$                       D.  $-\frac{2}{x-2}$

【答案】A

【分析】根据分式减法运算法则直接求解即可得到答案.

【详解】解： $\frac{4x}{x^2-4}-\frac{2}{x-2}$

$$=\frac{4x}{(x+2)(x-2)}-\frac{2}{x-2}$$

$$=\frac{4x}{(x+2)(x-2)}-\frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{4x-2(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{4x-2x-4}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{2(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{2}{x+2},$$

故选：A.

【点睛】本题考查分式减法运算，涉及因式分解、通分、约分等知识，熟练掌握分式减法运算法则是解决问题的关键.

8. 若点  $A(-2, y_1)$ ,  $B(-1, y_2)$ ,  $C(2, 1)$  都在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, 则  $y_1$ ,  $y_2$  和 1 的大小关系是 ( )

- A.  $y_1 < 1 < y_2$       B.  $y_1 < y_2 < 1$       C.  $1 < y_2 < y_1$       D.  $y_2 < y_1 < 1$

【答案】D

【分析】本题考查反比例函数的性质, 根据  $C(2, 1)$  求出解析式, 再结合反比例函数的性质求解即可得到答案:

【详解】解:  $\because C(2, 1)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上,

$$\therefore \frac{k}{2} = 1, \text{ 解得: } k = 2,$$

$$\because k = 2 > 0,$$

$\therefore$  反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  在  $x < 0$  上  $y$  随  $x$  增大而减小, 且小于 0,

$$\because -2 < -1 < 0,$$

$$\therefore 0 > y_1 > y_2,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < 1,$$

故选: D.

9. 下列方程中两根之和为 2 的方程是 ( )

- A.  $x^2 + 2x + 1 = 0$       B.  $x^2 - x + 2 = 0$   
C.  $3x^2 - 6x + 1 = 0$       D.  $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = 0$

【答案】C

【分析】本题主要考查了一元二次方程, 根与系数的关系, 解题的关键是熟练掌握一元二次方程

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两个根  $x_1$ ,  $x_2$ , 满足  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ . 根据一元二次方程根与系数的关系可

进行求解.

【详解】解: A、 $x^2 + 2x + 1 = 0$  的两根之和为  $-\frac{2}{1} = -2$ , 故 A 错误;

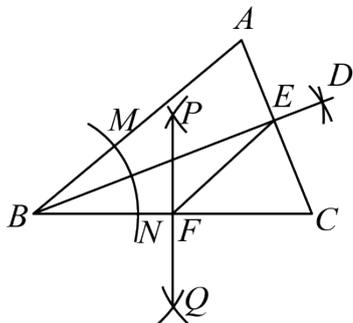
B、由  $x^2 - x + 2 = 0$  可知:  $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7 < 0$ , 该方程无实数根, 故 B 错误;

C、 $3x^2 - 6x + 1 = 0$  的两根之和为  $-\frac{6}{3} = 2$ , 故 C 正确;

D、 $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = 0$  的两根之和为  $-\frac{-2}{\frac{1}{2}} = 4$ ，故 D 错误.

故选：C.

10. 如图，在  $\triangle ABC$  中，按照如下尺规作图的步骤进行操作：



①以点  $B$  为圆心，以适当长为半径画弧，分别与  $AB$ ， $BC$  交于  $M$ ， $N$  两点；

②分别以  $M$ ， $N$  为圆心，以适当长为半径画弧，两弧交于点  $D$ ，作射线  $BD$ ， $BD$  与  $AC$  交于点  $E$ ；

③分别以  $B$ ， $C$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}BC$  的长为半径画弧，两弧交于点  $P$ ， $Q$ ，作线段  $PQ$ ， $PQ$  与  $BC$  于点  $F$ ；

④连接  $EF$ 。

若  $AB = BC$ ， $BE = AC = 4$ ，则  $\triangle CEF$  的周长为 ( )

A.  $2\sqrt{3} + 2$

B.  $2\sqrt{5} + 2$

C.  $\sqrt{3} + 2$

D.  $\sqrt{5} + 2$

【答案】B

【分析】本题主要考查了三线合一理，勾股定理，直角三角形的性质，线段垂直平分线和角平分线的尺规作图，由作图方法可知， $BE$  平分  $\angle ABC$ ， $PQ$  垂直平分  $BC$ ，由三线合一理得到  $CE = \frac{1}{2}AC = 2$ ， $AC \perp BE$ ，由勾股定理得到  $BC = 2\sqrt{5}$ ，再由直角三角形的性质得到  $EF = CF = \frac{1}{2}BC = \sqrt{5}$ ，据此可得答案.

【详解】解：由作图方法可知， $BE$  平分  $\angle ABC$ ， $PQ$  垂直平分  $BC$ ，

$\therefore AB = BC$ ，

$\therefore CE = \frac{1}{2}AC = 2$ ， $AC \perp BE$ ，

$\therefore BC = \sqrt{BE^2 + CE^2} = 2\sqrt{5}$ ，

$\therefore PQ$  垂直平分  $BC$ ，

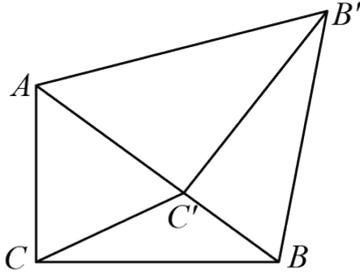
$\therefore$  点  $F$  为  $BC$  的中点，

$\therefore EF = CF = \frac{1}{2}BC = \sqrt{5}$ ，

$\therefore \triangle CEF$  的周长为  $EF + CE + CF = 2\sqrt{5} + 2$ ，

故选：B.

11. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转得到  $\triangle AB'C'$ , 使点  $C'$  落在  $AB$  边上, 连结  $BB'$ , 连结  $CC'$ , 则下列结论错误的是 ( )



A.  $BC' = 4$

B.  $\angle BB'C' = \angle BCC'$

C.  $BB' = 10$

D.  $\sin \angle B'BC' = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】C

【分析】本题考查了旋转的性质, 勾股定理, 正弦函数的定义. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, 利用勾股定理可求  $AB$ , 由旋转的性质可得  $AC = AC' = 6$ ,  $BC = B'C' = 8$ ,  $\angle C = \angle AC'B' = 90^\circ$ , 在  $\text{Rt}\triangle BB'C'$  中, 由勾股定理可求  $BB'$  的长, 据此求解即可判断.

【详解】解:  $\because \angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ ,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{36 + 64} = 10,$$

$\because$  将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转得到  $\triangle AB'C'$ ,

$$\therefore AC = AC' = 6, \quad BC = B'C' = 8, \quad \angle C = \angle AC'B' = 90^\circ,$$

$$\therefore BC' = 4,$$

$$\therefore B'B = \sqrt{C'B'^2 + BC^2} = \sqrt{16 + 64} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore \sin \angle B'BC' = \frac{B'C'}{BB'} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

设  $\angle BAC = \alpha$ , 由旋转的性质得  $\angle BAB' = \alpha$ ,

$$\therefore \text{等边对等角得 } \angle ACC' = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha), \quad \angle ABB' = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha),$$

$$\therefore \angle ACC' = \angle ABB',$$

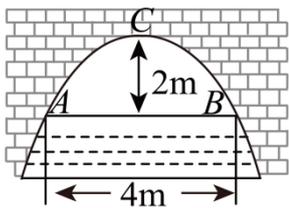
$$\therefore \angle ACC' + \angle BCC' = \angle ABB' + \angle BB'C' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BB'C' = \angle BCC',$$

观察四个选项, 只有 C 选项符合题意,

故选: C.

12. 如图, 是抛物线形拱桥, 当拱桥顶端  $C$  离水面  $2\text{m}$  时, 水面  $AB$  的宽度为  $4\text{m}$ .



有下列结论：

- ①当水面宽度为5m时，水面下降了1.125m；
- ②当水面下降1m时，水面宽度为 $2\sqrt{6}$ m；
- ③当水面下降2m时，水面宽度增加了 $(4\sqrt{2}-4)$ m.

其中，正确的是（ ）

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**【答案】D**

**【分析】**本题主要考查了二次函数的应用——搭桥问题. 根据已知条件建立适当坐标系, 从而得出二次函数解析式, 熟练掌握二次函数的图象和性质, 是解决问题的关键.

建立直角坐标系, 设坐标原点  $O$  在  $AB$  上,  $AB$  所在直线为  $x$  轴,  $y$  轴过抛物线顶点  $C$ , 进而求出二次函数解析式,

设水面  $AB$  下降到  $A'B'$  位置, 当水面宽 5 米时, 设  $B'(2.5, n)$ ; 当水面下降 1m 时, 设  $B'(m, -1)$ ; 当水面下降 2m

时, 设  $B'(t, -2)$ ; 逐一代入  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$  判断, 即得.

**【详解】**如图, 建立平面直角坐标系, 坐标原点  $O$  在  $AB$  上,  $AB$  所在直线为  $x$  轴,  $y$  轴过抛物线顶点  $C$ ,

根据题意得,  $AB = 4$ ,  $OC = 2$ ,

由对称性知  $OA = OB = \frac{1}{2}AB = 2$ ,

$\therefore A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(0, 2)$ ,

设抛物线解析式为  $y = ax^2 + 2$ ,

$B(2, 0)$  代入得,  $0 = 4a + 2$ ,

解得,  $a = -\frac{1}{2}$ ,

$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ ,

设水面  $AB$  下降到  $A'B'$  位置,

当水面宽 5 米时,

设  $B'(2.5, n)$ ,

则  $n = -\frac{1}{2} \times (-2.5)^2 + 2 = -1.125$ ,

$\therefore$  水面下降了 1.125m, ①正确;

当水面下降1m时,

$$\text{设 } B'(m, -1)(m > 0), \text{ 则 } -1 = -\frac{1}{2}m^2 + 2,$$

$$\text{解得, } m = \sqrt{6},$$

∴水面宽度为  $2\sqrt{6}\text{m}$ , ②正确;

当水面下降2m时,

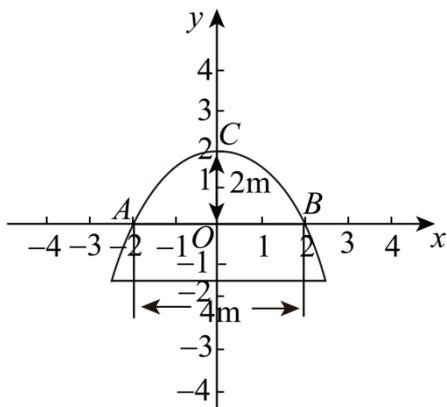
$$\text{设 } B'(t, -2)(t > 0), \text{ 则 } -2 = -\frac{1}{2}t^2 + 2,$$

$$\text{解得 } t = 2\sqrt{2},$$

∴水面宽度为  $4\sqrt{2}$ ,

∴水面宽度增加了  $(4\sqrt{2} - 4)\text{m}$ , ③正确.

故选 D.



## 第Ⅱ卷 (非选择题 共 84 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分; 共 18 分. 请将答案直接填在答题纸中对应的横线上)

13. 计算  $-(-3a)^2$  的结果是\_\_\_\_\_.

【答案】  $-9a^2$

【分析】 本题主要考查积的乘方, 直接运用乘方的运算法则计算即可; 确定结果的正负是解答本题的关键.

【详解】 解:  $-(-3a)^2 = -(-3)^2 a^2 = -9a^2$ .

故答案为:  $-9a^2$ .

14. 从  $-2, -1, 2, 3, 5$  中任取一个数作为  $a$ , 则抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  开口向下的概率为\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{2}{5}$  ##0.4

【分析】 本题考查的知识点是二次函数的图象与性质、列举法求概率, 解题关键是熟练掌握二次函数的图象与性质.

根据二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的性质找出五个数中符合条件的数即可求解.

【详解】解: Q 要使抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

Q 在  $-2, -1, 2, 3, 5$  中只有  $-2, -1$  符合,

$\therefore$  要使抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  开口向下的概率为  $\frac{2}{5}$ .

故答案为:  $\frac{2}{5}$ .

15. 计算  $(2\sqrt{3}+1)(1-2\sqrt{3})$  的结果为\_\_\_\_\_.

【答案】  $-11$

【分析】 本题考查的知识点是平方差公式, 解题关键是熟练掌握平方差公式的运用.

根据平方差公式  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  即可求解.

【详解】 解:  $(2\sqrt{3}+1)(1-2\sqrt{3}) = 1^2 - (2\sqrt{3})^2 = 1 - 12 = -11,$

故答案为:  $-11$ .

16. 直线  $AB$  与  $x$  轴交于点  $A(-6, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $B(0, 3)$ , 将直线  $AB$  沿  $y$  轴向下平移 2 个单位长度得到直线  $l$ , 则直线  $l$  的解析式为\_\_\_\_\_.

【答案】  $y = \frac{1}{2}x + 1$

【分析】 本题考查了待定系数法求一次函数的解析式, 一次函数图象与几何变换, 掌握待定系数法求解析式以及平移规律是解题的关键. 利用待定系数法求得直线  $AB$  的解析式, 然后利用平移规律即可求得直线  $l$  的解析式.

【详解】 解: 设直线  $AB$  为  $y = kx + 3,$

代入  $A(-6, 0)$  得,  $-6k + 3 = 0,$  解得  $k = \frac{1}{2},$

$\therefore$  直线  $AB$  为  $y = \frac{1}{2}x + 3,$

将直线  $AB$  沿  $y$  轴向下平移 2 个单位长度得到直线  $l,$  则直线  $l$  的解析式为  $y = \frac{1}{2}x + 3 - 2 = \frac{1}{2}x + 1.$

故答案为:  $y = \frac{1}{2}x + 1.$

17. 如图, 在等腰  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ,$  过点  $C$  作  $CD \perp BC,$  连接  $BD,$  交  $AC$  于点  $E,$  点  $F$  为  $BD$  中点, 连接  $AF, AD,$  若  $AF = CD = \sqrt{10},$  则  $AD =$ \_\_\_\_\_.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/055342000142011143>