27.1图形的相似（2）相似多边形的性质与判定

一、预习导学

相似多边形的性质

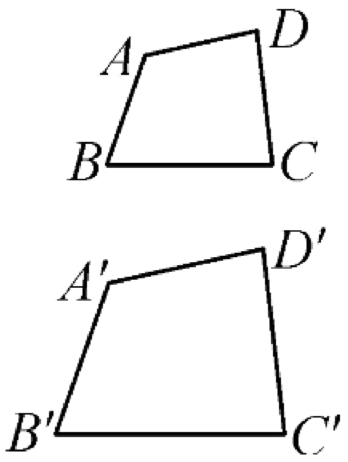
如果两个多边形相似，那么这两个多边形的对应角__相等__，对应边__成比例__.相似多边形对应边的比叫做__相似比__，记作 k.

几何语言（如图）：

∵ 四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A'B'C'D'$，

∴ $\angle A=\angle A', \angle B=\angle B', \angle C=\angle C', \angle D=\angle D'$，

且 $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{CD}{C'D'}=\dfrac{AD}{A'D'}$.



相似多边形的判定

如果两个多边形的对应角分别__相等__，对应边__成比例__，那么这两个多边形相似（定义）.

几何语言（如图）：

$\because$ $\underline{\angle A=\angle A',\angle B=\angle B',\angle C=\angle C',\angle D=\angle D'}$，

且 $\underline{\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{CD}{C'D'}=\dfrac{AD}{A'D'}}$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 相似.

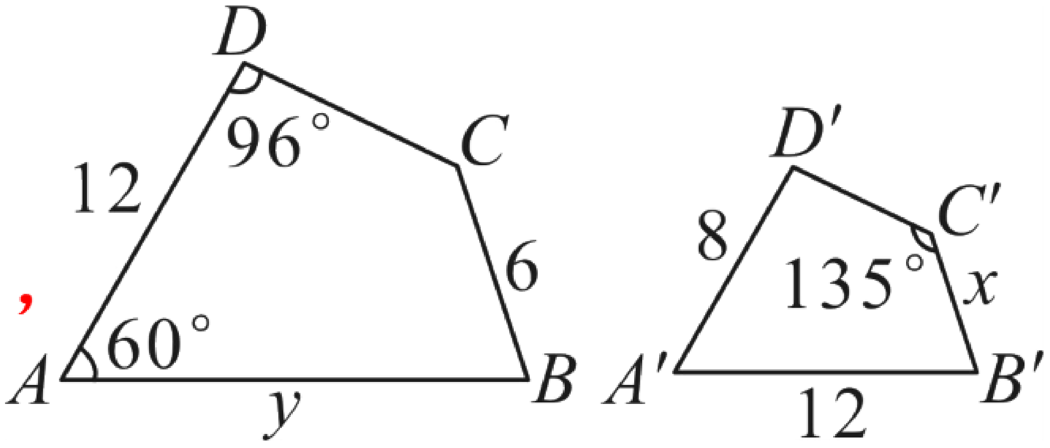
二、课堂导学

知识点1 相似多边形的性质

【例1】 如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 相似.

（1）$\angle B=$ $\underline{69^\circ}$；

（2）求边 x， y 的长度.

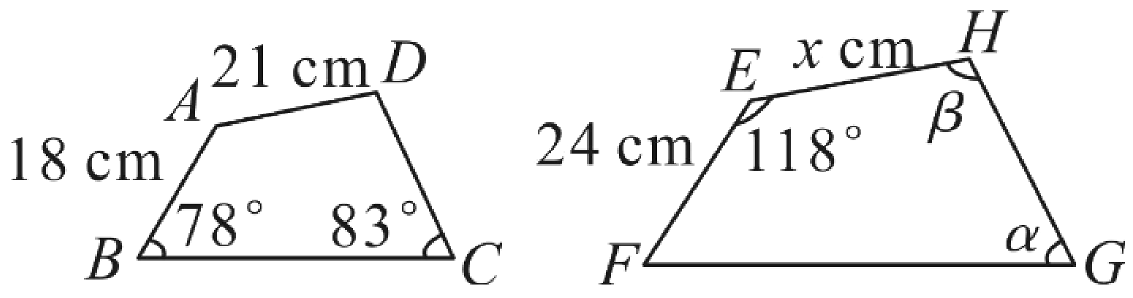


解：∵ 四边形 $ABCD\sim$ 四边形 $A'B'C'D'$，

$\therefore \dfrac{6}{x}=\dfrac{12}{8}=\dfrac{y}{12}$，

解得 $x=4$， $y=18$.

【变式1】 如图，四边形$ABCD$与四边形$EFGH$相似，求角α，β的大小与EH的长度x.



解：∵ 四边形$ABCD$与四边形$EFGH$相似，

$\therefore \alpha = \angle C = 83^\circ$，$\angle F = \angle B = 78^\circ$，$EH : AD = EF : AB$，

$\therefore x : 21 = 24 : 18$，

解得$x = 28$.

在四边形$EFGH$中，$\beta = 360^\circ - 118^\circ - 83^\circ - 78^\circ = 81^\circ$.

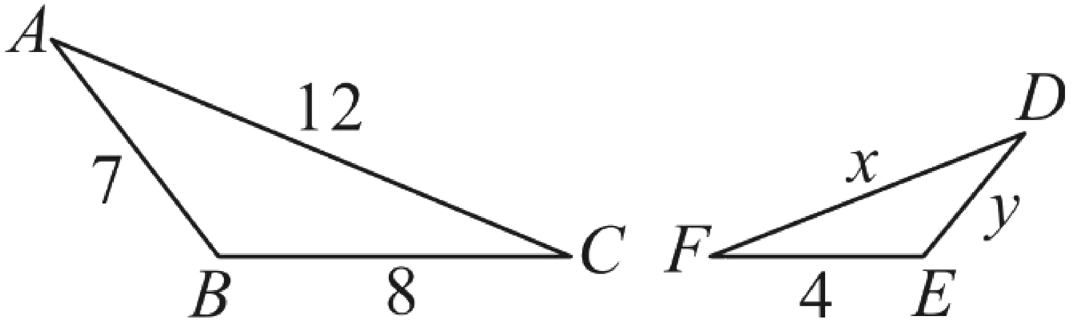
知识点2 相似三角形的定义及性质

“相似”可用符号“∽”表示，读作“相似”.相似三角形对应角__相等__，对应边__成比例__.

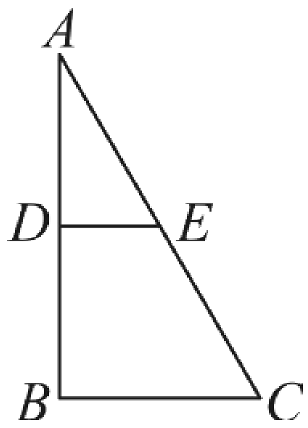
【例2】（人教九下P27习题T3）如图，已知$\triangle ABC\sim\triangle DEF$，求未知边$DF$，$DE$的长度$x$，$y$.

解：$\because\triangle ABC\sim\triangle DEF$，

$\therefore\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}$，即$\frac{7}{y}=\frac{12}{x}=\frac{8}{4}$，



【变式2】 (2023·多维原创)如图，已知$\triangle ADE\sim\triangle ABC$，$\angle B=90^\circ$，$AB=8$，$BC=6$，$DE=3$，求$\angle ADE$及$AD$.



解：$\because\triangle ADE\sim\triangle ABC$,

$\therefore\angle ADE=\angle B=90^\circ$，$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$,

$\therefore\frac{AD}{8}=\frac{3}{6}$，$\therefore AD=4$.

知识点3 相似多边形的判定

【例3】 两个矩形的边长如图.

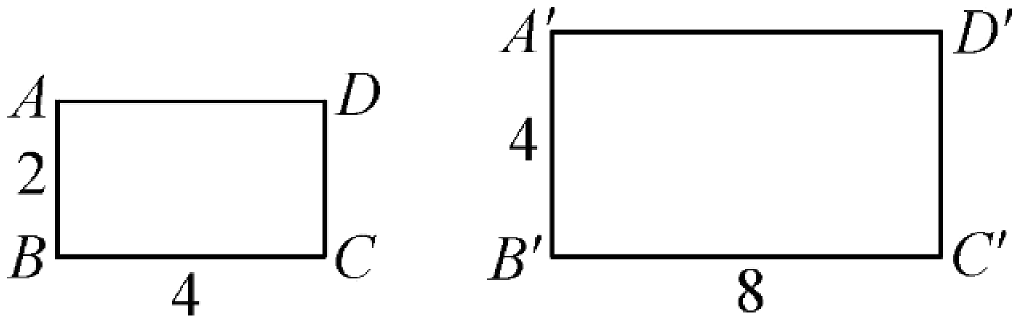
（1）求证：矩形$ABCD$与矩形$A'B'C'D'$相似；

解：证明：在矩形$ABCD$与矩形$A'B'C'D'$中，

$\because \angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\angle A'=\angle B'=\angle C'=\angle D'=90°$，

$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{AD}{A'D'}=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 矩形$ABCD$与矩形$A'B'C'D'$相似.



（2）写出它们的相似比.

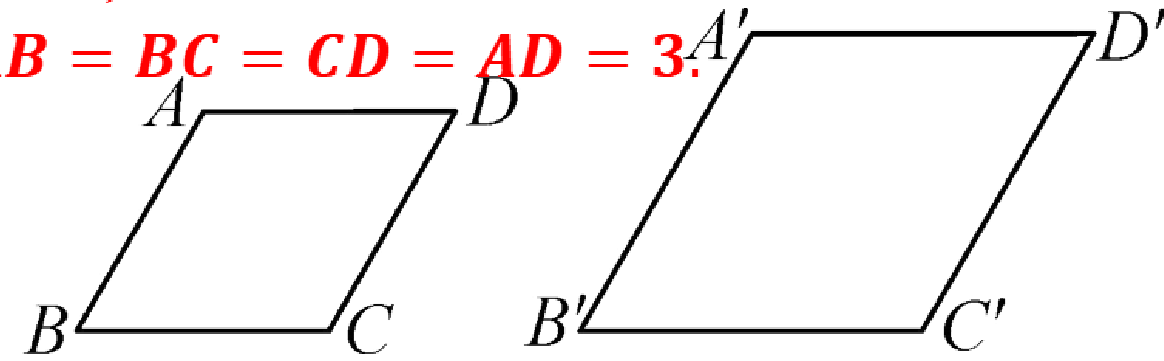
（2）$\frac{1}{2}$.

【变式3】 如图，菱形$ABCD$的边长为3，$\angle B=\angle B'=60°$，菱形$A'B'C'D'$的边长为5.

（1）求证：菱形$ABCD$与菱形$A'B'C'D'$相似；

证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle B=60°$，

$\therefore \angle A=120°$，$\angle C=120°$，$\angle D=60°$，$AB=BC=CD=AD=3.$



$\because$ 四边形 $A'B'C'D'$ 是菱形，$\angle B'=60°$，

$\therefore \angle A'=120°$，$\angle D'=60°$，$\angle C'=120°$，

$A'B'=B'C'=C'D'=A'D'=5$，

$\therefore \angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$，$\angle D=\angle D'$，

$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{AD}{A'D'}=\frac{3}{5}$，

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 与菱形 $A'B'C'D'$ 相似.

（2）菱形$ABCD$与菱形$A'B'C'D'$的相似比$k=\frac{3}{5}$.