考试参考习题－系统复习

备考题库训练－习题强化

考前模拟测试－模拟演练

通关宝典梳理－真题体验

技巧提升冲刺－技能技巧

2022年高二数学上册常考题专练重难点突破专题17　圆锥曲线常考题型04——定值问题

圆锥曲线中的定值问题是圆锥曲线问题中的另一个难点.解决这个难点的基本思想是函数思想，可以用变量表示问题中的直线方程、数量积、比例关系等，这些直线方程、数量积、比例关系中不受变量影响的某个值，就是要求的定值.具体地说，就是将要证明或要求解的量表示为某个合适变量的函数，化简消去变量即得定值.

1．过抛物线$C:x^2=4y$的焦点为F且斜率为k的直线l交曲线C于$A(x_1，y_1)$、$B(x_2，y_2)$两点，交圆$F:x^2+(y-1)^2=1$于M，N两点(A，M两点相邻)．求证：y_1y_2为定值；

2．已知椭圆$M:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右顶点分别为$A$、$B$，设$P$是曲线$M$上的任意一点．当点$P$异于$A$、$B$时，直线$PA$，$PB$的斜率分别为$k_1$，$k_2$，则$k_1 \bullet k_2$是否为定值？请说明理由；

3．椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$(a>b>0)$的离心率$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点$(2,\sqrt{2})$在$C$上．

（1）求椭圆C的方程；

（2）直线l不过原点O且不平行于坐标轴，l与C有两个交点A，B，线段AB的中点为M．证明：直线OM的斜率与l的斜率的乘积为定值．

4．已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$与双曲线$\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$有相同的焦点F．

（1）求C的方程，并求其准线l的方程；

（2）过F且斜率存在的直线与C交于不同的两点$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，证明：x_1x_2，y_1y_2均为定值．

5．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$的焦点与双曲线$D:\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{t}=1(t>0)$的焦点相同，且$D$的离心率为$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

（1）求C与D的方程；

（2）若$P(0,1)$，直线$l:y=-x+m$与C交于A，B两点，且直线PA，PB的斜率都存在.

①求m的取值范围；

②试问两直线PA，PB的斜率之积是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

6．设点P为双曲线$E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$上任意一点，双曲线$E$的离心率为$\sqrt{3}$，右焦点与椭圆$G:\dfrac{x^2}{t+6}+\dfrac{y^2}{t+3}=1(t>0)$的右焦点重合.

（1）求双曲线E的标准方程；

（2）过点P作双曲线两条渐近线的平行线，分别与两渐近线交于点A，B，求证：平行四边形$OAPB$的面积为定值，并求出此定值.

7．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$，点$A(1,\frac{3}{2})$在椭圆$C$上．

（1）求椭圆C的方程；

（2）设动直线l与椭圆C有且仅有一个公共点，判断是否存在以原点O为圆心的圆，满足此圆与l相交两点P_1，P_2（两点均不在坐标轴上），且使得直线OP_1，OP_2的斜率之积为定值？若存在，求此圆的方程与定值；若不存在，请说明理由．

8．已知抛物线$E:y^2=2px$的准线过点$T(-1,2)$．

（1）求抛物线E的标准方程；

（2）过点$M(4,0)$作直线l交抛物线E于A，B两点，证明：$k_{OA}\bullet k_{OB}$为定值．

9．已知平面上的动点 $P(x,y)$ 及两定点 $A(-2,0)$ ， $B(2,0)$ ，直线 PA ， PB 的斜率分别是 k_1 ， k_2 且 $k_1 \bullet k_2 = -\frac{1}{4}$.

（1）求动点 P 的轨迹 C 的方程；

（2）设直线 $l: y = kx + m$ 与曲线 C 交于不同的两点 M ， N .

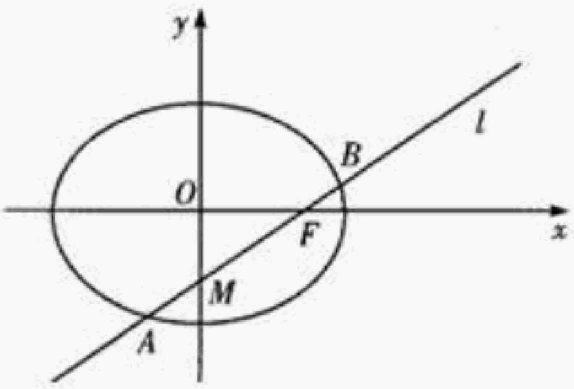
①若 $OM \perp ON(O$ 为坐标原点），证明点 O 到直线 l 的距离为定值，并求出这个定值

②若直线 BM ， BN 的斜率都存在并满足 $k_{BM} \bullet k_{BN} = -\frac{1}{4}$ ，证明直线 l 过定点，并求出这个定点.

10．如图，已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 经过点 $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，直线 l 经过椭圆 C 的右焦点 F ，交椭圆于 A ， B 两点.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程.

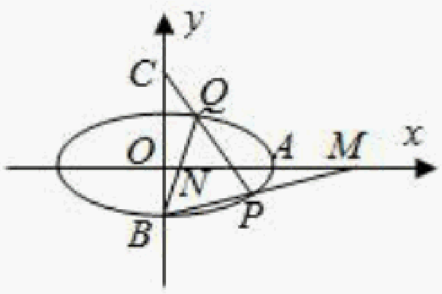
（Ⅱ）若直线 l 交 y 轴于点 M ，且 $\overrightarrow{MA} = \lambda \overrightarrow{AF}$ ， $\overrightarrow{MB} = \mu \overrightarrow{BF}$ ，当直线 l 的倾斜角变化时， $\lambda + \mu$ 是否为定值？若是，请求出 $\lambda + \mu$ 的值；否则，请说明理由.



11．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，其右顶点为$A$，下顶点为$B$，定点$C(0,2)$，$\Delta ABC$的面积为3，过点$C$作与$y$轴不重合的直线$l$交椭圆$C$于$P$，$Q$两点，直线$BP$，$BQ$分别与$x$轴交于$M$，$N$两点．

（1）求椭圆C的方程；

（2）试探究M，N的横坐标的乘积是否为定值，说明理由．



12．已知椭圆E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$，$B_1$、$B_2$分别是椭圆短轴的上下两个端点；$F_1$是椭圆的左焦点，$P$是椭圆上异于点$B_1$、$B_2$的点，△$B_1F_1B_2$是边长为4的等边三角形．

（Ⅰ）写出椭圆的标准方程；

（Ⅱ）设点R满足：$RB_1\perp PB_1$，$RB_2\perp PB_2$．求证：△PB_1B_2与△RB_1B_2的面积之比为定值．

13．给定椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，称圆心在原点$O$，半径为$\sqrt{a^2+b^2}$的圆是椭圆$C$的“卫星圆”．若椭圆$C$的离心率$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点$(2,\sqrt{2})$在$C$上．

(I)求椭圆C的方程和其“卫星圆”方程；

（Ⅱ）点P是椭圆C的“卫星圆”上的一个动点，过点P作直线l_1，l_2，使得$l_1\perp l_2$，与椭圆C都只有一个交点，且l_1，l_2，分别交其“卫星圆”于点M，N，证明：弦长$|MN|$为定值．

14．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别是$E$、$F$，离心率$e=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，过点$F$的直线交椭圆$C$于$A$、$B$两点，$\Delta ABE$的周长为16．

（1）求椭圆C的方程；

（2）已知O为原点，圆$D:(x-3)^2+y^2=r^2(r>0)$与椭圆C交于M、N两点，点P为椭圆C上一动点，若直线PM、PN与x轴分别交于G、H两点，求证：$|OG|\cdot|OH|$为定值．

15．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点分别为$F_1(-\sqrt{2}，0)$，$F_2(\sqrt{2}，0)$，以椭圆短轴为直径的圆经过点$M(1,0)$．

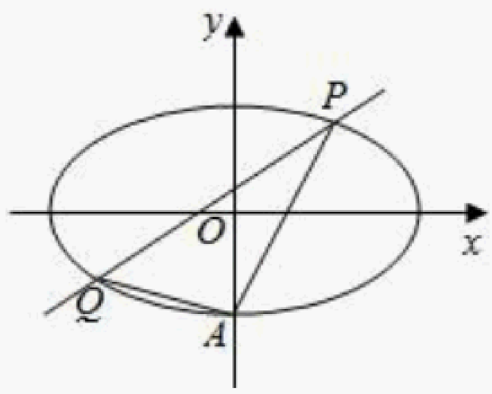
（1）求椭圆C的方程；

（2）过点M的直线l与椭圆C相交于A、B两点，设点$N(3,2)$，记直线AN，BN的斜率分别为k_1，k_2，问：k_1+k_2是否为定值？并证明你的结论．

16．如图，椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点$A(0,-1)$，且离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

（Ⅰ）求椭圆E的方程；

（Ⅱ）经过点$(1,1)$，且斜率为k的直线与椭圆E交于不同两点P，Q（均异于点A)，问直线AP与AQ的斜率之和是否为定值，若是，求出这个定值；若不是，请说明理由．



17．已知直线$l:x=t$与椭圆$C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$相交于$A$，$B$两点，$M$是椭圆$C$上一点

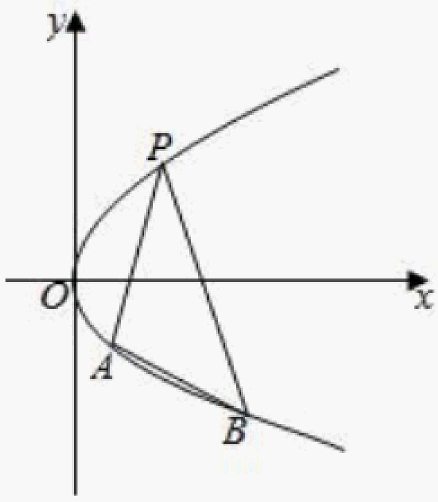
（Ⅰ）当$t=1$时，求ΔMAB面积的最大值；

（Ⅱ）设直线MA和MB与x轴分别相交于点E，F，O为原点．证明：$|OE|\cdot|OF|$为定值．

18．如图，已知点$P(2,2)$是抛物线$C:y^2=2x$上一点，过点P作两条斜率相反的直线分别与抛物线交于A、B两点，直线PA的斜率为$k(k>0)$．

（Ⅰ）若直线PA、PB恰好为圆$(x-2)^2+y^2=1$的切线，求直线PA的斜率；

（Ⅱ）求证：直线AB的斜率为定值．并求出当ΔPAB为直角三角形时，ΔPAB的面积．



19．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点是$F_1$，$F_2$，点$P(\sqrt{2}$，$1)$在椭圆$C$上，且$|PF_1|+|PF_2|=4$

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）设点P关于x轴的对称点为Q，M是椭圆C上一点，直线MP和MQ与x轴分别相交于点E，F，O为原点．证明：$|OE|\cdot|OF|$为定值．

20．椭圆C焦点在y轴上，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，上焦点到上顶点距离为$2-\sqrt{3}$．

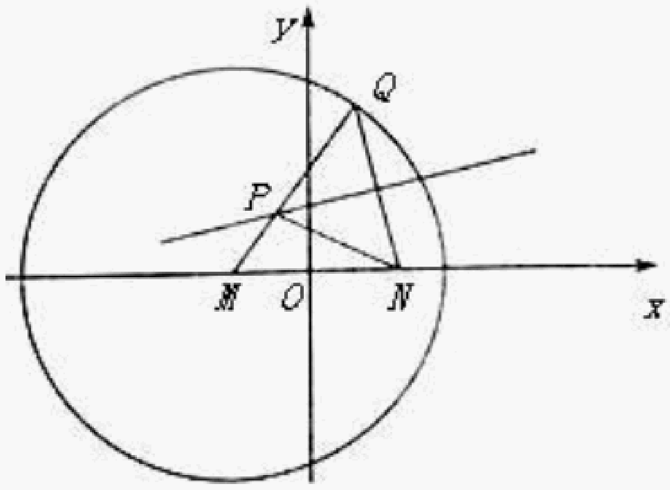
（Ⅰ）求椭圆C的标准方程；

（Ⅱ）直线l与椭圆C交于P，Q两点，O为坐标原点，ΔOPQ的面积$S_{\Delta OPQ}=1$，则$|\overrightarrow{OP}|^2+|\overrightarrow{OQ}|^2$是否为定值，若是求出定值；若不是，说明理由．

21．已知圆$M:x^2+y^2+2\sqrt{2}x-10=0$和点$N(\sqrt{2},0),Q$是圆$M$上任意一点，线段$NQ$的垂直平分线和$QM$相交于点$P$，记$P$的轨迹为曲线$E$.

（1）求曲线E的方程；

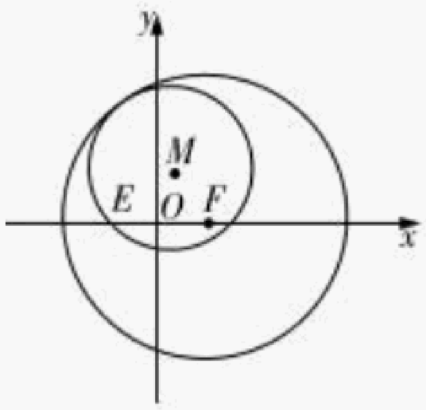
（2）点A是曲线E与y轴正半轴的交点，过点$(0,2)$的直线交E于B、C两点，直线AB，AC的斜率分别是k_1，k_2，试探索$k_1\cdot k_2$是否为定值，若是，求出该定值；若不是，请说明理由.



22．如图，已知动圆M过点$E(-1,0)$)，且与圆$F:(x-1)^2+y^2=8$内切，设动圆圆心M的轨迹为曲线C.

（1）求曲线C的方程；

（2）过圆心F的直线l交曲线C于A，B两点，问：在x轴上是否存在定点P，使当直线l绕点F任意转动时，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$为定值？若存在，求出点$P$的坐标和$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的值；若不存在，请说明理由.



23．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点分别为$F_1$，$F_2$，离心率为$\frac{1}{2}$．设过点$F_2$的直线$l$与椭圆$C$相交于不同两点$A$，$B$，$\Delta ABF_1$周长为8．

（Ⅰ）求椭圆C的标准方程；

（Ⅱ）已知点$T(4,0)$，证明：当直线l变化时，总有TA与TB的斜率之和为定值．

24．在直角坐标系xOy中，曲线$y=x^2+mx-2$与x轴交于A、B两点，点C的坐标为$(0,1)$，当m变化时，解答下列问题：

（1）能否出现$AC\perp BC$的情况？说明理由；

（2）证明过A、B、C三点的圆在y轴上截得的弦长为定值．

25．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$过点$A(2,0)$，$B(0,1)$两点．

（1）求椭圆C的方程及离心率；

（2）设P为第三象限内一点且在椭圆C上，直线PA与y轴交于点M，直线PB与x轴交于点N，求证：四边形$ABNM$的面积为定值．

专题17　圆锥曲线常考题型04——定值问题

圆锥曲线中的定值问题是圆锥曲线问题中的另一个难点．解决这个难点的基本思想是函数思想，可以用变量表示问题中的直线方程、数量积、比例关系等，这些直线方程、数量积、比例关系中不受变量影响的某个值，就是要求的定值．具体地说，就是将要证明或要求解的量表示为某个合适变量的函数，化简消去变量即得定值．

1．过抛物线$C:x^2=4y$的焦点为F且斜率为k的直线l交曲线C于$A(x_1，y_1)$、$B(x_2，y_2)$两点，交圆$F:x^2+(y-1)^2=1$于M，N两点(A，M两点相邻)．求证：y_1y_2为定值；

【解答】证明：依题意直线l的方程为$y=kx+1$，

代入$x^2=4y$，得$x^2-4kx-4=0$，

$\triangle=(-4k)^2+16>0$，则$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4$．

$\therefore y_1y_2=\dfrac{{x_1}^2{x_2}^2}{16}=1$为定值；

2．已知椭圆$M:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的左、右顶点分别为$A$、$B$，设$P$是曲线$M$上的任意一点．当点$P$异于$A$、$B$时，直线$PA$，$PB$的斜率分别为$k_1$，$k_2$，则$k_1•k_2$是否为定值？请说明理由；

【解答】解：由椭圆的方程及题意可得：$A(-2,0)$，$B(2,0)$设$P(x,y)$，$y\neq 0$，

因为P在椭圆上，所以$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，所以$y^2=3(1-\dfrac{x^2}{4})=3•\dfrac{4-x^2}{4}$

则$k_{PA}•k_{PB}=\dfrac{y}{x+2}•\dfrac{y}{x-2}=\dfrac{y^2}{x^2-4}=3•\dfrac{\frac{4-x^2}{4}}{x^2-4}=-\dfrac{3}{4}$，

所以由题意可得$k_1•k_2$是为定值，且定值为$-\dfrac{3}{4}$；

3．椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$(a>b>0)$的离心率$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点$(2,\sqrt{2})$在$C$上．

（1）求椭圆C的方程；

（2）直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴，l 与 C 有两个交点 A，B，线段 AB 的中点为 M．证明：直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值．

【解答】（1）解：椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$(a>b>0)$ 的离心率 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点 $(2,\sqrt{2})$ 在 C 上，可得

$\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{2}{b^2}=1$，解得 $a^2=8$，$b^2=4$，所求椭圆 C 方程为：$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$．

（2）证明：设直线 $l:y=kx+b$，$(k\neq 0,b\neq 0)$，$A(x_1$，$y_1)$，$B(x_2$，$y_2)$，$M(x_M$，$y_M)$，

把直线 $y=kx+b$ 代入 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 可得 $(2k^2+1)x^2+4kbx+2b^2-8=0$，

故 $x_M=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-2kb}{2k^2+1}$，$y_M=kx_M+b=\dfrac{b}{2k^2+1}$，

于是在 OM 的斜率为：$K_{OM}=\dfrac{y_M}{x_M}=-\dfrac{1}{2k}$，即 $K_{OM}\cdot k=-\dfrac{1}{2}$．

$\therefore$ 直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值．

4．已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 与双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$ 有相同的焦点 F．

（1）求 C 的方程，并求其准线 l 的方程；

（2）过 F 且斜率存在的直线与 C 交于不同的两点 $A(x_1$，$y_1)$，$B(x_2$，$y_2)$，证明：x_1x_2，y_1y_2 均为定值．

【解答】（1）解：$\because$ 双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$，$\therefore c=\sqrt{3+1}=2$，

可得双曲线的右焦点为 $(2,0)$，

$\therefore F(2,0)$，则 $\dfrac{p}{2}=2$，即 $p=4$，

故 C 的方程为 $y^2=8x$，其准线 l 的方程为 $x=-2$；

（2）证明：由题意直线 AB 过点 F 且斜率存在，设其方程为 $y=k(x-2)(k\neq 0)$，

联立 $\begin{cases}y=k(x-2)\\y^2=8x\end{cases}$，整理得 $ky^2-8y-16k=0$，

$\because A(x_1$，$y_1)$，$B(x_2$，$y_2)$，

$\therefore y_1y_2=\dfrac{-16k}{k}=-16$ 为定值，则 $x_1x_2=\dfrac{(y_1y_2)^2}{8^2}=\dfrac{(-16)^2}{64}=4$ 为定值．

5．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的焦点与双曲线 $D:\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{t}=1(t>0)$ 的焦点相同，且 D 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$．

（1）求C与D的方程；

（2）若$P(0,1)$，直线$l: y=-x+m$与C交于A，B两点，且直线PA，PB的斜率都存在.

①求m的取值范围；

②试问两直线PA，PB的斜率之积是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

【解答】解：（1）因为D的离心率为$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，所以$\sqrt{1+\dfrac{t}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

解得$t=1$，则D的方程为$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$.

因为C的焦点与D的焦点相同，所以$a^2-1=2+1$，

所以$a^2=4$，则C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

（2）①联立$\begin{cases} y=-x+m, \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1, \end{cases}$得$5x^2-8mx+4m^2-4=0$，

其中$\triangle=64m^2-20(4m^2-4)>0$，解得$-\sqrt{5}<m<\sqrt{5}$.

又直线PA，PB的斜率都存在，所以$m\neq\pm1$，

故m的取值范围是$(-\sqrt{5},-1)\bigcup(-1,1)\bigcup(1,\sqrt{5})$.

②设$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，则$x_1+x_2=\dfrac{8m}{5}$，$x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{5}$，

则

$$k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{-x_1+m-1}{x_1}\cdot\frac{-x_2+m-1}{x_2}=1+\frac{-(m-1)(x_1+x_2)+(m-1)^2}{x_1x_2}=1+\frac{-(m-1)\frac{8m}{5}+(m-1)^2}{\frac{4m^2-4}{5}}=1-\frac{3m+5}{4(m+1)}$$

，

故直线PA，PB的斜率之积不是定值.

6．设点P为双曲线$E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$上任意一点，双曲线$E$的离心率为$\sqrt{3}$，右焦点与椭圆$G:\dfrac{x^2}{t+6}+\dfrac{y^2}{t+3}=1(t>0)$的右焦点重合.

（1）求双曲线E的标准方程；

（2）过点P作双曲线两条渐近线的平行线，分别与两渐近线交于点A，B，求证：平行四边形$OAPB$的面积为定值，并求出此定值.

【解答】解：（1）由双曲线E的离心率为$\sqrt{3}$，右焦点与椭圆$G:\dfrac{x^2}{t+6}+\dfrac{y^2}{t+3}=1(t>0)$的右焦点重合，

得$\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\sqrt{3}\\ c^2=3\end{cases}$，解得$a=1$，$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{2}$，$c=\sqrt{3}$，

所以双曲线E的方程为$x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$．

（2）设P点坐标为$(x_0，\ y_0)$，

过点P与渐近线平行的直线分别为l_1，l_2，方程分别为$y-y_0=\sqrt{2}(x-x_0)$，$y-y_0=-\sqrt{2}(x-x_0)$，

联立$\begin{cases}y-y_0=\sqrt{2}(x-x_0)\\ y=-\sqrt{2}x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{2}x_0-y_0}{2\sqrt{2}}\\ y=\dfrac{\sqrt{2}x_0-y_0}{-2}\end{cases}$，

同理联立$\begin{cases}y-y_0=-\sqrt{2}(x-x_0)\\ y=\sqrt{2}x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{2}x_0+y_0}{2\sqrt{2}}\\ y=\dfrac{\sqrt{2}x_0+y_0}{2}\end{cases}$，

又渐近线方程为$y=\pm\sqrt{2}x$，

则$\sin\angle AOB=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以S^2_平行四边形$OAPB$，

又点P在双曲线上，则$2x_0^2-y_0^2=2$，

所以S^2_平行四边形$OAPB$，

所以平行四边形$OAPB$的面积为定值，且定值为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

7．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{1}{2}$，点$A(1,\dfrac{3}{2})$在椭圆$C$上．

（1）求椭圆C的方程；

（2）设动直线l与椭圆C有且仅有一个公共点，判断是否存在以原点O为圆心的圆，满足此圆与l相交两点P_1，P_2（两点均不在坐标轴上），且使得直线OP_1，OP_2的斜率之积为定值？若存在，求此圆的方程与定值；若不存在，请说明理由．

【解答】解：（1）由题意可得$\begin{cases}e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{9}{4b^2}=1\\ c^2=a^2-b^2\end{cases}$，解得：$a^2=4$，$b^2=3$，

所以椭圆的方程为：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；

（2）结论：存在符合条件的圆，且此圆的方程为：$x^2+y^2=7$，

证明如下：

假设存在符合条件的圆，且此圆为$x^2+y^2=r^2(r>0)$，

当直线的斜率存在，设直线l的方程为$y=kx+m$，

联立$\begin{cases} y=kx+m \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$，整理可得：$(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$，

因为直线l与椭圆有且仅有一个公共点，

所以$\triangle_1=(8km)^2-4(4k^2+3)(4m^2-12)=0$，

即$m^2=4k^2+3$，

由方程组$\begin{cases} y=kx+m \\ x^2+y^2=r^2 \end{cases}$得$(k^2+1)x^2+2kmx+m^2-r^2=0$，

则$\triangle_2=(2km)^2-4(k^2+1)(m^2-r^2)>0$，

设$P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$，

则$x_1+x_2=\frac{-2km}{k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{m^2-r^2}{k^2+1}$，

设直线OP_1，OP_2直线的斜率为k_1，k_2，

所以$k_1\cdot k_2=\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=\frac{(kx_1+m)(kx_2+m)}{x_1x_2}$

$$=\frac{k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2}{x_1x_2}$$

$$=\frac{k^2\cdot\frac{m^2+r^2}{k^2+1}+km\cdot\frac{-2km}{k^2+1}+m^2}{\frac{m^2-r^2}{k^2+1}}=\frac{m^2-r^2k^2}{m^2-r^2},$$

将$m^2=4k^2+3$，代入上式得

$k_1\cdot k_2=\frac{(4-r^2)k^2+3}{4k^2+3-r^2}$，

要使得以$k_1\cdot k_2$为定值，则$\frac{4-r^2}{4}=\frac{3}{3-r^2}$，即$r^2=7$，

所以当圆的方程为$x^2+y^2=7$时，

圆与l的斜率不存在时，由题意知l的方程为$x=\pm2$，