

海淀区高一年级练习

数学

考生须知：

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，26 道小题，满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷上准确填写学校名称、班级名称、姓名。
3. 答案一律填涂或书写在答题卡上，用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，请将本试卷交回。

一、选择题：共 14 小题，每小题 4 分，共 56 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项

1. 已知全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $A = \{-2, -1, 0\}$ ，则 $\complement_U A =$ ()

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $(0, 2)$ D. $(1, 2)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据补集概念求解出结果。

【详解】因为 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ， $A = \{-2, -1, 0\}$ ，

所以 $\complement_U A = \{1, 2\}$ ，

故选：B.

2. 某学校有高中学生 1500 人，初中学生 1000 人。学生社团创办文创店，想了解初高中学生对学校吉祥物设计的需求，用分层抽样的方式随机抽取若干人进行问卷调查。已知在初中学生中随机抽取了 100 人，则在高中学生中抽取了 ()

- A. 150 人 B. 200 人 C. 250 人 D. 300 人

【答案】A

【解析】

【分析】根据各层的抽样比相同求解出结果。

【详解】因为初中学生 1000 人抽取了 100 人，所以抽样比为 $\frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$ ，

所以高中生抽取 $1500 \times \frac{1}{10} = 150$ 人，

故选：A.

3. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x + 2 \leq 0$ ”的否定是 ()

A. $\exists x \in \mathbf{R}, x+2 > 0$

B. $\exists x \in \mathbf{R}, x+2 < 0$

C. $\forall x \in \mathbf{R}, x+2 > 0$

D. $\forall x \in \mathbf{R}, x+2 < 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据特称命题的否定是全称命题分析判断.

【详解】由题意可知：命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x+2 \leq 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, x+2 > 0$ ”.

故选：C.

4. 方程组 $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2+x=2 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $\{(1,-1), (-1,1)\}$

B. $\{(1,1), (-2,2)\}$

C. $\{(1,-1), (-2,2)\}$

D. $\{(2,-2), (-2,2)\}$

【答案】C

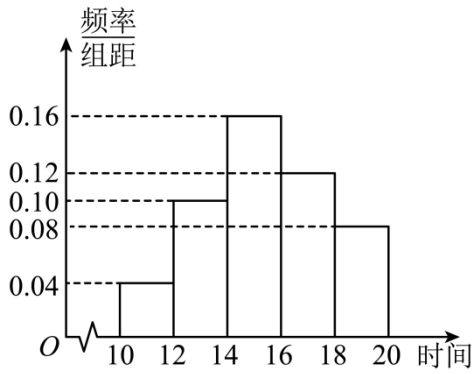
【解析】

【分析】

解出方程组 $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2+x=2 \end{cases}$ 得解，再表示成集合的形式即可.【详解】由方程组 $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2+x=2 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 所以方程组 $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2+x=2 \end{cases}$ 的解集是 $\{(1,-1), (-2,2)\}$

故选：C

5. 某部门调查了 200 名学生每周的课外活动时间（单位：h），制成了如图所示的频率分布直方图，其中课外活动时间的范围是 $[10,20]$ ，并分成 $[10,12)$ ， $[12,14)$ ， $[14,16)$ ， $[16,18)$ ， $[18,20]$ 五组. 根据直方图，判断这 200 名学生中每周的课外活动时间不少于 14h 的人数是 ()



A. 56

B. 80

C. 144

D. 184

【答案】C

【解析】

【分析】根据频率分布直方图确定每周的课外活动时间不少于 14h 的频率，再根据频率、频数、总数的关系能求出结果.

【详解】每周的课外活动时间不少于 14h 的频率为 $2 \times (0.16 + 0.12 + 0.08) = 0.72$,

故所求人数 $N = 0.72 \times 200 = 144$,

故选：C.

6. 若实数 a, b 满足 $a > b$, 则下列不等式成立的是 ()

A. $|a| > |b|$

B. $a + c > b + c$

C. $a^2 > b^2$

D. $ac^2 > bc^2$

【答案】B

【解析】

【分析】利用不等式的性质即可判断.

【详解】由 $a = 1, b = -2, c = 0$

$|a| < |b|$, 故 A 错;

$a^2 < b^2$, 故 C 错;

$ac^2 = bc^2$, 故 D 错;

由不等式的性质易知 B 正确.

故选：B

7. 函数 $f(x) = 2^x + 2x$ 的零点所在的区间为 ()

A. $(-2, -1)$

B. $(-1, 0)$

C. $(0, 1)$

D. $(1, 2)$

【答案】B

【解析】

【分析】利用零点存在定理，结合函数的单调性即可得解.

【详解】因为 $y = 2^x, y = 2x$ 在 \mathbf{R} 上单调递增，

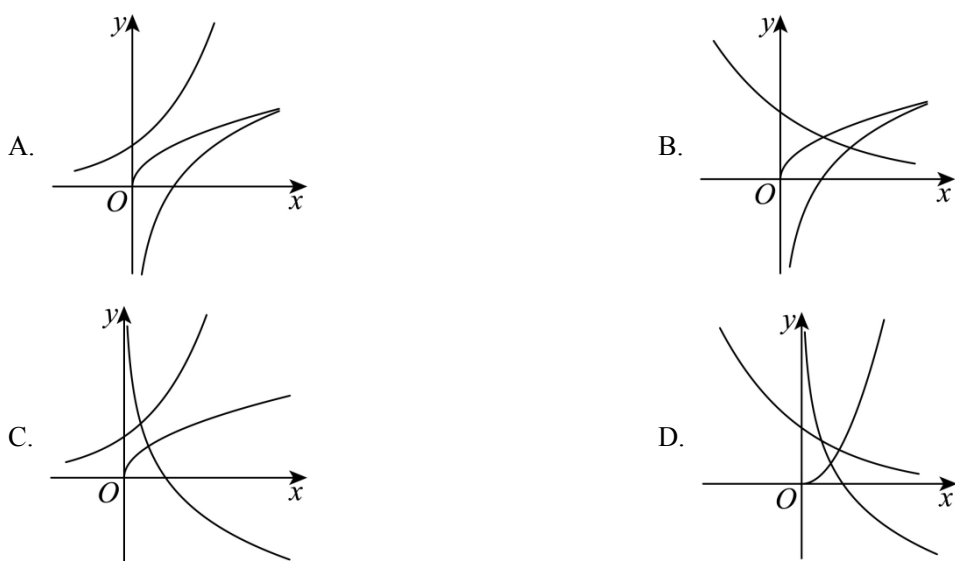
所以 $f(x) = 2^x + 2x$ 在 \mathbf{R} 上单调递增，即 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上至多只有一个零点，

$$\text{又 } f(-1) = 2^{-1} + 2 \times (-1) = -\frac{3}{2} < 0, \quad f(0) = 2^0 + 2 \times 0 = 1 > 0,$$

所以 $f(x) = 2^x + 2x$ 的零点所在的区间为 $(-1, 0)$.

故选：B.

8. 在同一个坐标系中，函数 $f(x) = \log_a x, g(x) = a^{-x}, h(x) = x^a$ 的部分图象可能是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】先根据 $f(x), g(x)$ 的单调性相反排除 AD，然后根据幂函数图象判断出 a 的范围，由此可知正确图象.

【详解】因为 $f(x) = \log_a x, g(x) = a^{-x}$ 在同一坐标系中，

所以 $f(x), g(x)$ 的单调性一定相反，且 $f(x), g(x)$ 图象均不过原点，故排除 AD；

在 BC 选项中，过原点的图象为幂函数 $h(x) = x^a$ 的图象，由图象可知 $0 < a < 1$ ，

所以 $f(x) = \log_a x$ 单调递减， $g(x) = a^{-x}$ 单调递增，故排除 B，

故选：C.

9. 下列函数中，既是奇函数，又在 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 ()

A. $f(x) = \sqrt{x}$

B. $f(x) = -x|x|$

C. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

D. $f(x) = x^3$

【答案】B

【解析】

【分析】利用定义判断函数的奇偶性可对 A、C 判断；利用函数奇偶性的判断并结合函数单调性可对 B、D 判断.

【详解】对 A、C：由 $f(x) = \sqrt{x}$ ，定义域为 $[0, +\infty)$ ，所以 $f(x) = \sqrt{x}$ 不是奇函数，故 A 错误；

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1} \text{ 定义域为 } \mathbf{R}, f(-x) = \frac{1}{(-x)^2+1} = \frac{1}{x^2+1} = f(x), \text{ 所以 } f(x) = \frac{1}{x^2+1} \text{ 是偶函数, 故 C}$$

错误；

对 B、D： $f(x) = -x|x|$ ，定义域为 \mathbf{R} ， $f(-x) = -(-x)|-x| = x|x| = -f(x)$ ，所以 $f(x)$ 为奇函数，

当 $x > 0$ 时， $f(x) = -x^2$ ，且 $f(x) = -x^2$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，故 B 正确；

$f(x) = x^3$ ，定义域为 \mathbf{R} ，且 $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ ，所以 $f(x) = x^3$ 为奇函数，且在定义域上为增函数，故 D 错误；

故选：B.

10. 已知 $a = 2^{0.1}, b = \log_2 \sqrt{3}, c = \log_3 \sqrt{2}$ ，则实数 a, b, c 的大小关系是 ()

A. $c > a > b$

B. $c > b > a$

C. $a > c > b$

D. $a > b > c$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意结合指、对数函数单调性运算求解.

$$\text{【详解】因为 } b = \log_2 \sqrt{3} = \frac{1}{2} \log_2 3, c = \log_3 \sqrt{2} = \frac{1}{2} \log_3 2,$$

由 $y = 2^x$ 在 \mathbf{R} 上单调递增，可得 $2^{0.1} > 2^0 = 1$ ，即 $a > 1$ ；

由 $y = \log_2 x$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递增，可得 $1 = \log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 = 2$ ，即 $\frac{1}{2} < b < 1$ ；

由 $y = \log_3 x$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递增，可得 $\log_3 2 < \log_3 3 = 1$ ，即 $c < \frac{1}{2}$ ；

综上所述： $a > b > c$.

故选：D.

11. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2^x+1} - \frac{a}{2}$, 则“ $a=1$ ”是“ $f(x)$ 为奇函数”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

【分析】根据“ $a=1$ ”与“ $f(x)$ 为奇函数”互相推出的情况判断属于何种条件.

【详解】当 $a=1$ 时, $f(x) = \frac{1}{2^x+1} - \frac{1}{2}$, 定义域为 \mathbf{R} 且关于原点对称,

$$\text{所以 } f(-x) = \frac{1}{2^{-x}+1} - \frac{1}{2} = \frac{2^x}{1+2^x} - \frac{1}{2} = \frac{2^x+1-1}{1+2^x} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{1+2^x} = -f(x),$$

所以 $f(x)$ 为奇函数;

当 $f(x)$ 为奇函数时, 显然定义域为 \mathbf{R} 且关于原点对称, 所以 $f(-x) = -f(x)$,

$$\text{所以 } f(-x) + f(x) = \left(\frac{1}{2^{-x}+1} - \frac{a}{2} \right) + \left(\frac{1}{2^x+1} - \frac{a}{2} \right) = \left(\frac{2^x}{1+2^x} - \frac{a}{2} \right) + \left(\frac{1}{2^x+1} - \frac{a}{2} \right) = 1 - a = 0,$$

所以 $a=1$,

由上可知, “ $a=1$ ”是“ $f(x)$ 为奇函数”的充要条件,

故选: C.

12. 已知函数 $f(x) = \log_2(x+1) + x - 2$, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

【答案】B

【解析】

【分析】先求出 $f(x)$ 的定义域, 然后分析 $f(x)$ 的单调性, 再根据 $f(x) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(1)$ 求解出不等式解集.

【详解】 $f(x) = \log_2(x+1) + x - 2$ 的定义域为 $(-1, +\infty)$,


因为 $y = \log_2(x+1)$, $y = x - 2$ 均在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增,

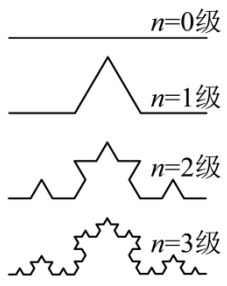
所以 $f(x) = \log_2(x+1) + x - 2$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增,

又因为 $f(1) = \log_2 2 + 1 - 2 = 0$, 所以 $f(x) < 0 \Leftrightarrow f(x) < f(1)$,

所以不等式解集为 $x \in (-1, 1)$,

故选: B.

13. 科赫(Koch)曲线是几何中最简单的分形. 科赫曲线的产生方式如下: 如图, 将一条线段三等分后, 以中间一段为边作正三角形并去掉原线段生成 1 级科赫曲线“”, 将 1 级科赫曲线上每一线段重复上述步骤得到 2 级科赫曲线, 同理可得 3 级科赫曲线……. 在分形中, 一个图形通常由 N 个与它的上一级图形相似, 且相似比为 r 的部分组成. 若 $r^D = \frac{1}{N}$, 则称 D 为该图形的分形维数. 那么科赫曲线的分形维数是 ()



- A. $\log_2 3$
- B. $\log_3 2$
- C. 1
- D. $2\log_3 2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意得出 Koch 曲线是由把全体缩小 $\frac{1}{3}$ 的 4 个相似图形构成的, 再根据题设条件即可得出结果.

【详解】由题意 Koch 曲线是由把全体缩小 $\frac{1}{3}$ 的 4 个相似图形构成的,

因为 $\left(\frac{1}{3}\right)^D = \frac{1}{4}$, 即 $3^D = 4$, 则 $D = \log_3 4 = 2\log_3 2$,

所以分形维数是 $D = 2\log_3 2$.

故选: D.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+a, & x \leq a \\ x^2, & x > a \end{cases}$, 若存在非零实数 x_0 , 使得 $f(-x_0) = -f(x_0)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 0]$
- B. $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$
- C. $[-4, 0]$
- D. $\left[-2, \frac{1}{4}\right]$

【答案】D

【解析】

【分析】 利用赋值和排除法可得结果

【详解】 取 $a = \frac{1}{4}$, 则 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{4}, x \leq \frac{1}{4} \\ x^2, x > \frac{1}{4} \end{cases}$,

若 $\begin{cases} x_0 \leq \frac{1}{4} \\ -x_0 > \frac{1}{4} \end{cases}$, 则 $x_0 < -\frac{1}{4}$, 由 $f(-x_0) = -f(x_0)$, 得 $x_0^2 = -\left(x_0 + \frac{1}{4}\right)$,

解得 $x_0 = -\frac{1}{2} < -\frac{1}{4}$, 符合条件, 排除选项 A、C,

取 $a = -4$, 则 $f(x) = \begin{cases} x - 4, x \leq -4 \\ x^2, x > -4 \end{cases}$,

若 $x_0 \leq -4$ 时, $-x_0 \geq 4$, 由 $f(-x_0) = -f(x_0)$, 得 $x_0^2 = -(x_0 - 4)$,

解得 $x_0 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$, 或 $x_0 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$, 都不符合条件,

若 $\begin{cases} x_0 > -4 \\ -4 < -x_0 < 4 \end{cases}$, 即 $-4 < x_0 < 4$, 由 $f(-x_0) = -f(x_0)$,

得 $x_0^2 = -x_0^2$, 即 $x_0 = 0$, 不符合条件,

若 $\begin{cases} x_0 > -4 \\ -x_0 \leq -4 \end{cases}$, 即 $x_0 \geq 4$, 由 $f(-x_0) = -f(x_0)$,

得 $-x_0 - 4 = -x_0^2$, 解得 $x_0 = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$, 或 $x_0 = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$, 都不符合条件,

综上, $a \neq -4$, 排除 B, 选 D

故选: D

二、填空题: 共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分

15. 函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域是_____.

【答案】 $(1, +\infty)$

【解析】

【分析】 利用真数大于零列不等式求解即可.

【详解】要使函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 有意义,

则 $x-1 > 0$, 解得 $x > 1$,

即函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域是 $(1, +\infty)$,

故答案为: $(1, +\infty)$.

【点睛】本题主要考查对数型复合函数的定义域, 属于基础题.

16. 已知幂函数 $f(x)$ 经过点 $(2, 8)$, 则函数 $f(x) =$ _____.

【答案】 x^3

【解析】

【分析】先设出幂函数 $f(x)$, 再把点 $(2, 8)$ 代入即可.

【详解】设 $f(x) = x^\alpha$, 则有 $2^\alpha = 8$

解得 $\alpha = 3$, 所以 $f(x) = x^3$.

【点睛】本题考查待定系数法求幂函数的解析式, 比较基础.

17. 农科院作物所为了解某种农作物的幼苗质量, 分别从该农作物在甲、乙两个不同环境下培育的幼苗中各随机抽取了 15 株幼苗进行检测, 量出它们的高度如下图 (单位: cm):

甲					乙								
5	3	3	2	1	3	7							
	9	5	4	3	4	3	4	5	5	7	8	8	9
	9	8	7	5	5	2	4	4	5	8			
		5	3	6	0								

记该样本中甲、乙两种环境下幼苗高度的中位数分别为 a, b , 则 $|a-b| =$ _____;

若以样本估计总体, 记甲、乙两种环境下幼苗高度的标准差分别为 s_1, s_2 , 则 s_1 _____ s_2 (用

“<, >或=” 连接).

【答案】 ①. 3 ②. >

【解析】

【分析】空①根据题意分别求出甲乙环境下的 15 个高度数据, 从而求出中位数, 即可求解; 空②利用标准差公式分别求出 s_1, s_2 , 从而求解.

【详解】对空①: 由题意得甲环境的幼苗高度为: 31, 32, 33, 33, 35, 43, 44, 45, 49, 55, 57, 58, 59, 63, 65, 其中位数 $a = 45$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/075304010001011310>