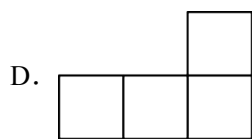
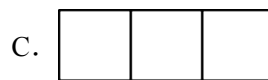
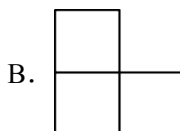
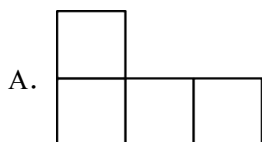
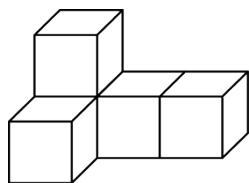


2024年江苏省常州市九年级数学中考二模试题

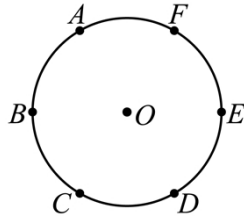
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. $-\frac{1}{4}$ 的倒数是()
A. -4 B. 4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$
2. 截止2024年1月31日,理想汽车累计交付量达到约664500辆,其中664500可用科学记数法表示为()
A. 66.45×10^4 B. 0.6645×10^6 C. 6.645×10^5 D. 6.645×10^4
3. 计算 $(-3xy^3)^2$,结果正确的是()
A. $6x^2y^6$ B. $9x^2y^5$ C. $-6x^2y^6$ D. $9x^2y^6$
4. 如图是由5个完全相同的小正方体组成的几何体,则该几何体的主视图是()

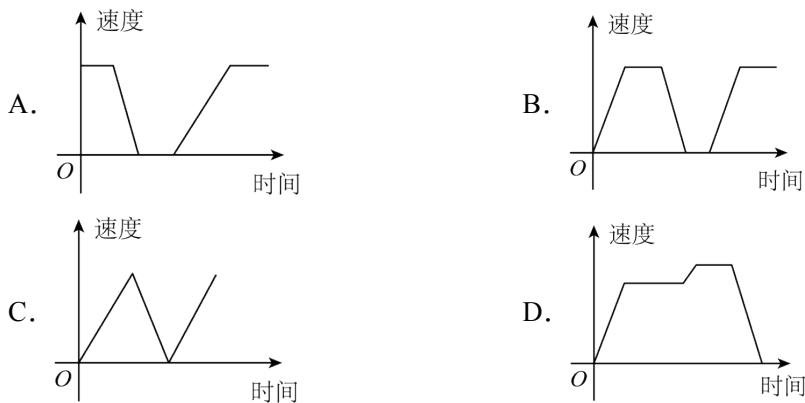


5. 一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根的情况是()
A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有一个实数根 D. 没有实数根
6. 当 $x=2$ 时,代数式 ax^3+bx+1 的值为6,那么当 $x=-2$ 时,这个代数式的值是()
A. 1 B. -4 C. 6 D. -5
7. 如图, A, B, C, D, E, F 为 $\odot O$ 的六等分点,甲同学从中任取三点画一个三角形,乙同学用剩下的点画一个三角形,则甲乙两位同学所画的三角形全等的概率为()



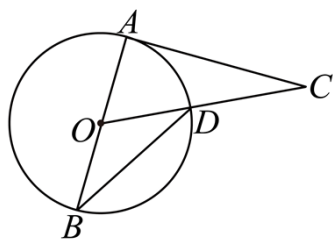
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

8. 小丽从常州开车去南京，开了一段时间后，发现油所剩不多了，于是开到服务区加油，加满油后又开始匀速行驶，下面哪一幅图可以近似的刻画该汽车在这段时间内的速度变化情况（ ）

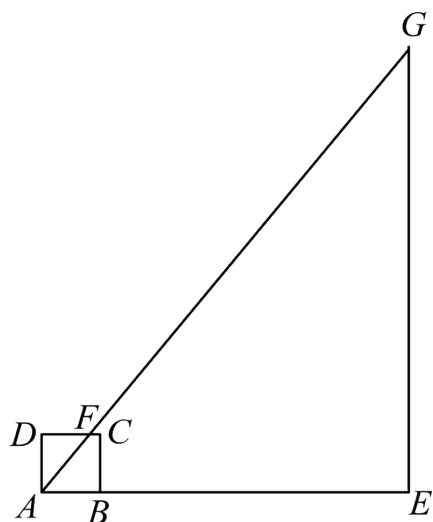


二、填空题

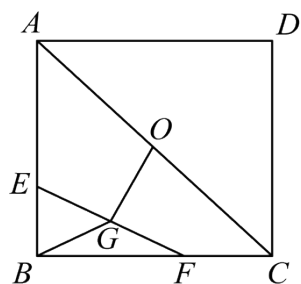
9. 4 的算术平方根是_____.
10. 使 $\sqrt{3x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.
11. 分解因式: $x^2y - 4y =$ _____.
12. 点 $P(2, -3)$ 关于直线 $x=1$ 对称的点的坐标是_____.
13. 已知反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 m 的取值范围是_____.
14. 已知扇形的圆心角为 120° , 半径为 $\sqrt{3}$, 则这个扇形的面积 $S =$ _____.
15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{4}{5}$, 则 $\tan A =$ _____.
16. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的切线, OC 交 $\odot O$ 于点 D , 连结 BD , 若 $\angle C = 26^\circ$, 则 $\angle B$ 的大小为_____°.



17. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 10， $CF=2$ ， $BE=5AB$ ， $GE \parallel CB$ ，则线段 GE 的长为_____.



18. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 6， O 为正方形对角线 AC 的中点，点 E 在边 AB 上，且 $BE=2$ ，点 F 是边 BC 上的动点，连接 EF ，点 G 为 EF 的中点，连接 OG 、 BG ，当 $BG=OG$ 时，线段 EF 的长为_____.



三、解答题

19. 计算

(1) $\sqrt{12} - 6\tan 60^\circ + (3-\pi)^0$

(2) $(3x-y)^2 - (3x+2y)(3x-2y)$

20. 解方程和不等式

(1)解方程： $\frac{1}{x-3} + \frac{2}{3-x} = 1$

(2)解不等式组：
$$\begin{cases} 2x+1 > x \\ \frac{x+5}{2} - x \geq 1 \end{cases}$$

21. 为增进学生对数学知识的了解，某校开展了两次知识问答活动，从中随机抽取了 30 名学生两次活动的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析．如图 1 是将这 30 名学生的第一次活动成绩作为横坐标，第二次活动成绩作为纵坐标绘制而成．

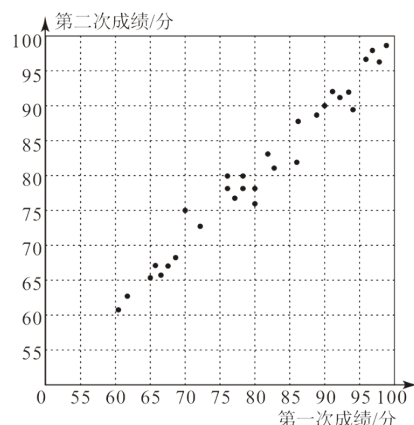


图1

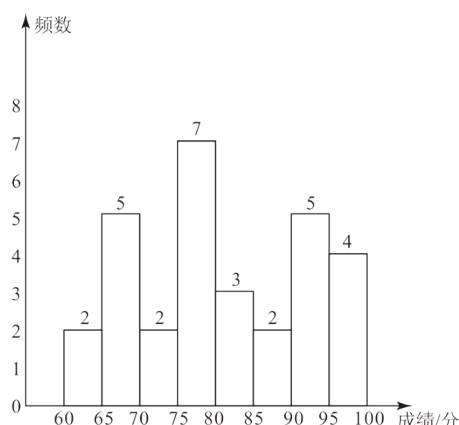


图2

(1)学生甲第一次成绩是 70 分，则该生第二次成绩是 ____ 分．

(2)两次成绩均达到或高于 90 分的学生有 ____ 个．

(3)为了解每位学生两次活动平均成绩的情况，如图 2 是这 30 位学生两次活动平均成绩的频数分布直方图（数据分成 8 组： $60 \leq x < 65$ ， $65 \leq x < 70$ ， $70 \leq x < 75$ ， $75 \leq x < 80$ ， $80 \leq x < 85$ ， $85 \leq x < 90$ ， $90 \leq x < 95$ ， $95 \leq x \leq 100$ ），在 $75 \leq x < 80$ 的成绩分别是 77、77、78、78、78、79、79，则这 30 位学生平均成绩的中位数是 ____．

(4)假设全校有 1200 名学生参加此次活动，请估计两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数．

22. 2024 年春晚，魔术师表演了一个与纸牌相关的魔术，让人大开眼界，这个魔术中隐含了一个数学问题——约瑟夫问题，春晚结束后，小华和小丽玩起了抽扑克牌游戏，他们从同一副扑克牌中选出四张牌，牌面数字分别为 3，6，7，9．将这四张牌背面朝上，洗匀．

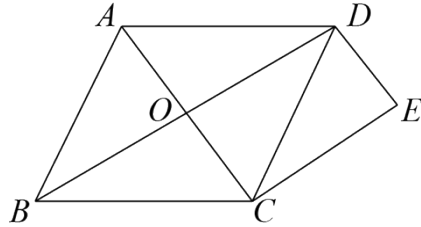
(1)小丽从中随机抽出一张牌，则抽到这张牌是奇数的概率是____；

(2)小丽从中随机抽取一张，记下牌面上的数字后放回，背面朝上，洗匀，接着小华再从中随机抽取一张，记下牌面上的数字，请求出他们抽到的两张扑克牌牌面数字之和恰好是 3 的倍数的概率．

23. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，过点 C 作 $CE \parallel BD$ ，过点 D 作 $DE \parallel AC$ ， CE 与 DE 相交于点 E 。

(1) 求证：四边形 $CODE$ 是矩形；

(2) 若 $AB=10$ ， $AC=12$ ，求四边形 $CODE$ 的周长。

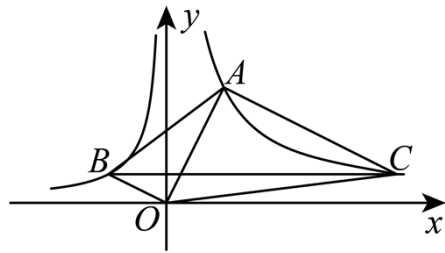


24. 《九章算术》中记载了这样一个问题：“假设5头牛、2只羊，值19两银子；2头牛、5只羊，值16两银子。问每头牛、每只羊分别值银子多少两？”根据以上译文，提出以下两个问题：

(1) 求每头牛、羊各值多少两银子？

(2) 若某商人准备用50两银子买牛和羊共20只，要求羊的数目不超过牛的数目的两倍，且银两有剩余，请问商人有几种购买方法？列出所有可能的购买方案。

25. 如图， $\angle AOB = 90^\circ$ ， $\tan A = \frac{1}{2}$ ，反比例函数 $y = -\frac{2}{x} (x < 0)$ 的图像过点 $B(-2, a)$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 经过点 A 。



(1) 求 a 和 k 的值。

(2) 过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴，与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 C ，求 $\triangle OAC$ 的面积。

26. 定义：若实数 a 、 b 、 a' 、 b' 满足 $a = ka' + 2$ 、 $b = kb' + 2$ (k 为常数， $k \neq 0$)，则在平面直角坐标系 xOy 中，称点 (a, b) 为 (a', b') 的“ k 值友好点”。例如，点 $(3, 0)$ 是点 $(1, -2)$ 的“1 值友好点”。

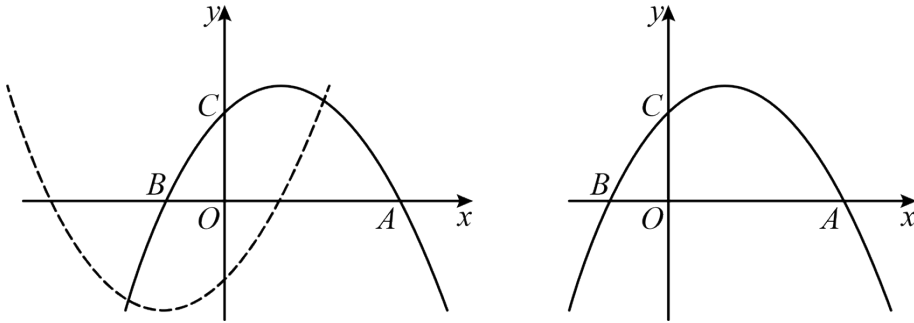
(1) 在 $(-3, 5)$ ， $(2, 3)$ ， $(-1, 4)$ ， $(1, 3)$ 四点中，点 _____ 是点 $P(1, -1)$ 的“ k 值友好点”。

(2) 设点 $Q(x, y)$ 是点 $P(1, -1)$ 的“ k 值友好点”。

①当 $PQ = 2OP$ 时, 求 k 的值.

②若点 A 坐标为 $(6, 4)$, 当 $\angle AQP = 45^\circ$ 时, 请直接写出点 Q 的坐标以及 k 的值.

27. 如图, 抛物线 $C_1: y = \frac{1}{4}x^2 + x - 3$, 抛物线 C_2 交 x 轴于点 A, B (点 A 在点 B 的右侧), 交 y 轴于点 C , 抛物线 C_2 与抛物线 C_1 关于原点成中心对称.



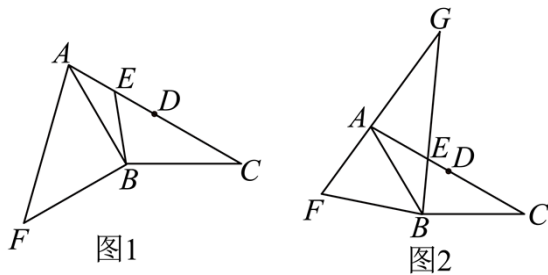
(1)求抛物线 C_2 的函数表达式和直线 AC 对应的函数表达式.

(2)点 D 是第一象限内抛物线 C_2 上的一个动点, 连接 BD, AC , BD 与 AC 相交于点 P .

①作 $PE \perp x$ 轴, 垂足为 E , 当 $PE = CP$ 时, 求点 P 的横坐标.

②请求出 $\frac{DP}{BP}$ 的最大值.

28. 如图 1, 小明借助几何软件进行数学探究: $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = 120^\circ$, D 是边 AC 的中点, E 是线段 AD 上的动点 (不与点 A 、点 D 重合), 边 BC 关于 BE 对称的线段为 BF , 连接 AF .



(1)当 $\triangle ABF$ 为等腰直角三角形时, $\angle ABE$ 的大小为 _____ $^\circ$.

(2)图 2, 延长 FA , 交射线 BE 于点 G .

①请问 $\angle G$ 的大小是否变化? 如果不变, 请求出 $\angle G$ 的大小; 如果变化, 请说明理由.

②若 $AB = 4$, 则 $\triangle BFG$ 的面积最大为 _____, 此时 $AE =$ _____.

参考答案:

1. A

【分析】本题考查倒数的定义，掌握乘积等于1的两个数互为倒数，即可解题.

【详解】解： $-\frac{1}{4}$ 的倒数是-4，

故选：A.

2. C

【分析】本题考查了科学记数法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中

$1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值大于1与小数点移动的位数相同.

【详解】解： $664500 = 6.645 \times 10^5$ ，

故选：C.

3. D

【分析】本题主要考查积的乘方，根据积的乘方法则进行求解即可.

【详解】解： $(-3xy^3)^2 = 9x^2y^6$

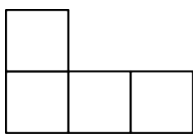
故选：D.

4. A

【分析】根据从正面看得到的视图是主视图，观察即可得答案.

【详解】从正面看第一层是三个小正方形，第二层左边一个小正方形，

如图所示，



故选 A.

【点睛】本题考查了简单组合体的三视图，解题的关键是明确从正面看得到的视图是主视图.

5. A

【分析】先计算求出根的判别式 Δ 的值，再根据 Δ 的值来判断根的情况即可.

【详解】 \because 由题意得： $x^2 - 3x + 1 = 0$ 中： $a = 1$ ， $b = -3$ ， $c = 1$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1$$

=5,

Q $\Delta > 0$,

\therefore 方程有两个不相等的实数根.

故选: A

【点睛】 本题主要考查判断一元二次方程根的情况, 解题的关键是要理解一元二次方程根的情况是由根的判别式的值判断: $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

6. B

【分析】 根据题意可得 $8a + 2b = 5$, 再将 $x = -2$ 代入代数式, 即可求解.

【详解】 解: \because 当 $x = 2$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 1$ 的值为 6,

$\therefore 8a + 2b + 1 = 6$,

$\therefore 8a + 2b = 5$,

当 $x = -2$ 时, $ax^3 + bx + 1 = -8a - 2b + 1 = -(8a + 2b) + 1 = -5 + 1 = -4$.

故选: B

【点睛】 本题主要考查了求代数的值, 利用整体代入思想解答是解题的关键.

7. B

【分析】 本题主要考查了几何概率, 由对称性可知甲从六个点中选择任意的三个点组成的三角形, 与剩下的三个点组成的三角形的三条边分别对应相等, 可得甲乙两人所画的三角形一定全等, 据此可得答案.

【详解】 解: $\because A, B, C, D, E, F$ 为 $\odot O$ 的六等分点,

\therefore 由对称性可知甲从六个点中选择任意的三个点组成的三角形, 与剩下的三个点组成的三角形的三条边分别对应相等,

\therefore 甲乙两人所画的三角形一定全等,

\therefore 甲乙两位同学所画的三角形全等的概率为 1,

故选: B.

8. B

【分析】 主要考查了函数图象的读图能力和函数与实际应用相结合的应用. 横轴表示时间, 纵轴表示速度, 根据加速、匀速、减速时, 速度的变化情况, 进行选择.

【详解】 解: 汽车经历: 加速-匀速-减速到站-加速-匀速,

加速：速度增加，

匀速：速度保持不变，

减速：速度下降，

到站：速度为 0.

观察四个选项的图象是否符合题干要求，只有 B 选项符合.

故选 B.

9. 2

【分析】 本题考查了算术平方根的定义，熟练掌握算术平方根的概念是解题的关键；根据算术平方根的概念即可求出结果.

【详解】 解： $Q 2^2 = 4$ ，

$\therefore 4$ 的算术平方根是 2，

故答案为：2.

10. $x \geq \frac{1}{3}$

【详解】 由条件得： $3x - 1 \geq 0$ ，

解得： $x \geq \frac{1}{3}$ ，

故答案为 $x \geq \frac{1}{3}$.

11. $y(x+2)(x-2)$

【分析】 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解. 一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

【详解】 解： $x^2y - 4y = y(x^2 - 4)$

$= y(x+2)(x-2)$ ，

故答案为： $y(x+2)(x-2)$.

12. $(0, -3)$

【分析】 本题主要考查了关于垂直坐标轴的直线对称的点坐标. 设点 $P(2, -3)$ 关于直线 $x=1$

对称的点为 $P'(a, -3)$ ，根据题意得出 $\frac{2+a}{2} = 1$ ，即可求解.

【详解】 设点 $P(2, -3)$ 关于直线 $x=1$ 对称的点为 $P'(a, -3)$ ，

$$\therefore \frac{2+a}{2} = 1,$$

解得, $a = 0$,

$$\therefore P'(0, -3).$$

故答案为: $(0, -3)$.

13. $m > 5/5 < m$

【分析】本题主要考查了反比例函数的性质, 根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 当 $x > 0$, $k > 0$ 时, y 随 x 增大而减小列不等式求解即可.

【详解】解: \because 反比例函数 $y = \frac{m-5}{x}$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore m-5 > 0,$$

解得 $m > 5$.

故答案为: $m > 5$.

14. π

【分析】本题考查了扇形面积的计算, 直接根据扇形的面积公式 $S = \frac{n \cdot \pi \cdot R^2}{360}$ 计算即可.

【详解】解: 依题意, $S = \frac{120}{360} \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \pi$,

故答案为: π .

15. $\frac{4}{3}$

【分析】根据已知条件设出直角三角形一直角边与斜边的长, 再根据勾股定理求出另一直角边的长, 运用三角函数的定义解答.

【详解】由 $\sin A = \frac{4}{5}$ 知, 可设 $a = 4x$, 则 $c = 5x$, $b = 3x$,

$$\therefore \tan A = \frac{a}{b} = \frac{4x}{3x} = \frac{4}{3}.$$

故答案为 $\frac{4}{3}$.

【点睛】本题考查了同角三角函数的关系. 求锐角的三角函数值的方法: 利用锐角三角函数的定义, 通过设参数的方法求三角函数值, 或者利用同角 (或余角) 的三角函数关系式求三角函数值.

16. 32

【分析】本题考查切线的性质、圆周角定理等知识，三角形内角和定理，利用切线的性质求出 $\angle OAC$ ，由三角形内角和定理求出 $\angle AOC$ ，根据三角形外角的性质即可求出 $\angle B$ 。

【详解】解：Q AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore AB \perp AC,$$

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ,$$

$$Q \angle C = 26^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ - \angle C = 64^\circ,$$

$$Q OB = OD,$$

$$\therefore \angle B = \angle ODB,$$

$$Q \angle AOC = \angle B + \angle ODB = 2\angle B = 64^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ,$$

故答案为：32.

17. 75

【分析】本题考查了相似三角形的性质与判定，根据题意得出 $GE \parallel CB$ ，得出 $GE \parallel AD$ ，则 $\angle G = \angle DAF$ ， $\angle G = \angle B = \angle D = 90^\circ$ 可得 $\triangle AGE \sim \triangle FAD$ ，进而列出比例式，代入数据，即可求解。

【详解】解： \because 正方形 $ABCD$ 的边长为 10， $CF = 2$ ， $BE = 5AB$ ，

$$\therefore DF = 8, AD = 10, AE = AB + BE = 6AB = 60,$$

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AD \parallel BC, \angle D = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\because GE \parallel CB,$$

$$\therefore GE \parallel AD$$

$$\therefore \angle G = \angle DAF, \angle G = \angle B = \angle D = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AGE \sim \triangle FAD$$

$$\therefore \frac{AD}{GE} = \frac{DF}{AE}$$

$$\therefore \frac{10}{GE} = \frac{8}{60}$$

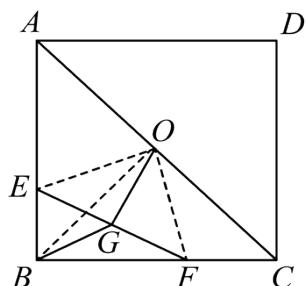
$$\text{解得：} GE = 75,$$

故答案为：75.

18. $2\sqrt{5}$

【分析】连接 OE, OB, OF ，根据已知得出 O, E, B, F 四点共圆，则 EF 是直径，进而证明 $\triangle EOF$ 是等腰直角三角形， $\triangle EOB \cong \triangle FOC$ ，得出 $FC = EB = 2$ ，则 $BF = 4$ ，勾股定理求得 EF ，即可求解。

【详解】解：如图所示，连接 OE, OB, OF ，



\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle EBF = 90^\circ$ ，

\because 点 G 为 EF 的中点，

$\therefore BG = EG = FG$

当 $OG = BG$ 时，

$\therefore O, E, B, F$ 四点共圆，

$\because \angle EBF = 90^\circ$

$\therefore EF$ 是直径

$\therefore \angle EOF = 90^\circ$

$\because O$ 为正方形对角线 AC 的中点，

$\therefore \angle OFE = \angle OBE = 45^\circ$ ， $OB = OC$ ， $\angle BOC = 90^\circ$

$\therefore \triangle EOF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore OE = OF$ ， $\angle EOF = 90^\circ$

$\therefore \angle EOB = \angle FOC$

在 $\triangle EOB, \triangle FOC$ 中，

$$\begin{cases} EO = FO \\ \angle EOB = \angle FOC \\ BO = CO \end{cases}$$

$\therefore \triangle EOB \cong \triangle FOC$

$\therefore FC = EB = 2$

$\therefore BF = BC - FC = 6 - 2 = 4$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/077150041130006111>