2021-2022 高考数学模拟试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0．5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

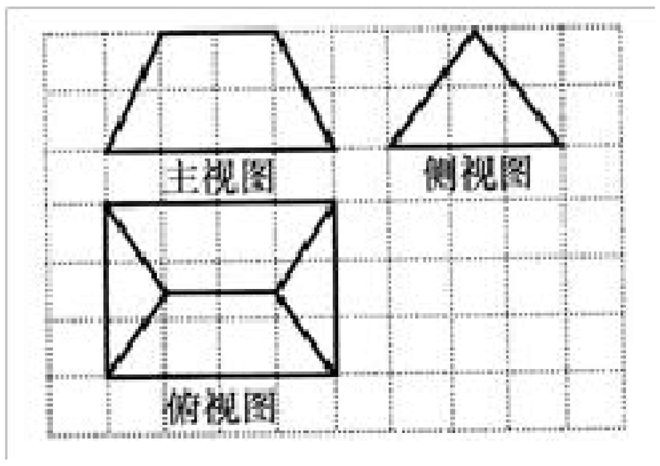
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $f\left(x\right)=\sin(2x+\varphi)$，其中 $\varphi\in(0,\frac{\pi}{2})$，若 $\forall x\in R,f(x)\le\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|$ 恒成立，则函数 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为（　　）

A. $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right](k\in z)$　　B. $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right](k\in z)$

C. $\left[k\pi+\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right](k\in z)$　　D. $\left[k\pi,k\pi+\frac{2\pi}{3}\right](k\in Z)$

2．《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：“今有刍甍，下广三丈，袤四丈，上袤二丈，无广，高二丈，问：积几何” 其意思为：“今有底面为矩形的屋脊状的楔体，下底面宽 **3** 丈，长 **4** 丈，上棱长 **2** 丈，高 **2** 丈，问：它的体积是多少?”已知 **1** 丈为 **10** 尺，该楔体的三视图如图所示，其中网格纸上小正方形边长为 **1**，则该楔体的体积为（　）



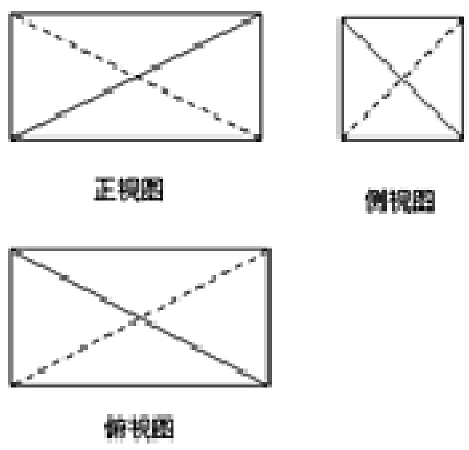
A．**10000** 立方尺　　B．**11000** 立方尺

C．**12000** 立方尺　　D．**13000** 立方尺

3．若点(□,□)位于由曲线□ = |□ − 2| + 1与□ = 3围成的封闭区域内（包括边界），则$\frac{□+1}{□-2}$的取值范围是（　）

A. $[-3,1]$　　B. $[-3,5]$　　C. $(-\infty,-3]\cup[5,+\infty)$　D. $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$

4．已知一个三棱锥的三视图如图所示，其中三视图的长、宽、高分别为 2，a，b，且 $2a+b=\frac{5}{2}\left(a>0,b>0\right)$，则此三棱锥外接球表面积的最小值为（　　）



A．$\dfrac{17}{4}\pi$　　　　**B**．$\dfrac{21}{4}\pi$　　　　**C**．4π　　　　**D**．5π

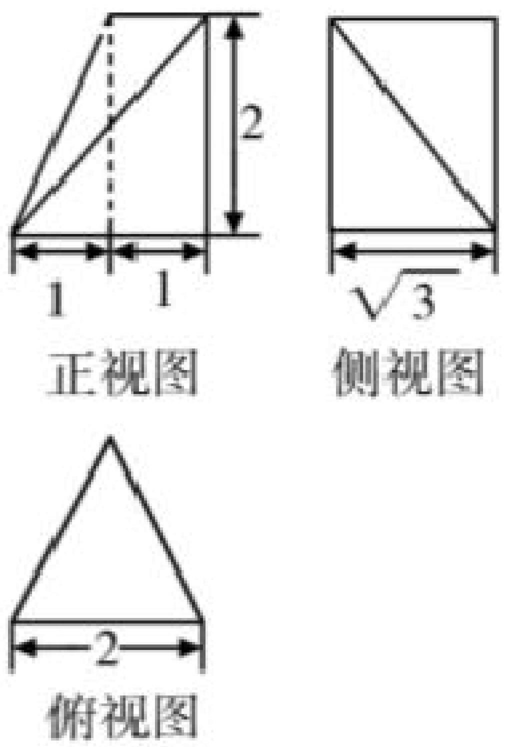
5．设椭圆E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的右顶点为$A$，右焦点为$F$，$B$、$C$为椭圆上关于原点对称的两点，直线$BF$交直线$AC$于$M$，且$M$为$AC$的中点，则椭圆$E$的离心率是（　　）

A．$\dfrac{2}{3}$　　　　**B**．$\dfrac{1}{2}$　　　　**C**．$\dfrac{1}{3}$　　　　**D**．$\dfrac{1}{4}$

6．设等比数列$\left\{a_n\right\}$的前项和为S_n，若$8a_{2019}+a_{2016}=0$，则$\dfrac{S_6}{S_3}$的值为（　　）

A．$\dfrac{3}{2}$　　　　**B**．$\dfrac{1}{2}$　　　　**C**．$\dfrac{7}{8}$　　　　**D**．$\dfrac{9}{8}$

7．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的最长棱的长为（　　）



A．$2\sqrt{5}$　　　　**B**．4　　　　**C**．2　　　　**D**．$2\sqrt{2}$

8．若函数 **f(x)＝$a^{|2x-4|}$(a>0，a≠1)**满足 **f(1)＝$\dfrac{1}{9}$**，则 **f(x)**的单调递减区间是**( )**

A．**(－∞，2]**　　　　**B**．**[2，＋∞)**

C．**[－2，＋∞)**　　　　**D**．**(－∞，－2]**

9．“$\tan\theta=2$”是“$\tan2\theta=-\dfrac{4}{3}$”的（　　）

A．充分不必要条件　**B**．必要不充分条件　**C**．充要条件　　**D**．既不充分又不必要条件

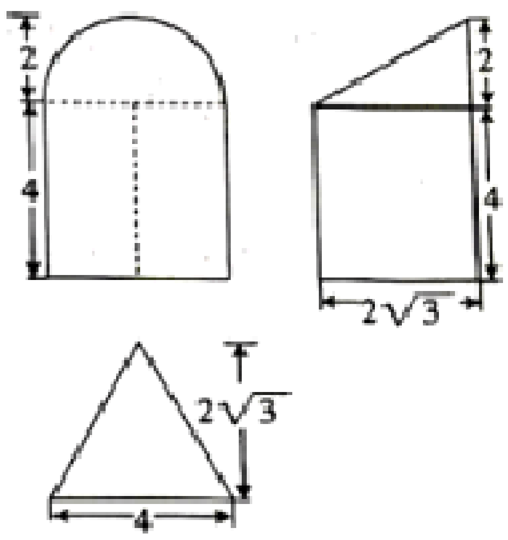
10．若 $(1+ax)(1+x)^5$ 的展开式中 x^2, x^3 的系数之和为 -10，则实数 a 的值为（　　）

A． -3　　　　**B．** -2　　　　**C．** -1　　　　**D．1**

11．已知关于 x 的方程 $\sqrt{3}\sin x+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=m$ 在区间 $[0,2\pi)$ 上有两个根 x_1，x_2，且 $|x_1-x_2|\geq\pi$，则实数 m 的取值范围是（　　）

A． $\left[0,\dfrac{1}{2}\right)$　　　　**B．** $[1,2)$　　　　**C．** $[0,1)$　　　　**D．** $[0,1]$

12．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A． $16\sqrt{3}+\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$　　　　**B．** $16\sqrt{3}+\dfrac{4\pi}{3}$　　　　**C．** $\dfrac{16\sqrt{3}+4\sqrt{3}\pi}{3}$　　　　**D．** $16\sqrt{3}+\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在 $\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中，各项系数之和为 64，则展开式中的常数项为__________________.

14．已知函数 $f(x)=x-m|\ln x|$ 恰好有 **3** 个不同的零点，则实数 m 的取值范围为____

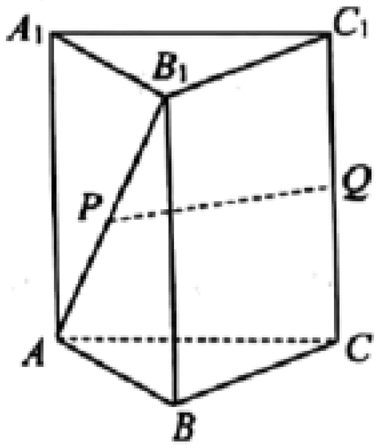
15．已知平面向量 $\vec{a}=(m,2)$，$\vec{b}=(1,3)$，且 $\vec{b}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角的大小为________.

16．已知 $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)(1-2x)^7=\dfrac{1}{x}+a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$，则 a_2=____________，

$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7=$____________________________

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CA=CB$，点 ***P***，***Q*** 分别为 AB_1，CC_1 的中点.求证：



（1）$PQ//$平面ABC；

（2）$PQ\perp$平面ABB_1A_1.

18.（12 分）已知函数$f(x)=x\ln x-2\ln x+3x-5$，$g(x)=\ln x+\dfrac{2x-a}{x}+\dfrac{a}{x^2}$.

（1）求证：$f(x)$在区间$(1,+\infty)$上有且仅有一个零点x_0，且$x_0\in\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{7}{4}\right)$；

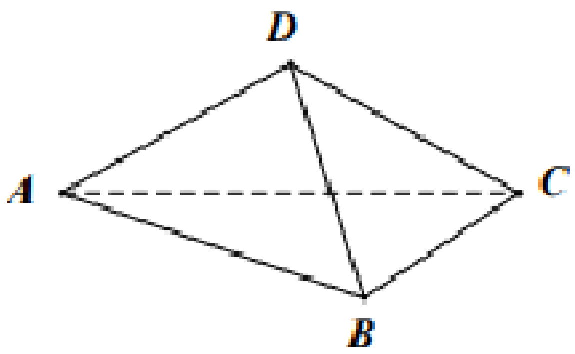
（2）若当$x\geq 1$时，不等式$g(x)\geq 0$恒成立，求证：$a<\dfrac{49}{4}$.

19.（12 分）已知函数$f(x)=|x+1|-|x-2|$.

（1）解不等式$f(x)\leqslant 1$；

（2）记函数$f(x)$的最大值为s，若$a+b+c=s(a,b,c>0)$，证明：$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\geq 3abc$.

20.（12 分）如图，在四面体$DABC$中，$AB\perp BC$，$DA=DC=DB$.



（1）求证:平面$ABC\perp$平面ACD；

（2）若$AD=2$，$AB=2BC$，$\angle CAD=30°$，求四面体$ABCD$的体积.

21.（12 分）已知函数$f(x)$和$g(x)$的图象关于原点对称，且$f(x)=x^2+2x$.

（1）解关于x的不等式$g(x)\geq f(x)-|x-1|$；

（2）如果对$\forall x\in R$，不等式$g(x)+c\leq f(x)-|x-1|$恒成立，求实数c的取值范围.

22.（10 分）已知函数$f(x)=x^2e^{3x}$

（1）若 $x<0$，求证：$f(x)<\frac{1}{9}$;

（2）若 $x>0$，恒有 $f(x)\ge(k+3)x+2\ln x+1$，求实数 k 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

$\forall x\in R, f(x)\le\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|\Rightarrow f(x)_{\max}=\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|=1$，从而可得 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，再解不等式

$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in z)$ 即可.

【详解】

由已知，$f(x)_{\max}=\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|=\left|\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)\right|=1$

$\sin\left(\varphi+\frac{\pi}{3}\right)=\pm1,\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，

$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in z)$，

解得，$k\pi-\frac{\pi}{3}\le x\le k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in z)$.

故选：**A.**

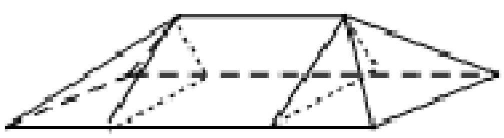
【点睛】

本题考查求正弦型函数的单调区间，涉及到恒成立问题，考查学生转化与化归的思想，是一道中档题.

2、**A**

【解析】

由题意，将楔体分割为三棱柱与两个四棱锥的组合体，作出几何体的直观图如图所示：



沿上棱两端向底面作垂面，且使垂面与上棱垂直，

则将几何体分成两个四棱锥和 **1** 个直三棱柱，

则三棱柱的体积$V_1=\frac{1}{2}\times 3\times 2\times 2=6$，

四棱锥的体积$V_2=\frac{1}{3}\times 1\times 3\times 2=2$，

由三视图可知两个四棱锥大小相等，$\therefore V=V_1+2V_2=10$立方丈$=10000$立方尺.

故选 **A**.

【点睛】本题考查三视图及几何体体积的计算，其中正确还原几何体，利用方格数据分割与计算是解题的关键.

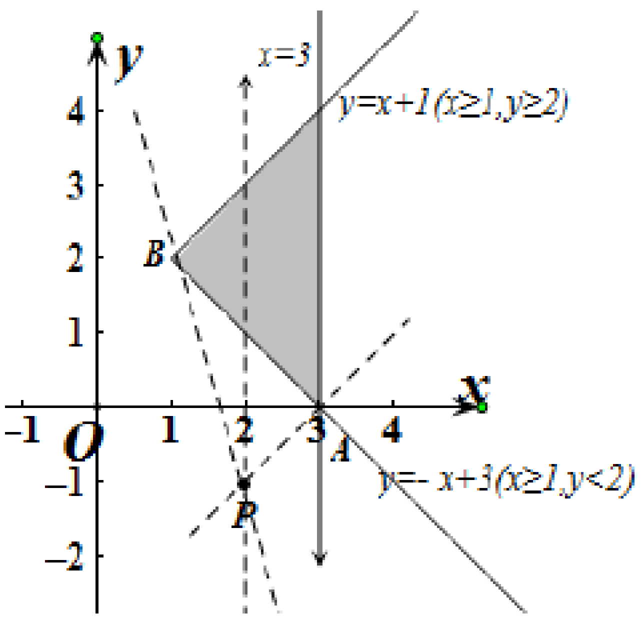
3、**D**

【解析】

画出曲线$y=|x-2|+1$与$x=3$围成的封闭区域，$\frac{y+1}{x-2}$表示封闭区域内的点(x,y)和定点$(2,-1)$连线的斜率，然后结合图形求解可得所求范围.

【详解】

画出曲线$y=|x-2|+1$与$x=3$围成的封闭区域，如图阴影部分所示.



$\frac{y+1}{x-2}$表示封闭区域内的点(x,y)和定点$P(2,-1)$连线的斜率，

设$k=\frac{y+1}{x-2}$，结合图形可得$k\geq k_{PA}$或$k\leq k_{PB}$，

由题意得点 **A,B** 的坐标分别为$A(3,0),B(1,2)$，

$\therefore k_{PA}=\frac{1}{3-2}=1, k_{PB}=\frac{2-(-1)}{1-2}=-3$，

∴$\square \geq 1$或$\square \leq -3$，

∴$\frac{\square+1}{\square-2}$的取值范围为$(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$.

故选 **D**.

【点睛】

解答本题的关键有两个：一是根据数形结合的方法求解问题，即把$\frac{\square+1}{\square-2}$看作两点间连线的斜率；二是要正确画出两曲线所围成的封闭区域．考查转化能力和属性结合的能力，属于基础题．

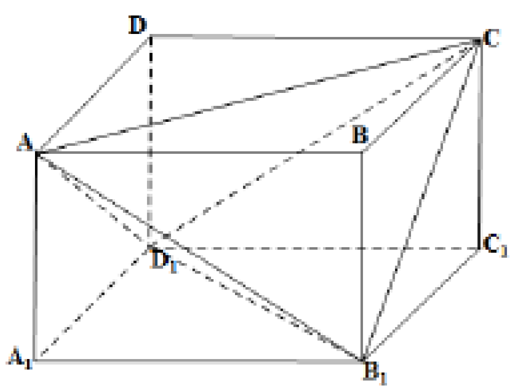
4、**B**

【解析】

根据三视图得到几何体为一三棱锥，并以该三棱锥构造长方体，于是得到三棱锥的外接球即为长方体的外接球，进而得到外接球的半径，求得外接球的面积后可求出最小值．

【详解】

由已知条件及三视图得，此三棱锥的四个顶点位于长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的四个顶点，即为三棱锥 $A-CB_1D_1$，且长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的长、宽、高分别为 $2,a,b$，



∴此三棱锥的外接球即为长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球，

且球半径为 $R=\dfrac{\sqrt{2^2+a^2+b^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{4+a^2+b^2}}{2}$，

∴三棱锥外接球表面积为 $4\pi\left(\dfrac{\sqrt{4+a^2+b^2}}{2}\right)^2=\pi\left(4+a^2+b^2\right)=5\pi(a-1)^2+\dfrac{21\pi}{4}$，

∴当且仅当 $a=1$，$b=\dfrac{1}{2}$时，三棱锥外接球的表面积取得最小值为$\dfrac{21}{4}\pi$．

故选 **B**.

【点睛】

（**1**）解决关于外接球的问题的关键是抓住外接的特点，即球心到多面体的顶点的距离都等于球的半径，同时要作一圆面起衬托作用．

（2）长方体的外接球的直径即为长方体的体对角线，对于一些比较特殊的三棱锥，在研究其外接球的问题时可考虑通过构造长方体，通过长方体的外球球来研究三棱锥的外接球的问题．

5、**C**

【解析】

连接 OM ， OM 为 ΔABC 的中位线，从而 $\Delta OFM \sim \Delta AFB$ ，且 $\frac{|OF|}{|FA|}=\frac{1}{2}$，进而 $\frac{c}{a-c}=\frac{1}{2}$，由此能求出椭圆的离心率.

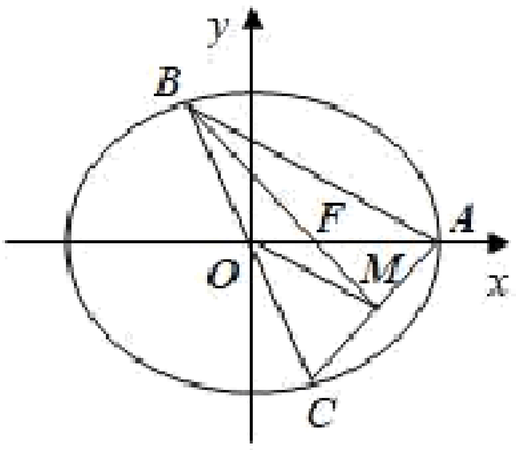
【详解】

如图，连接 OM ，

$\because$ 椭圆 E ： $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右顶点为 ***A***，右焦点为 ***F***，

B、***C*** 为椭圆上关于原点对称的两点，不妨设 ***B*** 在第二象限，

直线 ***BF*** 交直线 ***AC*** 于 ***M***，且 ***M*** 为 ***AC*** 的中点



$\therefore$ OM 为 ΔABC 的中位线，

$\therefore$ $\Delta OFM \sim \Delta AFB$ ，且 $\frac{|OF|}{|FA|}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{c}{a-c}=\frac{1}{2}$，

解得椭圆 E 的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$.

故选：**C**

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质，考查了运算求解能力，属于基础题.

6、**C**

【解析】

求得等比数列 $\{a_n\}$的公比，然后利用等比数列的求和公式可求得 $\frac{S_6}{S_3}$ 的值.

【详解】

设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，$\because 8a_{2019}+a_{2016}=0$，$\therefore q^3=\frac{a_{2019}}{a_{2016}}=-\frac{1}{8}$，$\therefore q=-\frac{1}{2}$，

因此，$\frac{S_6}{S_3}=\frac{1-q^6}{1-q^3}=1+q^3=\frac{7}{8}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查等比数列求和公式的应用，解答的关键就是求出等比数列的公比，考查计算能力，属于基础题.

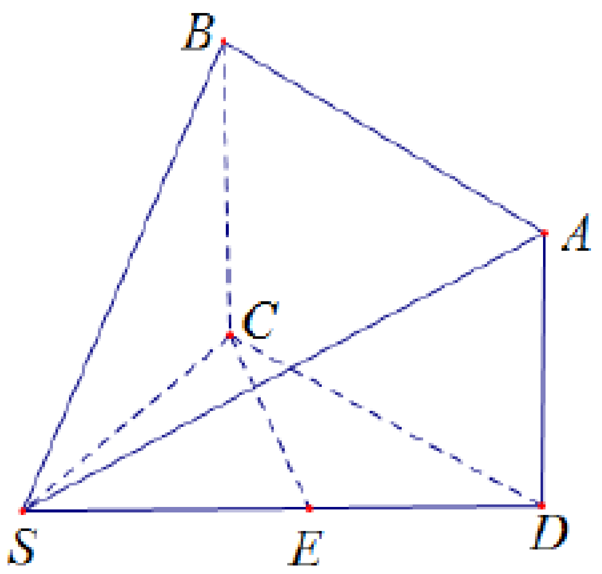
7、**D**

【解析】

先根据三视图还原几何体是一个四棱锥，根据三视图的数据，计算各棱的长度.

【详解】

根据三视图可知，几何体是一个四棱锥，如图所示：



由三视图知：$|AD|=2$ ，$|\quad|=\sqrt{\ }$ $|\quad|=$

所以$|\quad|=|\quad|=$ ，

所以$|\quad|=\sqrt{|\quad|+|\quad|}=$ $\sqrt{\ }$ $|\quad|=\sqrt{|\quad|+|\quad|}=$ $\sqrt{\ }$，

所以该几何体的最长棱的长为$2\sqrt{2}$

故选：**D**

【点睛】

本题主要考查三视图的应用，还考查了空间想象和运算求解的能力，属于中档题.

8、**B**

【解析】

由 $f(1)=\frac{1}{9}$得 $a^2=\frac{1}{9}$,

$\therefore a=\frac{1}{3}$或 $a=-\frac{1}{3}$(舍),

即 $f(x)=(\frac{1}{3})^{|2x-4|}$.由于 $y=|2x-4|$在$(-\infty,2]$上单调递减,在$[2,+\infty)$上单调递增,所以 $f(x)$在$(-\infty,2]$上单调递增,在$[2,+\infty)$上单调递减,

故选 **B.**

9、**A**

【解析】

首先利用二倍角正切公式由 $\tan 2\theta=-\frac{4}{3}$，求出 $\tan\theta$，再根据充分条件、必要条件的定义判断即可；

【详解】

解：$\because \tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=-\frac{4}{3}$，$\therefore$可解得 $\tan\theta=2$ 或 $-\frac{1}{2}$，

$\therefore$“$\tan\theta=2$”是“$\tan 2\theta=-\frac{4}{3}$”的充分不必要条件.

故选：**A**

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，二倍角正切公式的应用是解决本题的关键，属于基础题.

10、**B**

【解析】

由 $(1+ax)(1+x)^5=(1+x)^5+ax(1+x)^5$，进而分别求出展开式中 x^2 的系数及展开式中 x^3 的系数，令二者之和等于 -10，可求出实数 a 的值.

【详解】

由 $(1+ax)(1+x)^5=(1+x)^5+ax(1+x)^5$，

则展开式中 x^2 的系数为 $C_5^2+aC_5^1=10+5a$，展开式中 x^3 的系数为 $C_5^3+aC_5^2=10+10a$，

二者的系数之和为 $(10+5a)+(10a+10)=15a+20=-10$，得 $a=-2$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查二项式定理的应用，考查学生的计算求解能力，属于基础题.

11、**C**

【解析】

先利用三角恒等变换将题中的方程化简，构造新的函数 $y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$，将方程的解的问题转化为函数图象的交点问