九年级数学核心素养评价

满分：150 分　考试时间：120 分钟

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1．下列图案中，是中心对称图形的是（　）

A. 

B. 

C. 

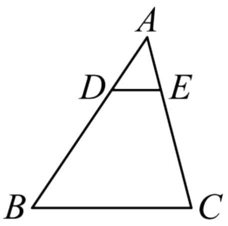
D. 

2．将二次函数 $y=2x^2$ 的图象向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位，得到的函数图象的表达式是（　　）

A．$y=2(x+2)^2+3$　　　　B．$y=2(x+2)^2-3$

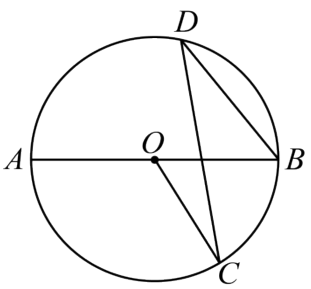
C．$y=2(x-2)^2-3$　　　　D．$y=2(x-2)^2+3$

3．如图，$\triangle ABC$ 中，点 D，E 分别在 AB，AC 上，$DE//BC$，若 $AD=1$，$BD=2$，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为（　）



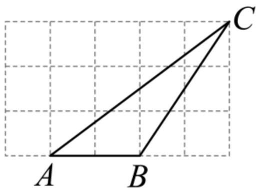
A．1:2　　B．1:3　　C．1:4　　D．1:9

4．如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C，D 是圆上两点，且 $\angle AOC=126°$，则 $\angle CDB$ 等于（　）



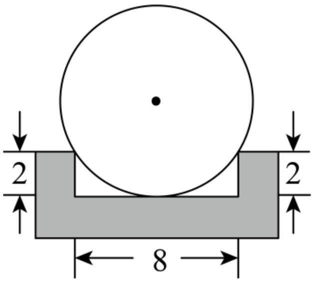
A．27°　　B．37°　　C．54°　　D．64°

5．如图，$\triangle ABC$ 的顶点都在方格纸的格点上，那么 $\sin A$ 的值为（　　）



A．$\frac{3}{2}$　　　　B．$\frac{3}{4}$　　　　C．$\frac{4}{5}$　　　　D．$\frac{3}{5}$

6．为了测量一个铁球的直径，将该铁球放入工件槽内，测得的有关数据如图所示（单位：cm），则该铁球的直径为（　　）



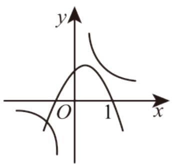
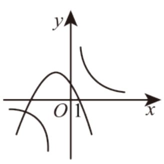
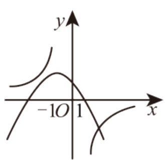
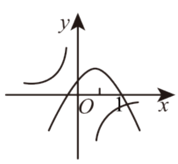
A．12 cm　　　　B．10 cm　　　　C．8 cm　　　　D．6 cm

7．定点投篮是同学们喜爱的体育项目之一，某位同学投出篮球的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，篮球飞行的竖直高度y(单位：m)与水平距离x(单位：m)近似满足函数关系$y=ax^2+bx+c$(a≠0)．下表记录了该同学将篮球投出后的x与y的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出篮球飞行到最高点时，水平距离为（　）

x(单位：m)	0	2	4
y(单位：m)	2.25	3.45	3.05

A．1.5m　　　　B．2m　　　　C．2.5m　　　　D．3m

8．若实数a、b、c满足$a+b+c=0$，且$a<b<c$，则$y=\frac{ax}{x}$与$y=ax^2+bx+c$的图象可能是（　）

A．　B．　C．　D．

9．P为⊙O的直径AB的延长线上一点，C为⊙O上一点，分别连接CP、AC，PM平分$\angle APC$，交AC于M，则下列命题为假命题的是（　）

A．若$AC=PC$，则$\angle PMC=3\angle MPC$　　　　B．若$PC=PO$，则$\angle ACP=3\angle PAC$

C．若$OA=PB$，则$\angle PAC=30°$　　　　D．若PC切⊙O于C点，则$\angle PMC=45°$

10．当$x=t$时，函数y的值记为$y_{(t)}$，已知函数$y=2x^2+mx+n$，若$y_{(m)}=y_{(n+1)}$，且$m\neq n+1$，则$y_{(1)}+y_{(2)}$的值为（　）

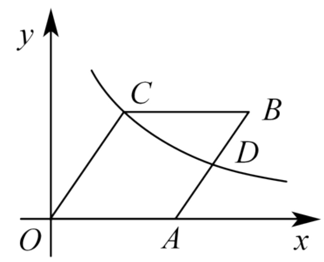
A．6　　　　B．8　　　　C．10　　　　D．12

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，满分20分）

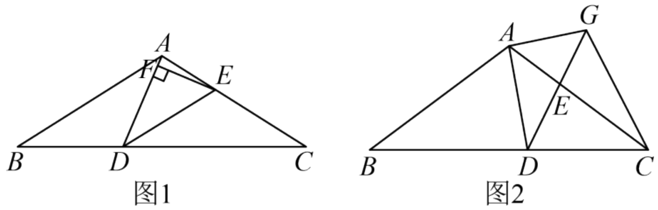
11．汽车在坡度$i=\dfrac{1}{2}$的斜坡上沿坡面爬行了$20\sqrt{5}$米，则汽车上升了_____米．

12．如果$\dfrac{a-b}{a}=\dfrac{1}{2}$，那么$\dfrac{b}{a}=$________．

13．如图，平面直角坐标系中，▱$OABC$的边OA在x轴的正半轴，B、C在第一象限内，反比例函数$y=\dfrac{24}{x}(x>0)$的图象经过点C和AB边的中点D，点D到x轴的距离为3，则平行四边形的面积为_____．



14．在$\triangle ABC$中，$AB=AC,D$是BC边上一点，$\angle ADE=\angle B,DE$与AC交于E点．



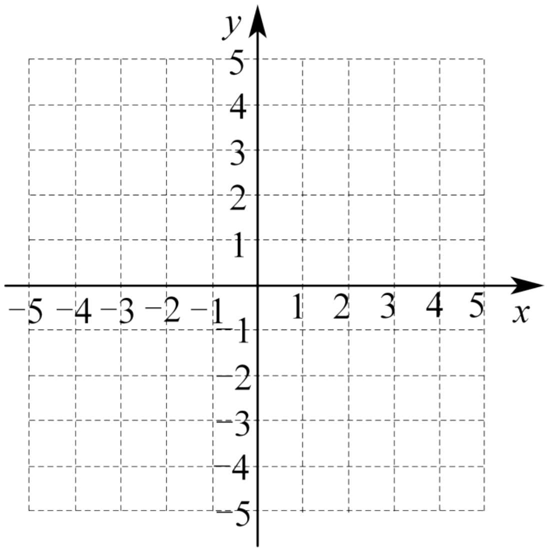
（1）如图1，若$DE\parallel AB,EF\perp AD$于$F$，则$\dfrac{DF}{CD}$的值为_____．

（2）如图2，若$GA\perp AD,GD=GC$，已知$AB=10,BC=16$．则BD的长为_____．

三、（本大题共2小题，每小题8分，满分16分）

15．计算：$\sin 30°+2\cos 60°\times\tan 60°-\sin^2 45°$．

16．已知二次函数$y=x^2-2x-3$．

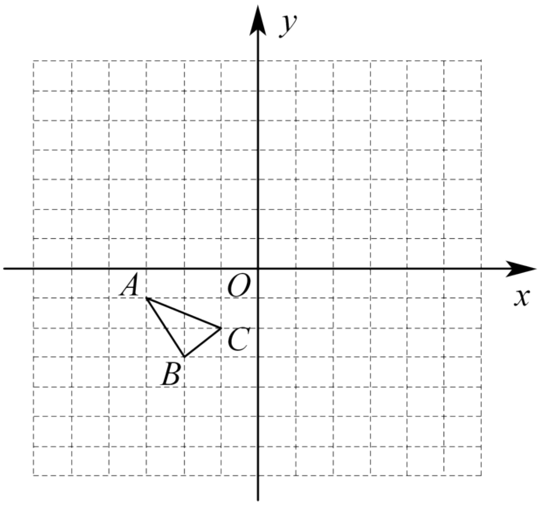


(1)将二次函数化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式；

(2)在平面直角坐标系中画出 $y=x^2-2x-3$ 的大致图象，并根据图象直接写出 $y<0$ 时，x 的取值范围.

四、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

17. 如图，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-3,-1)$, $B(-2,-3)$, $C(-1,-2)$.



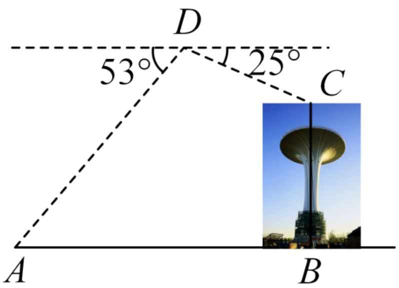
(1)以 O 为旋转中心，将 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 $90°$ 得到 $\triangle A_1B_1C_1$，并写出点 A_1 的坐标；

(2)以 O 为位似中心，在第一象限内作出 $\triangle ABC$ 的位似图形 $\triangle A_2B_2C_2$，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位似比为 $1:2$.

18. 周末，数学探究小组利用无人机在合肥园博园开展测量信标塔高度的活动，此时无人机在高出地面 80 米的点 D 处，操控者站在点 A 处，无人机测得点 A 的俯角为 $53°$．测得信标

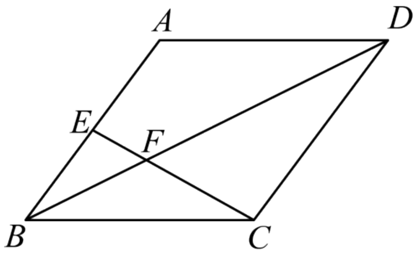
塔顶点C处的俯角为$25°$，操控者和信标塔BC的距离为102米，求信标塔BC的高度（结果保留整数，参考数据：

$\sin 53° \approx 0.80, \cos 53° \approx 0.60, \tan 53° \approx 1.33, \sin 25° \approx 0.42, \cos 25° \approx 0.90, \tan 25° \approx 0.47$）.



五、（本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

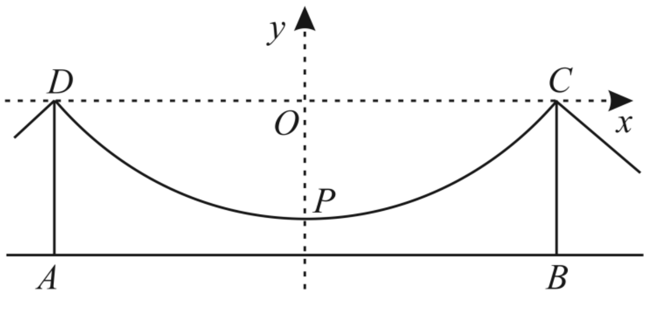
19．已知：菱形$ABCD$中，E为AB中点，CE交BD于F，且$\angle ADB = \angle BCE$.



(1)求证：$BF = 2EF$；

(2)若$BE = 1$，求BF的长.

20．悬索桥是现代高架桥的主要结构方式，如图是某悬索桥的截面示意图，主索近似符合抛物线，从主索上设置竖直的吊索，与桥面垂直，并连接桥面承接桥面的重量，两桥塔$AD = BC = 10\text{m}$，间距AB为32m，桥面AB水平，主索最低点为点P，点P距离桥面为2m，以DC中点为原点，DC所在直线为x轴，建立平面直角坐标系.

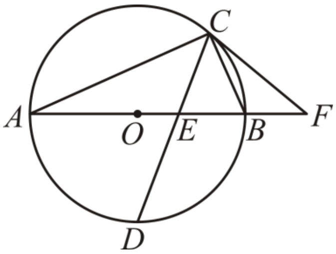


(1)写出点C的坐标，并求出主索抛物线的表达式；

(2)距离点P水平距离为4m和8m处的吊索共四条需要更换，求四根吊索总长度为多少米？

六、（本题满分 12 分）

21．如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 是圆上一点，点 D 是半圆的中点，连接 CD 交 AB 于点 E，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 延长线于 F．



(1)求证：$CF = EF$；

(2)若 $CF = 5, \tan A = \frac{1}{2}$，求 $\odot O$ 半径的长.

七、（本题满分 12 分）

22．已知在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = ax^2 + bx + 3\left(a \neq 0\right)$ 的图象经过点 $\left(-3,0\right)$ 和点 $\left(\frac{1}{2},\frac{7}{4}\right)$.

(1)求该函数的解析式.

(2)平移抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$，平移后的图象记为图象 G，其顶点 $\left(h,k\right)(0 < h < 1)$ 在抛物线 $y = x^2 - x + \frac{1}{4}$ 上，直线 $x = \frac{h}{3}$ 分别与抛物线 $y = x^2 - x + \frac{1}{4}$ 和函数图象 G 交于点 P 和点 Q，求线段 PQ 长的最大值.

八、（本题满分 14 分）

23．如图 1，$\triangle ABC$ 中，$\angle A = 45°, BD \perp AC$ 于 D, E 点在 AB 边上，$CE = CB, CE$ 交 BD 于 F，过点 E 作 $EG \perp AC$ 于点 G．

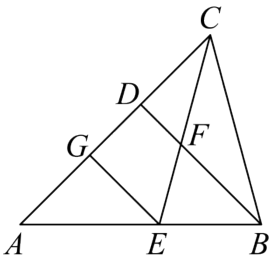


图1

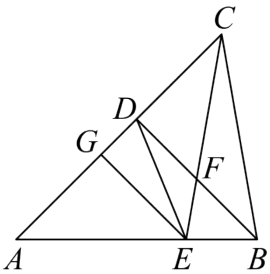


图2

(1)求证：$GE = CD$；

(2)如图 2，当 $DF = FB = 2$ 时，求 CB 的长；

(3)连接 DE，若 $DE \parallel BC$，求 $\frac{BE}{AE}$ 的值.

1．B

【分析】本题考查的是中心对称图形的概念，解题的关键是根据中心对称图形的概念判断．把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

【详解】解：选项A、C、D的图形都不能找到一个点，使图形绕某一点旋转180°后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形；

选项B的图形能找到一个点，使图形绕某一点旋转180°后与原来的图形重合，所以是中心对称图形.

故选：B.

2．C

【分析】根据平移的规律进行求解即可得答案.

【详解】将二次函数$y=2x^{2}$的图象向右平移2个单位，可得：$y=2(x-2)^{2}$

再向下平移3个单位，可得：$y=2(x\text{-}2)^{2}\text{-}3$

故答案为：C.

【点睛】本题考查了平移的规律：上加下减，最加右减，注意上下平移动括号外的，左右平移动括号里的.

3．D

【分析】由$DE // BC$，易得$\Delta ADE \sim \Delta ABC$，利用相似三角形的性质，$\frac{S_{\vartriangle ADE}}{S_{\vartriangle ABC}}=\left(\frac{AD}{AB}\right)^{2}$即可.

【详解】$\because DE//BC$，

$\therefore \angle ADE=\angle B$，$\angle AED=\angle C$，

$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$，

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AD}{AB}\right)^{2}$，

$\therefore AD=1, BD=2$，

$\therefore AB=AD+BD=1+2=3$，

$\therefore \frac{S_{\vartriangle ADE}}{S_{\vartriangle ABC}}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=\frac{1}{9}$.

故选择：D．

【点睛】本题考查相似三角形的面积比问题，关键是掌握相似三角形的判定方法，会用方法证明两个三角形相似，掌握相似三角形的性质，会利用性质解决对应线段比、周长比，面积比等问题．

4．A

【分析】由$\angle AOC=126^{\circ}$，可求得$\angle BOC$的度数，然后由圆周角定理，求得$\angle CDB$的度数．

【详解】解：$\because \angle AOC=126^{\circ}$，

$\therefore \angle BOC=180^{\circ}-\angle AOC=54^{\circ}$，

$\because \angle CDB=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 54^{\circ}=27^{\circ}$．

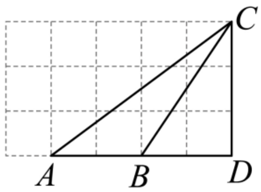
故选：A．

【点睛】此题考查了圆周角定理．注意在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

5．D

【分析】把∠A 置于直角三角形中，进而求得对边与斜边之比即可．

【详解】解：如图所示，



在 $Rt_{\triangle ACD}$ 中，AD=4,CD=3,

$\therefore AC=\sqrt{AD^{2}+CD^{2}}=\sqrt{4^{2}+3^{2}}=5$

$\therefore \sin A=\frac{CD}{AC}=\frac{3}{5}$．

故选 D.

【点睛】本题考查了锐角三角函数的定义；合理构造直角三角形是解题关键．

6．B

【分析】如图，连接 AB、OA、OC，OA 交 AB 于 E，由切线性质可得 OC⊥CD，由 AB//CD 可得 OC⊥AB，根据垂径定理可得 AE 的长，在△OAE 中，利用勾股定理列方程可求出 OA 的长，进而可得铁球的直径.

【详解】如图，连接 AB、OA、OC，OA 交 AB 于 E，

∵CD 是⊙O 的切线，C 点为切点，

∴OC⊥CD，

∵AB//CD，

∴OC⊥AB，

∵AB=8，

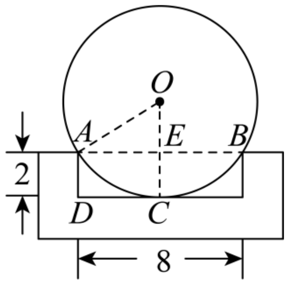
∴AE=$\frac{1}{2}$AB=4，

∵OA=OC，CE=AD=2，

∴在 Rt△OAE 中，$OA^2=AE^2+(OA-CE)^2$，即 $OA^2=4^2+(OA-2)^2$，

解得：OA=5，

∴铁球的直径=2OA=10.



故选：B.

【点睛】本题考查切线的性质及垂径定理，圆的切线垂直于过切点的半径；垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的两条弧；熟练掌握相关性质及定理是解题关键.

7．C

【分析】用待定系数法可求二次函数的表达式，从而可得出答案.

【详解】将 $(0,2.25),(2,3.45),(4,3.05)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 中得

$$\begin{cases} c=2.25 \\ 4a+2b+c=3.45 \\ 16a+4b+c=3.05 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} c=2.25 \\ a=-0.2 \\ b=1 \end{cases}$$

$\therefore y=-0.2x^2+x+2.25=-0.25(x-2.5)^2+3.5$

$\because -0.25<0$

∴当 $x=2.5$ 时，$y_{\max}=3.5$

故选 C

【点睛】本题主要考查待定系数法求二次函数的解析式及二次函数的最大值，掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

8．D

【分析】本题考查了反比例函数与二次函数的图象性质：通过观察4个选项的共性：二次函数的开口方向向下，且与y轴的坐标相交于正半轴，即$a<0$，$c>0$，结合$a+b+c=0$，与$a<b<c$的条件，进行分类讨论，即可作答.

【详解】解：∵二次函数的开口方向向下，且与y轴的坐标相交于正半轴，

$\therefore a<0$，$c>0$，

$\because y=\frac{ax}{x}$

∴排除A、B选项；

当$a<b<0$时，$-\frac{b}{2a}=\frac{a+c}{2a}=\frac{1}{2}+\frac{c}{2a}$

$\therefore -\frac{1}{2}<-\frac{b}{2a}<0$，故C错误；

当$0<b<c$时，$0<-\frac{b}{2a}<\frac{1}{2}$，

故选D.

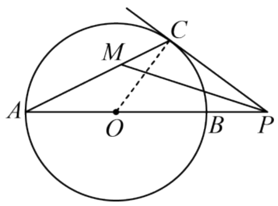
9．C

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，三角形的外角性质，切线的判定和性质．利用等腰三角形的性质结合三角形的外角性质即可判断选项A、B、D正确；假设$\angle PAC=30°$成立，证明$\triangle OBC$是等边三角形，推出PC是$\odot O$的切线，与题设相矛盾，可判断选项C不正确.

【详解】解：连接OC，

$\because PM$平分$\angle APC$，

∴设$\angle CPM=\angle APM=\alpha$，



若$AC=PC$，

$\therefore \angle CAP=\angle CPA=2\alpha$，

则$\angle PMC=\angle CAP+\angle APM=3\alpha=3\angle MPC$，选项A正确，不符合题意；

若$PC=PO$，又$\because OA=OC$，

$\therefore \angle PCO=\angle POC=2\angle CAP=2\angle ACO$，

$\therefore \angle ACP=\angle ACO+\angle PCO=3\angle PAC$，选项B正确，不符合题意；

若PC切$\odot O$于C点，

$\therefore OC\perp PC$，即$\angle OCP=90^\circ$，

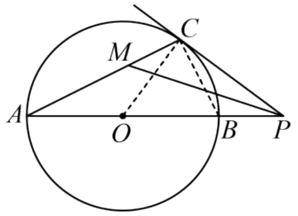
$\therefore \angle COP=90^\circ-\angle APC=90^\circ-2\alpha$，

$\because OA=OC$，

$\therefore \angle CAO=\dfrac{1}{2}\angle COP=45^\circ-\alpha$，

$\therefore \angle CMP=\angle CAO+\angle APM=45^\circ-\alpha+\alpha=45^\circ$，选项D正确，不符合题意；

连接BC，假设$\angle PAC=30^\circ$成立，



$\because AB$为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle OBC=60^\circ$，

$\because OB=OC$，

$\therefore \triangle OBC$是等边三角形，

$\therefore OB=BC$，

$\because OA=PB$，

$\therefore OB=PB=BC$，

$\therefore$点C在以OP为直径的圆B上，即$\angle OCP=90^\circ$，

$\therefore PC$切$\odot O$于C点，

而题设并没有PC是$\odot O$的切线这一条件，

$\therefore$假设$\angle PAC=30^\circ$不成立，选项C不正确，符合题意．

故选：C．

10．B

【分析】本题考查了二次函数的性质．由抛物线的对称轴得到$\dfrac{m+n+1}{2}=-\dfrac{m}{4}$，推出

$3m+2n=-2$，再整体代入 $y_{(1)}+y_{(2)}=2+m+n+8+2m+n$，即可求解．

【详解】解：抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{m}{4}$，

$\because y_{(m)}=y_{(n+1)}$，

$\therefore$抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{m+n+1}{2}$，

$\therefore \frac{m+n+1}{2}=-\frac{m}{4}$，

$\therefore 3m+2n=-2$，

$\therefore y_{(1)}+y_{(2)}=2+m+n+8+2m+n$

$=3m+2n+10$

$=-2+10$

$=8$．

故选：B．

11．20

【分析】本题考查的是解直角三角形的应用－坡度坡角问题，熟记坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比是解题的关键．设汽车上升的距离 x 米，根据坡度的概念用 x 表示出汽车行驶的水平距离，根据勾股定理列出方程，解方程得到答案．

【详解】解：设汽车上升的距离 x 米，

$\because$ 斜坡的坡度 $i=1:2$，

$\therefore$汽车行驶的水平距离 $2x$ 米，

由勾股定理得：$x^2+(2x)^2=\left(20\sqrt{5}\right)^2$，

解得：$x=20$（负值舍去），

则汽车上升的距离是 20 米，

故答案为：20．

12．$\frac{1}{2}$

【分析】将 $\frac{a-b}{a}=\frac{1}{2}$ 进行变形为 $1-\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，从而可求出 $\frac{b}{a}$ 的值．

【详解】$\because \frac{a-b}{a}=1-\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{1}{2}$