

## 版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

## 乱码问题

如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站[www.canpointgz.cn/faq](http://www.canpointgz.cn/faq) 下载。

## 联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站[www.canpointgz.cn/faq](http://www.canpointgz.cn/faq) ，点击“常见问题” ，或致电010-58818058。



# 全品 学<sub>了</sub>一<sub>二</sub> 坼<sup>7</sup>考

高中数学

选择性必修第一册 RJA



# 第一章空间向量与立体几何

录

CONTENTS

## 1.2 空间向量基本定理

---

课前预习课中探究 备课素材

探究点一空间向量的基底

探究点二用基底表示空间向量

探究点三空间向量基本定理的应用

## 【学习目标】

1. 在平面向量基本定理的基础上，能借助投影进行向量分解，知道空间向量基本定理.
2. 知道基底、单位正交基底，并能在选定基底下进行向量的表示及运算.

## 课前预习

### ◆ 知识点一 空间向量基本定理

#### 1. 分向量

如果  $i, j, k$  是空间三个 两两垂直 的向量, 那么对任意一个空间向量  $p$ , 存在唯一的有序实数组  $(x, y, z)$ , 使得  $p = xi + yj + zk$ . 称  $xi, yj, zk$  分别为向量  $p$  在  $i, j, k$  上的分向量.

#### 2. 空间向量基本定理

如果三个向量  $a, b, c$  不共面 那么对任意一个空间向量  $p$ , 存在 唯一 的有序实数组  $(x, y, z)$ , 使得  $p = xa + yb + zc$

我们把  $\{a, b, c\}$  叫作空间的一个 基底,  $a, b, c$  都叫作 基向量. 空间任意三个 不共面 的向量都可以构成空间的一个基底.

## 课前预习

**【诊断分析】** 判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 空间中的任何一个向量都可以用三个给定的向量表示. (×)

**【解析】** 空间中的任何一个向量都可以用其他三个不共面的向量表示.

(2) 若  $\{a, b, c\}$  为空间的一个基底, 则  $a, b, c$  全不是零向量. (√)

**【解析】** 若  $\{a, b, c\}$  为空间的一个基底, 则  $a, b, c$  不共面, 所以  $a, b, c$  全不是零向量.

(3) 若向量  $a, b$  与任何向量都不能构成空间的一个基底, 则  $a$  与  $b$  不一定共线.

(×)

**【解析】** 由空间向量基本定理可知, 只有不共面的三个向量才可以构成空间的一个基底, 若向量  $a, b$  与任何向量都不能构成空间的一个基底, 则向量  $a, b$  与任何向量都共面, 故  $a$  与  $b$  一定共线.

## 课前预习

(4) 任何三个不共线的向量都可构成空间的一个基底. (×)

**[解析]** 空间的一个基底是由三个不共面的向量构成的.



## 课前预习

### ◆ 知识点二空间向量正交分解

#### 1. 单位正交基底

如果空间的一个基底中的三个基向量两两垂直，且长度都为 1，那么这个基底叫作单位正交基底，常用  $\{i, j, k\}$  表示.

#### 2. 空间向量的正交分解

把一个空间向量分解为三个 两两垂直 的向量，叫作把空间向量进行正交分解

## 课中探究

### ◆ 探究点一 空间向量的基底

例1 (1) 已知M, A, B, C 为空间的四个点, 且任意三点不共线, O为空间中一点, 下列可能使 $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$  构成空间的一个基底的关系式是( C )

A.  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

B.  $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

C.  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

D.  $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$

**【解析】** 对于选项A, 由 $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC} (x+y+z=1) \Leftrightarrow M, A, B, C$  四点共面知,  $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$  共面, 故 $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$  不能构成空间的一个基底; 对于选项B, D, 易知 $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$  一定共面, 故 $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$  不能构成空间的一个基底. 故选C.

## 课中探究

(2) 已知  $\{e_1, e_2, e_3\}$  是空间的一个基底, 且  $OA = e_1 + 2e_2 - e_3$ ,

$$OB = -3e_1 + e_2 + 2e_3, \quad OC = e_1 + e_2 - e_3,$$

试判断  $OA, OB, OC$  能否构成空间的一个基底.

解: 假设  $OA, OB, OC$  共面, 则存在实数  $\lambda, \mu$  使得  $OA = \lambda OB + \mu OC$ , 即

$$e_1 + 2e_2 - e_3 = \lambda(-3e_1 + e_2 + 2e_3) + \mu(e_1 + e_2 - e_3) = (-3\lambda + \mu)e_1 + (\lambda + \mu)e_2 + (2\lambda - \mu)e_3$$

## 课中探究

**变式 (1)** [2023·安徽安庆外国语学校月考] (多选题) 设  $\{a, b, c\}$  是空间的一个基底, 若  $x=a+b$ ,  $y=b+c$ ,  $z=c+a$ , 则下列向量可以构成空间的一个

基底的是 ( **BCD** )

A.  $a, b, x$

B.  $x, y, z$

C.  $b, c, z$

D.  $x, y, a+b+c$

## 课中探究

[解析]  $\because x=a+b, \therefore a, b, x$  共面, 故  $a, b, x$  不能构成空间的一个基底, 故A

错误; 假设  $x, y, z$  共面, 则存在  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ , 使得  $z = \lambda x + \mu y$ , 即

$$c+a = \lambda(a+b) + \mu(b+c) = \lambda a + (\lambda + \mu)b + \mu c, \quad \text{所以 } \begin{cases} \lambda = 1, \\ \lambda + \mu = 0, \\ \mu = 1, \end{cases} \text{ 方程组无}$$

解, 所以假设不成立, 即  $x, y, z$  不共面, 所以  $x, y, z$  可以构成空间的一个基底,

故B正确; 同理可得  $b, c, z$  可以构成空间的一个基底,  $x, y, a+b+c$  也可以构

成空间的一个基底, 故C, D 正确. 故选BCD.

## 课中探究

(2) 已知空间四点  $O, A, B, C$ , 若  $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$  是空间的一个基底, 则

下列说法不正确的是 ( B )

- A.  $O, A, B, C$  四点不共线
- B.  $O, A, B, C$  四点共面, 但不共线
- C.  $O, A, B, C$  四点不共面
- D.  $O, A, B, C$  四点中任意三点不共线

**[解析]** 因为  $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$  是空间的一个基底, 所以非零向量  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$  不共面, 即  $O, A, B, C$  四点不共面, 所以 A, C, D 中说法正确, B 中说法错误. 故选 B.

## 课中探究

### [素养小结]

基底的判断思路：判断给出的三个向量能否构成基底，关键是要判断这三个向量是否共面. 首先应考虑三个向量中是否有零向量，其次判断三个非零向量是否共面. 如果从正面难以入手判断，可假设三个向量共面，利用向量共面的充要条件建立方程，若方程的解唯一，则三个向量共面；否则，三个向量不共面.

## 课中探究

### ◆探究点二用基底表示空间向量

例2[2023·广东湛江高二期中]如图1-2-1所示,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $O$ 为 $AC$ 的中点,设 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$ ,  
 $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$ , $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$ .

(1)用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  表示 $\overrightarrow{A_1O}$ ;

解: 因为 $O$ 为 $AC$ 的中点,  $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$ ,  $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$ ,  $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$ ,

所以 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$ ,

所以 $\overrightarrow{A_1O} = \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AO} = -\mathbf{c} + \frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} = \frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} - \mathbf{c}$ .

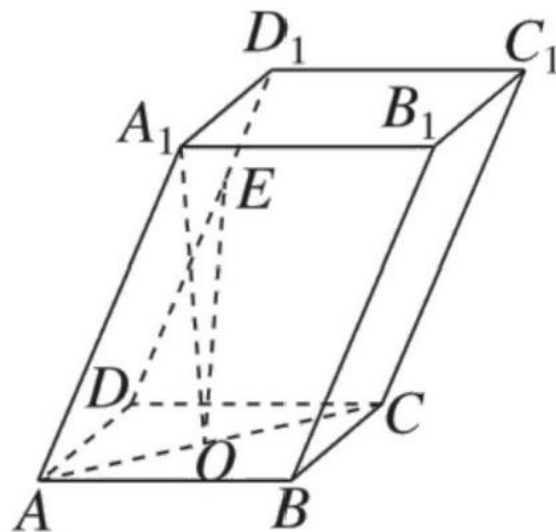


图1-2-1



## 课中探究

(2) 设E是棱 $DD_1$ 上的点,  $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DD_1}$ , 用a,b,c表示

解: 因为  $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DD_1}$  所以  $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DO}$  所以  $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{ED} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{DO}$

$\overrightarrow{ED} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{c} - \mathbf{b} + \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{2}{3}\mathbf{c}$

$\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$

$\overrightarrow{EO} = \frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{2}{3}\mathbf{c} + \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{2}{3}\mathbf{c}$

## 课中探究

变式(1) [2023·沈阳回民中学高二月考] 如图1-2-2所示, 已知四棱锥P-ABCD 的底面ABCD为平行四边形, M,N

分别为棱BC,PD 上的点,  $CM = \frac{1}{2}BM$ , N 是PD 的中点, 若向量  $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AD} + y\overrightarrow{AP}$ , 则(B)

A.  $x = \frac{1}{3}, y = -\frac{1}{2}$

B.  $x = -\frac{1}{6}, y = \frac{1}{2}$

C.  $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{1}{2}$

D.  $x = \frac{1}{6}, y = -\frac{1}{2}$

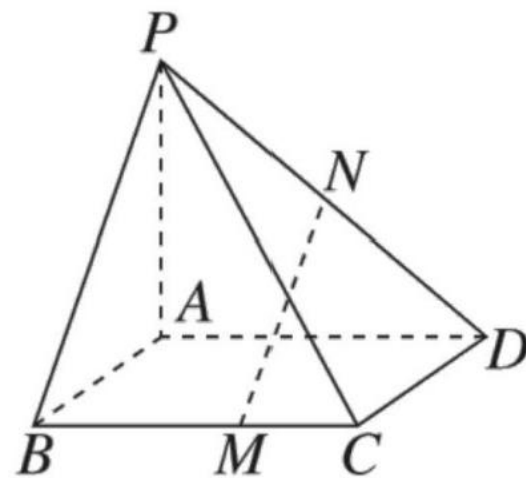


图1-2-2

[解析] 因为  $CM = \frac{1}{2}BM$ , 所以  $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ , 所以  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AD}) = -\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AP}$

, 又

$\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AD} + y\overrightarrow{AP}$ , 所以  $x = -\frac{1}{6}, y = \frac{1}{2}$ . 故选B.

## 课中探究

(2) 在平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 设  $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}, \overrightarrow{AD}=\mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$ ,  $E, F$  是  $AD_1, BD$  的中点.

分别

① 用向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  表示  $\overrightarrow{D_1B}, \overrightarrow{EF}$ ;

解: 如图, 连接  $AC$ , 则  $F$  为  $AC$  与  $BD$  的交点,

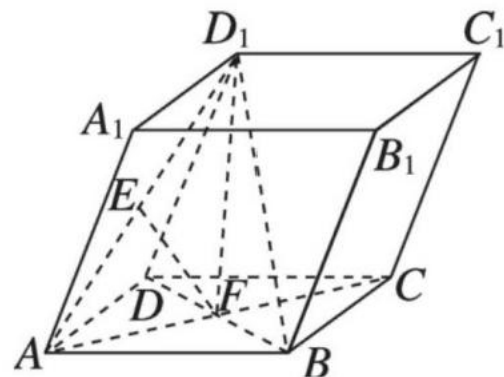
$$\overrightarrow{D_1B} = \overrightarrow{D_1D} + \overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{D_1A} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}) + \\ &\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\mathbf{a} - \mathbf{c})\end{aligned}$$

② 若  $\overrightarrow{D_1F} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}$ , 求实数  $x, y, z$  的值

$$\text{解: } \because \overrightarrow{D_1F} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{D_1D} + \overrightarrow{D_1B}) = \frac{1}{2}(-\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{D_1B}) = \frac{1}{2}(-\mathbf{c} + \mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c}) = \frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} - \mathbf{c}$$

$$\text{c} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}, \therefore x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}, z = -1.$$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/068077102127006075>