宁夏大学附属中学2024年高三下学期4月仿真数学试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．复数z的共轭复数记作$\overline{z}$，已知复数z_1对应复平面上的点$\left(-1,-1\right)$，复数z_2:满足$\overline{z_1}\cdot z_2=-2$.则$\left|z_2\right|$等于（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{10}$　　D．10

2．圆锥底面半径为$\sqrt{5}$，高为2，SA是一条母线，P点是底面圆周上一点，则P点到SA所在直线的距离的最大值是（　　）

A．$\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　B．$\frac{4\sqrt{5}}{3}$　　C．3　　D．4

3．各项都是正数的等比数列$\left\{a_n\right\}$的公比$q\neq 1$，且$a_2,\frac{1}{2}a_3,a_1$成等差数列，则$\frac{a_3+a_4}{a_4+a_5}$的值为(　　)

A．$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

B．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

C．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$或$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

4．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一个焦点为$F$，点$A,B$是$C$的一条渐近线上关于原点对称的两点，以$AB$为直径的圆过$F$且交$C$的左支于$M,N$两点，若$|\mathrm{MN}|=2$，$\Delta ABF$的面积为**8**，则$C$的渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\sqrt{3}x$

B．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$

C．$y=\pm 2x$

D．$y=\pm\frac{1}{2}x$

5．已知向量$\overset{\vee}{a},\overset{\vee}{b}$满足$|\overset{\vee}{a}|=1,|\overset{\vee}{b}|=\sqrt{3}$,且$\overset{\vee}{a}$与$\overset{\vee}{b}$的夹角为$\frac{\pi}{6}$,则$(\overset{\vee}{a}+\overset{\vee}{b})\cdot(2\overset{\vee}{a}-\overset{\vee}{b})=$(　　)

A．$\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{3}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{2}$

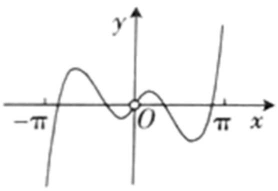
6．若直线$2x+4y+m=0$经过抛物线$y=2x^2$的焦点，则$m=$（　　）

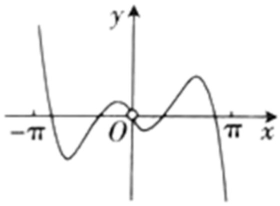
A．$\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．**2**　　D．-2

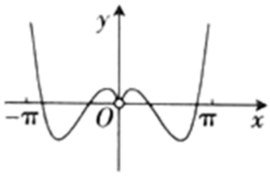
7．已知在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，若函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}bx^2+\frac{1}{4}\left(a^2+c^2-ac\right)x$存在极值，则角$B$的取值范围是（　　）

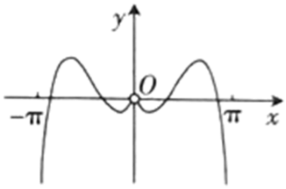
A. $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$　　**B.** $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$　　**C.** $\left(\frac{\pi}{3},\pi\right)$　　**D.** $\left(\frac{\pi}{6},\pi\right)$

8．函数$f(x)=x^3\cos x+x\ln|x|$在$[-\pi,0)\cup(0,\pi]$的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

9．设$y=f(x)$是定义域为R的偶函数，且在$\left[0,+\infty\right)$单调递增，$a=\log_{0.2}0.3,b=\log_2 0.3$，则（　　）

A. $f(a+b)>f(ab)>f(0)$　　**B.** $f(a+b)>f(0)>f(ab)$

C. $f(ab)>f(a+b)>f(0)$　　**D.** $f(ab)>f(0)>f(a+b)$

10．要得到函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象，只需将函数$y=\sin 2x$的图象（　　）

A. 向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位　　**B.** 向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位

C. 向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位　　**D.** 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位

11．已知数列$\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$是公比为$\frac{1}{3}$的等比数列，且$a_1>0$，若数列$\left\{a_n\right\}$是递增数列，则$a_1$的取值范围为（　　）

A. $(1,2)$　　**B.** $(0,3)$　　**C.** $(0,2)$　　**D.** $(0,1)$

12．某校为提高新入聘教师的教学水平，实行“老带新”的师徒结对指导形式，要求每位老教师都有徒弟，每位新教师都有一位老教师指导，现选出3位老教师负责指导5位新入聘教师，则不同的师徒结对方式共有（　　）种.

A. 360　　**B.** 240　　**C.** 150　　**D.** 120

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．在平面直角坐标系xOy中，若函数$f\left(x\right)=lnx-ax$在$x=1$处的切线与圆C：$x^2-2x+y^2+1-a=0$存在公共点，则实数a的取值范围为_____.

14．已知$x>0$，$y>0$，且$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，若$x+2y>m^2+2m$恒成立，则实数$m$的取值范围是____．

15．已知函数$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6}x^2+\frac{a}{x}+\frac{1}{2},x<0\\ \ln x-x,x>0\end{cases}$，若关于$x$的方程$f(x)+f(-x)=0$在定义域上有四个不同的解，则实数$a$的取值范围是_______．

16．不等式$ax+1+lnx\le xe^x$对于定义域内的任意x恒成立，则a的取值范围为__________．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知函数$f\left(x\right)=a\ln x-\frac{be^x}{x}$，曲线$y=f\left(x\right)$在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程为$2x-y-2-e=0$．

（1）求a，b的值；

（2）证明函数$f\left(x\right)$存在唯一的极大值点x_0，且$f\left(x_0\right)<2\ln 2-2$．

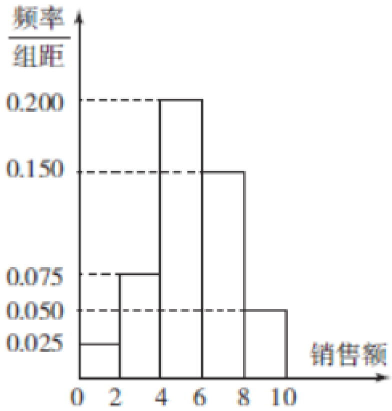
18．（12分）《山东省高考改革试点方案》规定：从**2017**年秋季高中入学的新生开始，不分文理科；**2020**年开始，高考总成绩由语数外**3**门统考科目和物理、化学等六门选考科目构成．将每门选考科目的考生原始成绩从高到低划分为A、$B+$、B、$C+$、C、$D+$、D、E共**8**个等级．参照正态分布原则，确定各等级人数所占比例分别为3%、7%、16%、24%、24%、16%、7%、3%．选考科目成绩计入考生总成绩时，将A至E等级内的考生原始成绩，依照等比例转换法则，分别转换到$[91,100]$、$[81,90]$、$[71,80]$、$[61,70]$、$[51,60]$、$[41,50]$、$[31,40]$、$[21,30]$八个分数区间，得到考生的等级成绩．某校高一年级共**2000**人，为给高一学生合理选科提供依据，对六个选考科目进行测试，其中物理考试原始成绩基本服从正态分布$N(60,169)$．

（1）求物理原始成绩在区间$(47,86)$的人数；

（2）按高考改革方案，若从全省考生中随机抽取**3**人，记X表示这**3**人中等级成绩在区间$[61,80]$的人数，求X的分布列和数学期望．

（附：若随机变量$\xi\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则$P(\mu-\sigma<\xi<\mu+\sigma)=0.682$，$P(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma)=0.954$，$P(\mu-3\sigma<\xi<\mu+3\sigma)=0.997$）

19．（12分）某网络商城在2019年1月1日开展"庆元旦"活动，当天各店铺销售额破十亿，为了提高各店铺销售的积极性，采用摇号抽奖的方式，抽取了40家店铺进行红包奖励.如图是抽取的40家店铺元旦当天的销售额（单位：千元）的频率分布直方图.



（1）求抽取的这40家店铺，元旦当天销售额的平均值；

（2）估计抽取的40家店铺中元旦当天销售额不低于4000元的有多少家；

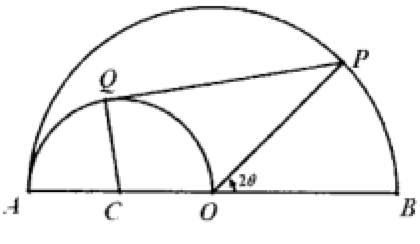
（3）为了了解抽取的各店铺的销售方案，销售额在$\left[0,2\right)$和$\left[8,10\right]$的店铺中共抽取两家店铺进行销售研究，求抽取的店铺销售额在$\left[0,2\right)$中的个数ζ的分布列和数学期望.

20.（12分）已知函数$f(x)=|2x-1|+|x+1|$

（1）解不等式$f(x)\geq 3$；

（2）若a、b、c均为正实数，且满足$a+b+c=m$，m为$f(x)$的最小值，求证：$\frac{b^2}{a}+\frac{c^2}{b}+\frac{a^2}{c}\geq\frac{3}{2}$.

21.（12分）某广告商租用了一块如图所示的半圆形封闭区域用于产品展示,该封闭区域由以O为圆心的半圆及直径AB围成．在此区域内原有一个以OA为直径、C为圆心的半圆形展示区,该广告商欲在此基础上,将其改建成一个凸四边形的展示区$COPQ$,其中P、Q分别在半圆O与半圆C的圆弧上,且PQ与半圆C相切于点Q．已知AB长为40米,设$\angle BOP$为2θ.（上述图形均视作在同一平面内）



（1）记四边形$COPQ$的周长为$f\left(\theta\right)$,求$f\left(\theta\right)$的表达式;

（2）要使改建成的展示区$COPQ$的面积最大,求$\sin\theta$的值.

22.（10分）设函数$f\left(x\right)=ax-(a+1)\ln(x+1)$.

（1）$a=1$时，求$f\left(x\right)$的单调区间；

（2）当$a>0$时，设$f\left(x\right)$的最小值为$g\left(a\right)$，若$g\left(a\right)<t$恒成立，求实数t的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

根据复数z_1的几何意义得出复数z_1，进而得出$\overline{z_1}$，由$\overline{z_1}\cdot z_2=-2$得出$z_2=-\dfrac{2}{z_1}$可计算出$z_2$，由此可计算出$\left|z_2\right|$.

【详解】

由于复数z_1对应复平面上的点$\left(-1,-1\right)$，$\therefore z_1=-1-i$，则$\overline{z_1}=-1+i$，

Q $\overline{z_1}\cdot z_2=-2$，$\therefore z_2=-\dfrac{2}{z_1}=\dfrac{2}{1-i}=\dfrac{2\left(1+i\right)}{\left(1-i\right)\left(1+i\right)}=1+i$，因此，$\left|z_2\right|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查复数模的计算，考查了复数的坐标表示、共轭复数以及复数的除法，考查计算能力，属于基础题.

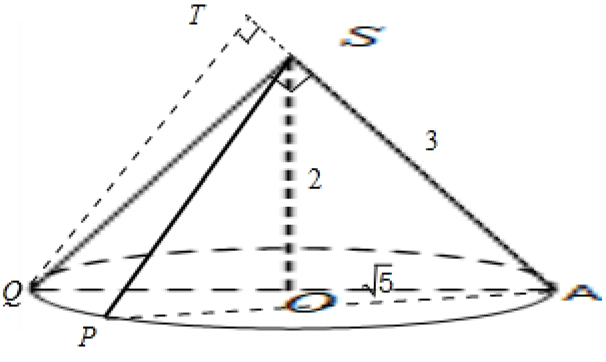
2、**C**

【解析】

分析：作出图形，判断轴截面的三角形的形状，然后转化求解P的位置，推出结果即可.

详解：圆锥底面半径为$\sqrt{5}$，高为 2，SA是一条母线，P点是底面圆周上一点，P在底面的射影为O；

$SA=\sqrt{5+4}=3$，$OA>SO$，过SA的轴截面如图：



$\angle ASQ > 90^\circ$，过 Q 作 $QT \perp SA$ 于 T，则 $QT < QS$，在底面圆周，选择 P，使得 $\angle PSA = 90^\circ$，则 P 到 SA 的距离的最大值为 3，故选：C

点睛：本题考查空间点线面距离的求法，考查空间想象能力以及计算能力，解题的关键是作出轴截面图形，属中档题.

3、C

【解析】

分析：解决该题的关键是求得等比数列的公比，利用题中所给的条件，建立项之间的关系，从而得到公比 q 所满足的等量关系式，解方程即可得结果.

详解：根据题意有 $a_2 + a_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} a_3$，即 $q^2 - q - 1 = 0$，因为数列各项都是正数，所以 $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$，而

$\frac{a_3 + a_4}{a_4 + a_5} = \frac{1}{q} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$，故选 C.

点睛：该题应用题的条件可以求得等比数列的公比 q，而待求量就是 $\frac{1}{q}$，代入即可得结果.

4、B

【解析】

由双曲线的对称性可得 $S_{\Delta ABF} = S_{\Delta AFF'}$ 即 $bc = 8$，又 $|MN| = \frac{2b^2}{c} = 2$，从而可得 C 的渐近线方程.

【详解】

设双曲线的另一个焦点为 F'，由双曲线的对称性，四边形 $AFBF'$ 是矩形，所以 $S_{\Delta ABF} = S_{\Delta AFF'}$，即 $bc = 8$，由

$\begin{cases} x^2 + y^2 = c^2 \\ \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$，得：$y = \pm \frac{b^2}{c}$，所以 $|MN| = \frac{2b^2}{c} = 2$，所以 $b^2 = c$，所以 $b = 2$，$c = 4$，所以 $a = 2\sqrt{3}$，C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} x$.

故选 B

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，考查直线与圆的位置关系，考查数形结合思想与计算能力，属于中档题.

5、A

【解析】

根据向量的运算法则展开后利用数量积的性质即可.

【详解】

$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}^{2}-\vec{b}^{2}+\vec{a}\cdot\vec{b}=2-3+1\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题主要考查数量积的运算，属于基础题.

6、**B**

【解析】

计算抛物线的交点为$\left(0,\frac{1}{8}\right)$，代入计算得到答案.

【详解】

$y=2x^2$可化为$x^2=\frac{1}{2}y$，焦点坐标为$\left(0,\frac{1}{8}\right)$，故$m=-\frac{1}{2}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了抛物线的焦点，属于简单题.

7、**C**

【解析】

求出导函数$f'(x)$，由$f'(x)=0$有不等的两实根，即$\Delta>0$可得不等关系，然后由余弦定理可及余弦函数性质可得结论.

【详解】

$\because f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}bx^2+\frac{1}{4}\left(a^2+c^2-ac\right)x$，$\therefore f'(x)=x^2+bx+\frac{1}{4}\left(a^2+c^2-ac\right)$.

若$f(x)$存在极值，则$b^2-4\times\frac{1}{4}\times\left(a^2+c^2-ac\right)>0$，$\therefore a^2+c^2-b^2<ac$

又$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$,$\therefore \cos B<\frac{1}{2}$.又$\because B\in(0,\pi)$,$\therefore \frac{\pi}{3}<B<\pi$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查导数与极值，考查余弦定理．掌握极值存在的条件是解题关键．

8、**B**

【解析】

先考虑奇偶性，再考虑特殊值，用排除法即可得到正确答案.

【详解】

$f(x)$是奇函数，排除 ***C***，***D***；$f(\pi)=\pi\left(\ln\pi-\pi^2\right)<0$，排除 ***A***.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查函数图象的判断，属于常考题.

9、**C**

【解析】

根据偶函数的性质，比较$|a+b|,|ab|$即可.

【详解】

解：$|a+b|=\left|\log_{0.2}0.3+\log_2 0.3\right|=\left|\frac{\lg 0.3}{\lg 0.2}+\frac{\lg 0.3}{\lg 2}\right|$

$=\left|\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{5}{2}}{-\lg 5\times\lg 2}\right|=-\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{5}{2}}{\lg 5\times\lg 2}$

$|ab|=\left|\log_{0.2}0.3\times\log_2 0.3\right|=\left|\frac{\lg 0.3}{\lg 0.2}\times\frac{\lg 0.3}{\lg 2}\right|$

$=\left|\frac{-\lg 0.3\times\lg 0.3}{\lg 5\times\lg 2}\right|=\frac{\lg 0.3\times\lg 0.3}{\lg 5\times\lg 2}$

$=\frac{-\lg 0.3\times(-\lg 0.3)}{\lg 5\times\lg 2}$

$=-\frac{\lg 0.3\times\lg\frac{10}{3}}{\lg 5\times\lg 2}$

显然$\lg\frac{5}{2}<\lg\frac{10}{3}$，所以$|a+b|<|ab|$

$y=f(x)$是定义域为R的偶函数，且在$[0,+\infty)$单调递增，

所以$f(ab)>f(a+b)>f(0)$

故选：**C**

【点睛】

本题考查对数的运算及偶函数的性质，是基础题.

10、**D**

【解析】

直接根据三角函数的图象平移规则得出正确的结论即可；

【详解】

解：函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]$，

$\therefore$ 要得到函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，

只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位.

故选：**D**.

【点睛】

本题考查三角函数图象平移的应用问题，属于基础题.

11、**D**

【解析】

先根据已知条件求解出 $\{a_n\}$ 的通项公式，然后根据 $\{a_n\}$ 的单调性以及 $a_1>0$ 得到 a_1 满足的不等关系，由此求解出 a_1 的取值范围.

【详解】

由已知得 $\frac{1}{a_n}-1=\left(\frac{1}{a_1}-1\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$，则 $a_n=\dfrac{1}{\left(\frac{1}{a_1}-1\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+1}$.

因为 $a_1>0$，数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列，

所以 $a_{n+1}>a_n>0$，则 $\dfrac{1}{\left(\frac{1}{a_1}-1\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n}+1}>\dfrac{1}{\left(\frac{1}{a_1}-1\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+1}$，

化简得 $0<\left(\frac{1}{a_1}-1\right)\frac{1}{3}<\frac{1}{a_1}-1$，所以 $0<a_1<1$.

故选：**D**.

【点睛】

本题考查数列通项公式求解以及根据数列单调性求解参数范围，难度一般.已知数列单调性，可根据 a_n,a_{n+1} 之间的大小关系分析问题.