绝密★启用前

【新结构】江苏省南通市 2024 届新高考适应性调研试题

注意事项:

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。

3. 考试结束后，本试卷和答题卡一并交回。

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 数据 68,70,80,88,89,90,96,98 的第 15 百分位数为 (　)

A. 69　　B. 70　　C. 75　　D. 96

2. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的渐近线方程为$y=\pm 3x$，则双曲线的离心率是

(　)

A. $\sqrt{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　D. $3\sqrt{10}$

3. 等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和分别记为S_n与T_n，若$\frac{S_{2n}}{T_n}=\frac{8n}{3n+5}$，则$\frac{a_2+a_9}{b_3}=$(　)

A. $\frac{12}{7}$　　B. $\frac{32}{17}$　　C. $\frac{16}{7}$　　D. 2

4. 已知α,β是两个平面，m，n是两条直线，则下列命题错误的是　(　)

A. 如果$\alpha // \beta$，$n\subset\alpha$，那么$n // \beta$

B. 如果$m\perp\alpha$，$n // \alpha$，那么$m\perp n$

C. 如果$m // n$，$m\perp\alpha$，那么$n\perp\alpha$

D. 如果$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n // \beta$，那么$\alpha\perp\beta$

5. 为了更好的了解党的历史，宣传党的知识，传颂英雄事迹，某校团支部 6 人组建了“党史宣讲”、“歌曲演唱”、“诗歌创作”三个小组，每组 2 人，其中甲不会唱歌，乙不能胜任诗歌创作，则组建方法有种(　)

A. 60　　B. 72　　C. 30　　D. 42

6. 已知直线l_1：$(m-1)x+my+3=0$ 与直线l_2: $(m-1)x+2y-1=0$ 平行，则“$m=2$”是“l_1平行于l_2”的

(　)

A. 必要不充分条件　　　　　　　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　　　　　　　　　　D. 既不充分也不必要条件

7. 已知α，$\beta \in (0,\frac{\pi}{2})$，$2\tan\alpha = \frac{\sin 2\beta}{\sin\beta + \sin^2\beta}$，则 $\tan(2\alpha + \beta + \frac{\pi}{3}) =$(　)

A. $-\sqrt{3}$　　　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D. $\sqrt{3}$

8. 双曲线$C: x^2 - y^2 = 4$ 的左，右焦点分别为F_1, F_2，过F_2作垂直于x轴的直线交双曲线于A, B两点，$\triangle AF_1F_2, \triangle BF_1F_2, \triangle F_1AB$的内切圆圆心分别为$O_1, O_2, O_3$，则$\triangle O_1O_2O_3$的面积是(　)

A. $6\sqrt{2} - 8$　　　　B. $6\sqrt{2} - 4$　　　　C. $8 - 4\sqrt{2}$　　　　D. $6 - 4\sqrt{2}$

二、多选题：本题共 3 小题，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 关于函数$f(x) = \sin|x| + |\sin x|$有下述四个结论，其中错误的是(　)

A. $f(x)$是偶函数　　　　　　　　B. $f(x)$在区间$(\frac{\pi}{2}, \pi)$单调递增

C. $f(x)$在$[-\pi, \pi]$有 4 个零点　　　　D. $f(x)$的最大值为 2

10. 已知复数z_1，z_2，满足$|z_1|\cdot|z_2| \neq 0$，下列说法正确的是 (　)

A. 若$|z_1| = |z_2|$，则$z_1^2 = z_2^2$　　　　B. $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

C. 若$z_1z_2 \in R$，则$\frac{z_1}{z_2} \in \mathbf{R}$　　　　D. $|z_1z_2| = |z_1||z_2|$

11. 已知函数$f(x)$的定义域为R，且$f(x+y)f(x-y) = f^2(x) - f^2(y)$，$f(1) = \sqrt{3}$，$f(2x + \frac{3}{2})$为偶函数，则(　)

A. $f(0) = 0$　　　　　　　　B. $f(x)$为偶函数

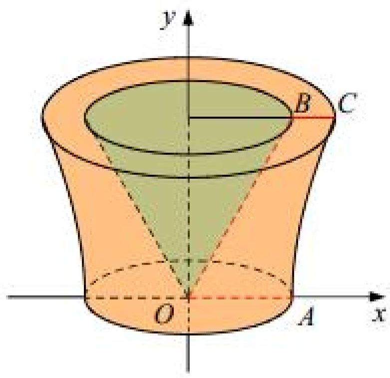
C. $f(3+x) = -f(3-x)$　　　　D. $\sum_{k=1}^{2023} f(k) = \sqrt{3}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 定义集合运算：$A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$，集合$A = \{0,1\}, B = \{2,3\}$，则集合$A \odot B$所有元素之和为______

13. 早在南北朝时期，祖冲之和他的儿子祖暅在研究几何体的体积时，得到了如下的祖暅原理：幂势既同，则积不容异。这就是说，夹在两个平行平面间的两个几何体，如果被平行于这两个平面的任意平面所截，两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积一定相等，将双曲线$C_1: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 与$y = 0, y = \sqrt{3}$所围成的平面图形(含边界)绕其虚轴旋转一周得到如图所示的几何体Γ，其中线段OA为双曲线的实半轴，点B

和点C为直线$y=\sqrt{3}$分别与双曲线一条渐近线及右支的交点，则线段BC旋转一周所得的图形的面积是_____，几何体Γ的体积为_____.



14. 已知X为包含v个元素的集合($v\in N^*, v\geq 3$).设A为由X的一些三元子集(含有三个元素的子集)组成的集合，使得X中的任意两个不同的元素，都恰好同时包含在唯一的一个三元子集中，则称(X,A)组成一个v阶的$Steiner$三元系.若(X,A)为一个 7 阶的$Steiner$三元系，则集合A中元素的个数为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15. (本小题 13 分)

已知函数$f(x)=\ln x+ax-a^2x^2(a\geq 0)$.

(1)若$x=1$是函数$y=f(x)$的极值点，求a的值;

(2)求函数$y=f(x)$的单调区间.

16. (本小题 15 分)

A，B，C，D四人进行羽毛球单打循环练习赛，其中每局有两人比赛，每局比赛结束时，负的一方下场，第 1 局由A，B对赛，接下来按照C，D的顺序上场第 2 局、第 3 局(来替换负的那个人)，每次负的人其上场顺序排到另外 2 个等待上场的人之后(即排到最后一个)，需要再等 2 局(即下场后的第 3 局)才能参加下一场练习赛．设各局中双方获胜的概率均为$\frac{1}{2}$，各局比赛的结果相互独立.

(1)求前 4 局A都不下场的概率；

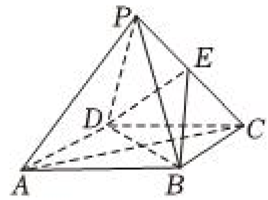
(2)用X表示前 4 局中B获胜的次数，求X的分布列和数学期望.

17. (本小题 15 分)

四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$为菱形，$AD=2$，$\angle BAD=60°$，平面$PBD\perp$平面$ABCD$.

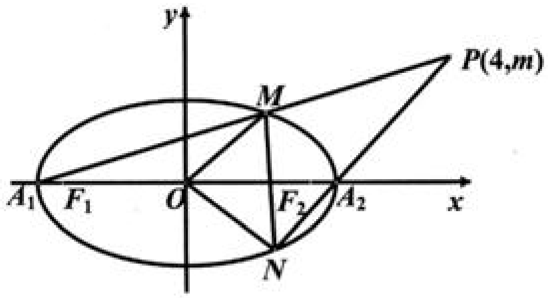
(1)证明：$PB\perp AC$；

(2)若$PB=PD$，且PA与平面$ABCD$成角为 60°，点E在棱PC上，且$\overrightarrow{PE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$，求平面$EBD$与平面$BCD$的夹角的余弦值.



18.(本小题 17 分)

如图，已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右项点分别为$A_1$，$A_2$，左右焦点分别为$F_1$，$F_2$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$|F_1F_2|=2\sqrt{3}$，$O$为坐标原点.



(I)求椭圆C的方程；

(II)设过点$P(4,m)$的直线PA_1，PA_2与椭圆分别交于点M，N，其中$m>0$，求△OMN的面积S的最大值.

19. (本小题 17 分)

已知$A_m=\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,m} \end{pmatrix}(m\geq 2)$是$m^2$个正整数组成的$m$行$m$列的数表，当$1\leq i<s\leq m,1\leq j<t\leq m$时，记$d(a_{i,j},a_{s,t})=|a_{i,j}-a_{s,j}|+|a_{s,j}-a_{s,t}|$.设$n\in N^*$，若$A_m$满足如下两个性质：

①$a_{i,j}\in\{1,2,3;\cdots,n\}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,m)$；

②对任意$k\in\{1,2,3,\cdots,n\}$，存在$i\in\{1,2,\cdots,m\},j\in\{1,2,\cdots,m\}$，使得$a_{i,j}=k$，则称$A_m$为$\Gamma_n$数表.

(1)判断$A_3=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$是否为$\Gamma_3$数表，并求$d(a_{1,1},a_{2,2})+d(a_{2,2},a_{3,3})$的值；

(2)若Γ_2数表A_4满足$d(a_{i,j},a_{i+1,j+1})=1(i=1,2,3;j=1,2,3)$，求$A_4$中各数之和的最小值；

(3)证明：对任意Γ_4数表A_{10}，存在$1\leq i<s\leq 10,1\leq j<t\leq 10$，使得$d(a_{i,j},a_{s,t})=0$.

【新结构】江苏省南通市 2024 届新高考适应性调研试题

答案和解析

【答案】

1. B　　2. A　　3. D　　4. D　　5. D　　6. B　　7. B

8. A

9. BC　　10. BD　　11. ACD

12. 18

13. π　；　$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\pi$

14. 7

15. 解：(1) 函数定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\dfrac{-2a^2x^2+ax+1}{x}$

因为 $x=1$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点，所以 $f'(1)=1+a-2a^2=0$，解得 $a=-\dfrac{1}{2}$ 或 $a=1$，

因为 $a\geqslant 0$，所以 $a=1$.

此时 $f'(x)=\dfrac{-2x^2+x+1}{x}=\dfrac{-(2x+1)(x-1)}{x}$

$f'(x)>0$ 得 $0<x<1$ 函数单调递增，$f'(x)<0$ 得 $x>1$ 函数单调递减，

所以 $x=1$ 是函数的极大值.

所以 $a=1$.

(2) 若 $a=0$，$f'(x)=\dfrac{1}{x}>0$，

则函数 $f(x)$ 的单调增区间为 $(0,+\infty)$;

若 $a>0$，$f'(x)=\dfrac{-2a^2x^2+ax+1}{x}=\dfrac{(2ax+1)(-ax+1)}{x}$，

因为 $a>0$，$x>0$，则 $2ax+1>0$，

由 $f'(x)>0$，结合函数的定义域，可得 $0<x<\dfrac{1}{a}$;

由 $f'(x)<0$，可得 $x>\dfrac{1}{a}$;

$\therefore$ 函数的单调增区间为 $(0,\frac{1}{a})$; 单调减区间为 $(\frac{1}{a},+\infty)$.

综上可知：当 $a=0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，无递减；

当 $a>0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{a})$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{a},+\infty)$ 上单调递减.

16. 解：(1) 前 4 局 A 都不下场说明前 4 局 A 都获胜，

故前 4 局 A 都不下场的概率为 $P=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$.

(2) X 的所有可能取值为 0，1，2，3，4，

其中，$X=0$ 表示第 1 局 B 输，第 4 局是 B 上场，且 B 输，则 $P(X=0)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$；

$X=1$ 表示第 1 局 B 输，第 4 局是 B 上场，且 B 赢；或第 1 局 B 赢，且第 2 局 B 输，

则 $P(X=1)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$；

$X=2$ 表示第 1 局 B 赢，且第 2 局 B 赢，第 3 局 B 输，

则 $P(X=2)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$；

$X=3$ 表示第 1 局 B 赢，且第 2 局 B 赢，第 3 局 B 赢，第 4 局 B 输，

则 $P(X=3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$；

$X=4$ 表示第 1 局 B 赢，且第 2 局 B 赢，第 3 局 B 赢，第 4 局 B 赢，

则 $P(X=4)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$.

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

故 X 的数学期望为 $E(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{8}+3\times\frac{1}{16}+4\times\frac{1}{16}=\frac{19}{16}$.

17. 解：(1) 证明：因为四边形 $ABCD$ 为菱形，

所以 $BD\perp AC$，

因为平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PBD\cap$ 平面 $ABCD=BD$，$AC\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $AC\perp$ 平面 PBD，

因为 $PB\subset$ 平面 PBD，故 $AC\perp PB$.

(2) 设 $AC\cap BD=O$，则 O 为 AC、BD 的中点，

又因为 $PB = PD$，

所以 $PO \perp BD$，

又因为 $AC \perp$ 平面 PBD， $PO \subset$ 平面 PBD，

所以 $PO \perp AC$，

因为 $AC \cap BD = O$，AC、 $BD \subset$ 平面 $ABCD$，

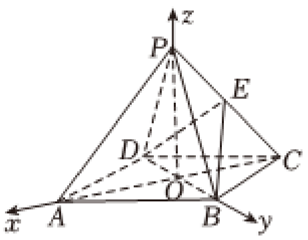
所以 $PO \perp$ 平面 $ABCD$，

所以 $\angle PAO$ 为 PA 与平面 $ABCD$ 所成角，故 $\angle PAO = 60^\circ$，

由于四边形 $ABCD$ 为边长为 $AD = 2$， $\angle BAD = 60^\circ$ 的菱形，

所以 $AO = AD\sin 60^\circ = 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$， $PO = AO\tan\angle PAO = \sqrt{3}\times\sqrt{3} = 3$，

以点 O 为坐标原点，OA、OB、OP 所在直线分别为 x、y、z 轴建立如下图所示的空间直角坐标系：



则 $A(\sqrt{3},0,0)$， $C(-\sqrt{3},0,0)$， $B(0,1,0)$， $D(0,-1,0)$， $P(0,0,3)$，

由 $\overrightarrow{PE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PC} = \frac{1}{3}(-\sqrt{3},0,-3) = (-\frac{\sqrt{3}}{3},0,-1)$，

得 $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PE} = (0,-1,3) + (-\frac{\sqrt{3}}{3},0,-1) = (-\frac{\sqrt{3}}{3},-1,2)$，且 $\overrightarrow{DB} = (0,2,0)$，

设平面 BEC 的法向量为 $\vec{m} = (\ ,\ ,\ )$，

则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{DB} = 2y = 0\vec{m}\cdot\overrightarrow{BE} = -\frac{\sqrt{}}{3}x - y + 2z = 0\end{cases}$，

取 $x = 2\sqrt{3}$，则 $z = 1$， $y = 0$，

所以 $\vec{m} = (2\sqrt{3},0,1)$，

又平面 BCD 的一个法向量为 $\vec{n} = (0,0,1)$，

所以$|\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle|=\dfrac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{1}{\sqrt{13}\times 1}=\dfrac{\sqrt{13}}{13}$，

所以平面 EBD 与平面 BCD 的夹角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.

18. 解：(Ⅰ)∵离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$|F_1F_2|=2\sqrt{3}$，$\therefore\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\2c=2\sqrt{3}\end{cases}$，

$\therefore a=2$，$c=\sqrt{3}$，则$b=1$，

$\therefore$ 椭圆 C 的方程的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

(Ⅱ)由(Ⅰ)得$A_1(-2,0)$，$A_2(2,0)$，

直线PA_1，PA_1的方程分别为：$y=\dfrac{m}{6}(x+2)$，$y=\dfrac{m}{2}(x-2)$，

由$\begin{cases}y=\dfrac{m}{6}(x+2)\\\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$得$(9+m^2)x^2+4m^2x+4m^2-36=0$，

$\therefore -2+x_M=\dfrac{-4m^2}{9+m^2}$，可得.$x_M=\dfrac{18-2m^2}{9+m^2}$，$y_M=\dfrac{m}{6}(x_M+2)=\dfrac{6m}{9+m^2}$

由$\begin{cases}y=\dfrac{m}{2}(x-2)\\\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，可得$(1+m^2)x^2-4mx+4m^2-4=0$，

$\therefore 2+x_N=\dfrac{4m^2}{1+m^2}$，可得$x_N=\dfrac{2m^2-2}{1+m^2}$，$y_N=\dfrac{m}{2}(x_N-2)=\dfrac{-2m}{1+m^2}$，

$k_{MN}=\dfrac{y_M-y_N}{x_M-x_N}=\dfrac{2m}{3-m^2}$，

直线 MN 的方程为：$y-\dfrac{-2m}{1+m^2}=\dfrac{2m}{3-m^2}(x-\dfrac{2m^2-2}{1+m^2})$，

$y=\dfrac{2m}{3-m^2}(x-\dfrac{2m^2-2}{1+m^2})-\dfrac{2m}{1+m^2}=\dfrac{2m}{3-m^2}(x-\dfrac{2m^2-2}{1+m^2}-\dfrac{3-m^2}{1+m^2})=\dfrac{2m}{3-m^2}(x-1)$，

可得直线 MN 过定点$(1,0)$，故设 MN 的方程为：$x=ty+1$，

由$\begin{cases}x=ty+2\\\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$得$(t^2+4)y^2+2ty-3=0$，

设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则$y_1+y_2=\dfrac{-2t}{t^2+4}$，$y_1y_2=\dfrac{-3}{t^2+4}$，

$|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\dfrac{4\sqrt{t^2+3}}{t^2+4}$，

$\therefore$□OMN 的面积 $S=\frac{1}{2}\times 1\times (y_1-y_2)=2\frac{\sqrt{t^2+3}}{t^2+4}$，

令 $\sqrt{t\ \ +3}=d,(d\geqslant\sqrt{3})$，则 $s=\frac{2d}{d^2+1}=\frac{2}{d+\frac{1}{d}}$，

$\because d\geqslant\sqrt{3}$，且函数 $f(d)=d+\frac{1}{d}$ 在 $[\sqrt{3},+\infty)$ 递增，

$\therefore$ 当 $d=\sqrt{3}$，s 取得最小值 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

19. 解：(1) $A_3=(1\quad 2\quad 32\quad 3\quad 13\quad 1\quad 2)$ 是 Γ_3 数表，

$d(a_{1,1},a_{2,2})+d(a_{2,2},a_{3,3})=2+3=5.$

(2) 由题可知 $d(a_{i,j},a_{i+1,j+1})=|a_{i,j}-a_{i+1,j}|+|a_{i+1,j}-a_{i+1,j+1}|=1\ \ (i=1,2,3;j=1,2,3)$.

当 $a_{i+1,j}=1$ 时，有 $d(a_{i,j},a_{i+1,j+1})=|a_{i,j}-1|+|a_{i+1,j+1}-1|=1$ ，

所以 $a_{i,j}+a_{i+1,j+1}=3$.

当 $a_{i+1,j}=2$ 时，有 $d(a_{i,j},a_{i+1,j+1})=|a_{i,j}-2|+|a_{i+1,j+1}-2|=1$ ，

所以 $a_{i,j}+a_{i+1,j+1}=3$.

所以 $a_{i,j}+a_{i+1,j+1}=3(i=1,2,3;j=1,2,3).$

所以 $a_{1,1}+a_{2,2}+a_{3,3}+a_{4,4}=3+3=6,\ a_{1,3}+a_{2,4}=3,a_{3,1}+a_{4,2}=3.$

$a_{1,2}+a_{2,3}+a_{3,4}=3+1=4$ 或者 $a_{1,2}+a_{2,3}+a_{3,4}=3+2=5$ ，

$a_{2,1}+a_{3,2}+a_{4,3}=3+1=4$ 或者 $a_{2,1}+a_{3,2}+a_{4,3}=3+2=5$ ，

$a_{1,4}=1$ 或 $a_{1,4}=2$ ， $a_{4,1}=1$ 或 $a_{4,1}=2$ ，

故各数之和 $\geqslant 6+3+3+4+4+1+1=22$ ，

当 $A_4=(1\quad 1\quad 1\quad 11\quad 2\quad 2\quad 21\quad 2\quad 1\quad 11\quad 2\quad 1\quad 2)$ 时，各数之和取得最小值 22 .

(3) 由于 Γ_4 数表 A_{10} 中共 100 个数字，

必然存在 $k\in\{1,2,3,4\}$ ，使得数表中 k 的个数满足 $T\geqslant 25.$

设第 i 行中 k 的个数为 $r_i(i=1,2,\cdots,10).$

当 $r_i \geqslant 2$ 时，将横向相邻两个 k 用从左向右的有向线段连接，

则该行有 $r_i - 1$ 条有向线段，

所以横向有向线段的起点总数 $R = \sum_{r_i \geqslant 2}(r_i - 1) \geqslant \sum_{10}^{i=1}(r_i - 1) = T - 10.$

设第 j 列中 k 的个数为 $c_j (j = 1, 2, \cdots, 10)$.

当 $c_j \geqslant 2$ 时，将纵向相邻两个 k 用从上到下的有向线段连接，

则该列有 $c_j - 1$ 条有向线段，

所以纵向有向线段的起点总数 $C = \sum_{c_j \geqslant 2}(c_j - 1) \geqslant \sum_{10}^{j=1}(c_j - 1) = T - 10.$

所以 $R + C \geqslant 2T - 20$ ，

因为 $T \geqslant 25$ ，所以 $R + C - T \geqslant 2T - 20 - T = T - 20 > 0$.

所以必存在某个 k 既是横向有向线段的起点，又是纵向有向线段的终点，

即存在 $1 < u < v \leqslant 10, 1 < p < q \leqslant 10,$

使得 $a_{u,p} = a_{v,p} = a_{v,q} = k$ ，

所以 $d(a_{u,p}, a_{v,q}) = |a_{u,p} - a_{v,p}| + |a_{v,p} - a_{v,q}| = 0$ ，

则命题得证.

【解析】

1. 【分析】

本题考查求百分位数，属于基础题.

根据百分位数的定义即可得到答案.

【解答】

解：因为$8 \times 15\% = 1.2$，根据百分位数的定义可知，该数学成绩的第 15 百 分位数为第 2 个数据 70.

故选： B.

2. 【分析】