考试参考习题－系统复习

备考题库训练－习题强化

考前模拟测试－模拟演练

通关宝典梳理－真题体验

技巧提升冲刺－技能技巧

2022年高二数学上册常考题专练重难点突破专题18 圆锥曲线选填中档题汇编(1)

一．选择题（共10小题）

1．已知双曲线E的中心为原点，$F(3,0)$是E的焦点，过F的直线l与E相交于A，B两点，且AB的中点为$M(-2,\sqrt{5})$，则E的方程为(　　)

A．$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　B．$\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{6}=1$

2．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$P$是$C$的右支上一点，$PF_1\perp PF_2$.连接$PF_1$与$y$轴交于点$M$，若$|F_1O|=2|OM|$($O$为坐标原点)，则双曲线$C$的渐近线方程为(　　)

A．$y=\pm\sqrt{2}x$　　B．$y=\pm 2x$　　C．$y=\pm\sqrt{5}x$　　D．$y=\pm 3x$

3．若点O和点F分别为双曲线$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$的中心和左焦点，点P为该双曲线上的任意一点，则$\overrightarrow{OP}\bullet\overrightarrow{FP}$的最小值为(　　)

A．$2+\sqrt{6}$　　B．$2-\sqrt{6}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$-\dfrac{3}{2}$

4．已知F_1，F_2分别是椭圆$\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{32}=1$的左、右焦点，过$F_1$的$l_1$直线与过$F_2$的直线$l_2$交于点$N$，线段$F_1N$的中点为$M$，线段$F_1N$的垂直平分线$MP$与$l_2$的交点$P$（第一象限）在椭圆上，且$MP$交$x$轴于点$G$，则$\dfrac{|MG|}{|GP|}$的取值范围为(　　)

A．$(0,\sqrt{2}+1)$　　B．$(0,\sqrt{2}+1]$　　C．$(0,\dfrac{\sqrt{2}+1}{7})$　　D．$(0,\dfrac{\sqrt{2}+1}{7}]$

5．设F_1，F_2是双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，$P$是双曲线$C$右支上一点.若$|PF_1|+|PF_2|=6a$，且$S_{\triangle PF_1F_2}=\sqrt{3}b^2$，则双曲线$C$的渐近线方程是(　　)

A．$\sqrt{2}x\pm y=0$　　B．$x\pm\sqrt{2}y=0$　　C．$\sqrt{3}x\pm 2y=0$　　D．$2x\pm\sqrt{3}y=0$

6．已知F_1，F_2是椭圆$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$的左，右焦点，$P$是椭圆上任意一点，过$F_1$引$\angle F_1PF_2$的外角平分线的垂线，垂足为$Q$，则$Q$与短轴端点的最近距离为(　　)

A．5　　B．4　　C．2　　D．1

7．已知椭圆和双曲线有共同的焦点 F_1，F_2，P，Q 分别是它们在第一象限和第三象限的交点，且 $\angle QF_2P=60^\circ$，记椭圆和双曲线的离心率分别为 e_1，e_2，则 $\dfrac{3}{e_1^2}+\dfrac{1}{e_2^2}$ 等于(　　)

A．4　　B．$2\sqrt{3}$　　C．2　　D．3

8．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过点 F_1 的直线与圆 $x^2+y^2=a^2$ 相切于点 Q，交双曲线的右支于点 P，且点 Q 是线段 PF_1 的中点，则双曲线 C 的渐近线方程为(　　)

A．$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$　　B．$y=\pm\dfrac{1}{2}x$　　C．$y=\pm\sqrt{3}x$　　D．$y=\pm 2x$

9. 过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点 F 作圆 $x^2+y^2=a^2$ 的切线 FM，交 y 轴于点 P，切圆于点 M，若 $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OF}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OP}$，则双曲线的离心率是(　　)

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{2}$

10．已知点 F_1、F_2 分别为双曲线 $T:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，过 F_2 的直线与双曲线 T 的左、右两支分别交于 A、B 两点，若 $|AF_1|:|BF_1|:|AB|=5:5:4$，则双曲线 T 的离心率为(　　)

A．$\dfrac{\sqrt{46}}{2}$　　B．$\sqrt{46}$　　C．$2\sqrt{7}$　　D．$\sqrt{7}$

二．多选题（共 13 小题）

11．已知椭圆 $M:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，双曲线 $N:\dfrac{x^2}{m^2}-\dfrac{y^2}{n^2}=1$．若双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的顶点，下列结论正确的是(　　)参考数据 $(\sqrt{2}\approx 1.414,\sqrt{3}\approx 1.74)$

A．椭圆的离心率 $e=\sqrt{3}-1$　　B．双曲线的离心率 $e=2$

C．椭圆上不存在点 A 使得 $\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}<0$

D．双曲线上存在不同的四个点 $B_i(i=1，2，3，4)$，使得 B_iF_1 垂直 B_iF_2

12．已知曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{k-2}+\dfrac{y^2}{6-k}=1(k\in R)$，则下列结论正确的是(　　)

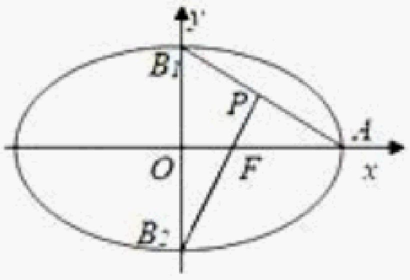
A．当 $2<k<6$，曲线 C 为椭圆

B．当 $k=0$ 时，曲线 C 为双曲线，其渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$

C．“$k>6$或$k<2$”是“曲线C为双曲线”的充要条件

D．不存在实数k使得曲线C为离心率为$\sqrt{2}$的双曲线

13．如图，椭圆的中心在坐标原点，焦点在x轴上，A，B_1，B_2为椭圆的顶点，F为右焦点，延长B_2F与AB_1交于点P，若$\angle B_1PB_2$为钝角，则该椭圆的离心率可能为(　　)



A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

14．设$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$是抛物线$y^2=4x$上两点，O是坐标原点，若$OA\perp OB$，下列结论正确的为(　　)

A．y_1y_2为定值

B．直线AB过抛物线$y^2=4x$的焦点

C．$S_{\Delta AOB}$最小值为16

D．O到直线AB的距离最大值为4

15．已知椭圆$C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，离心率为$e_1$，椭圆$C_1$的上顶点为$P$，且△$PF_1F_2$的面积为$b^2$.双曲线$C_2$和椭圆$C_1$焦点相同，且双曲线$C_2$的离心率为$e_2$，$M$是椭圆$C_1$与双曲线$C_2$的一个公共点，若$\angle F_1MF_2=\frac{\pi}{3}$，则下列说法正确的是(　　)

A．$\frac{e_2}{e_1}=\sqrt{3}$　　B．$e_1e_2=\frac{3}{4}$　　C．$e_1^2+e_2^2=2$　　D．$e_1^2-e_2^2=\frac{3}{2}$

16．已知双曲线C过点$(3,\sqrt{2})$且渐近线为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，则下列结论正确的是(　　)

A．C的方程为$\frac{x^2}{3}-y^2=1$

B．C的离心率为$\sqrt{3}$

C．曲线$y=e^{x-2}-1$经过C的一个焦点

D．直线$x-\sqrt{2}y-1=0$与C有两个公共点

17．已知抛物线 $E: y^2=4x$ 的焦点为 F，准线为 l，过 F 的直线与 E 交于 A，B 两点，C，D 分别为 A，B 在 l 上的射影，且 $|AF|=3|BF|$，M 为 AB 中点，则下列结论正确的是(　　)

A．$\angle CFD=90^\circ$　　B．ΔCMD 为等腰直角三角形

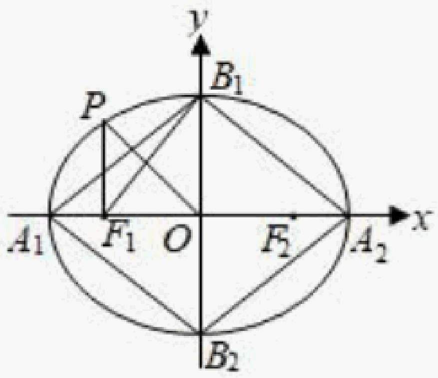
C．直线 AB 的斜率为 $\pm\sqrt{3}$　　D．线段 AB 的长为 $\dfrac{16}{3}$

18．在平面直角坐标系 xOy 中，已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，抛物线 $y^2=4\sqrt{5}x$ 的准线过双曲线的左焦点，A，B 分别是双曲线 C 的左，右顶点，点 P 是双曲线 C 的右支上位于第一象限的动点，记 PA，PB 的斜率分别为 k_1，k_2，则下列说法正确的是(　　)

A．双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$　　B．双曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$

C．k_1k_2 为定值 $\dfrac{1}{4}$　　D．存在点 P，使得 $k_1+k_2=2$

19．我们通常称离心率是 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的椭圆为“黄金椭圆”．如图，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$A_1$，$A_2$，$B_1$，$B_2$ 分别为左、右、上、下顶点，F_1，F_2 分别为左、右焦点，P 为椭圆上一点，下列条件中能使椭圆 C 为“黄金椭圆”的是(　　)



A．$|A_1F_1|\cdot|F_2A_2|=|F_1F_2|^2$　　B．$\angle F_1B_1A_2=90^\circ$

C．$PF_1\perp x$ 轴，且 $PO//A_2B_1$　　D．四边形 $A_1B_2A_2B_1$ 的内切圆过焦点 F_1，F_2

20．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，过点 F 的直线 l 交抛物线于 A、B 两点，以线段 AB 为直径的圆交 y 轴于 M、N 两点，则(　　)

A．若抛物线上存在一点 $E(2,t)$ 到焦点 F 的距离等于 3，则抛物线的方程为 $y^2=4x$

B．若 $|AF|=2|BF|$，则直线 l 的斜率为 $2\sqrt{2}$　　C．若直线 l 的斜率为 $\sqrt{3}$，则

$|AB|=\dfrac{4p}{3}$

D．设线段 AB 的中点为 P，若点 F 到抛物线准线的距离为 2，则 $\sin\angle PMN$ 的最小值为 $\dfrac{1}{2}$

21．已知 F_1，F_2 分别为双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，A_1，A_2 分别为其实轴的左、右端点，且 $|F_1F_2|=\dfrac{b^2}{a}$，点 P 为双曲线右支一点，I 为△PF_1F_2 的内心，则下列结论正确的有(　　)

A．离心率 $e=\sqrt{2}+1$

B．点 I 的横坐标为定值 a

C．若 $S_{\triangle IPF_1}=S_{\triangle IPF_2}+\lambda S_{\triangle IF_1F_2}(\lambda\in R)$ 成立，则 $\lambda=\sqrt{2}-1$

D．若 PH 垂直 x 轴于点 H，则 $|PH|^2=|HA_1|\cdot|HA_2|$

22．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，其长轴长是短轴长的 $\dfrac{5}{4}$，若点 P 是椭圆上不与 F_1，F_2 共线的任意点，且△PF_1F_2 的周长为 16，则下列结论正确的是(　　)

A．C 的方程为 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$

B．C 的离心率为 $\dfrac{4}{5}$

C．双曲线 $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的渐近线与椭圆 C 在第一象限内的交点为 $(\dfrac{10}{3},\dfrac{4}{3}\sqrt{5})$

D．点 Q 是圆 $x^2+y^2=25$ 上一点，点 A，B 是 C 的左、右顶点(Q 不与 A，B 重合)，设直线 PB，QB 的斜率分别为 k_1，k_2，若 A，P，Q 三点共线，则 $25k_1=16k_2$

23．发现土星卫星的天文学家乔凡尼卡西尼对把卵形线描绘成轨道有兴趣．像笛卡尔卵形线一样，笛卡尔卵形线的作法也是基于对椭圆的针线作法作修改，从而产生更多的卵形曲线．卡西尼卵形线是由下列条件所定义的：曲线上所有点到两定点（焦点）的距离之积为常数．已知：曲线 C 是平面内与两个定点 $F_1(-1,0)$ 和 $F_2(1,0)$ 的距离的积等于常数 $a^2(a>1)$ 的点的轨迹，则下列命题中正确的是(　　)

A．曲线 C 过坐标原点　　　　B．曲线 C 关于坐标原点对称

C．曲线 C 关于坐标轴对称　　　　D．若点在曲线 C 上，则△F_1PF_2 的面积不大于 $\dfrac{1}{2}a^2$

三．填空题（共 10 小题）

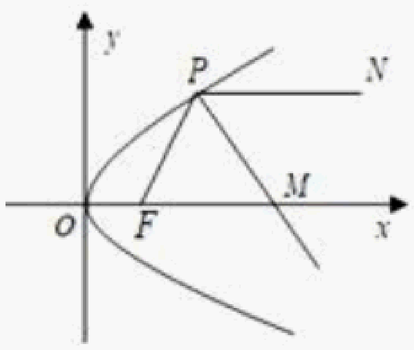
24．已知椭圆 $\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{x^2}{5}=1$ 的上焦点为 F，M 是椭圆上一点，点 $A(2\sqrt{3},0)$，当点 M 在椭圆上运动时，$|MA|+|MF|$ 的最大值为____．

25．设 F 为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左焦点，P 为 C 上第一象限的一点．若 $\angle FPO=\dfrac{\pi}{6}$，$|PF|=\sqrt{3}|OF|$，则椭圆 C 的离心率为____．

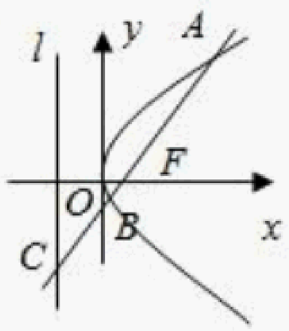
26．在平面直角坐标系 xOy 中，F_1，F_2 分别为椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，B、C 为椭圆的上、下顶点，直线 BF_2 与椭圆的另一个交点为 D，若△ F_1BF_2 的面积为 $\dfrac{5b^2}{12}$，则直线 CD 的斜率为____．

27．已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点 F 与双曲线 $\dfrac{\lambda x^2}{3}-\lambda y^2=1(\lambda>0)$ 的右焦点相同，则双曲线的方程为____，过点 F 分别作两条直线 l_1，l_2，直线 l_1 与抛物线 C 交于 A，B 两点，直线 l_2 与抛物线 C 交于 D，E 两点，若 l_1 与 l_2 的斜率的平方和为 1，则 $|AB|+|DE|$ 的最小值为____．

28．汽车前照灯的反射镜为一个抛物面．它由抛物线沿它的对称轴旋转一周形成．通常前照灯主要是由灯泡、反射镜和透镜三部分组成，其中灯泡位于抛物面的焦点上．由灯泡发出的光经抛物面反射镜反射后形成平行光束，再经过透镜的折射等作用达到照亮路面的效果．如图，从灯泡发出的光线 FP 经抛物线 $y^2=2px$ 反射后，沿 PN 平行射出，$\angle FPN$ 的角平分线 PM 所在的直线方程为 $2x+y-12=0$，则抛物线方程为____．



29．如图，过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 的直线 l 交抛物线于点 A，B，交其准线于点 C，若 $|BC|=2|BF|$，且 $|AF|=3$，则直线 AB 的方程为____．



30．设 F 为抛物线 $C:y^{2}=8x$ 的焦点，过 F 且倾斜角为 60° 的直线交 C 于 A，B 两点，O 为坐标原点，则 ΔOAB 的面积为____．

31．已知抛物线 $y=\frac{1}{8}x^{2}$ 的焦点为 F，过 F 的直线 l 与抛物线交于 A，B 两点，抛物线的准线与 y 轴交于点 M，当 $\frac{|AM|}{|AF|}$ 最大时，弦 AB 长度是____．

32．以抛物线 C 的顶点为圆心的圆交 C 于 A，B 两点，交 C 的准线于 D，E 两点．已知 $|AB|=4\sqrt{2}$，$|DE|=2\sqrt{5}$，则 C 的焦点到准线的距离为____．

33．已知是抛物线 $y^{2}=2px(p>0)$ 与双曲线上 $\frac{x^{2}}{2}-y^{2}=\frac{1}{3}$ 有一个公共的焦点 F，点 P 为抛物线上任意一点，$M(-1,0)$，则 $\frac{|PF|}{|PM|}$ 的最小值是____．

专题 18　圆锥曲线选填中档题汇编(1)

一．选择题（共 10 小题）

1．已知双曲线 E 的中心为原点，$F(3,0)$ 是 E 的焦点，过 F 的直线 l 与 E 相交于 A，B 两点，且 AB 的中点为 $M(-2,\sqrt{5})$，则 E 的方程为(　　)

A．$\frac{x^{2}}{4}-\frac{y^{2}}{5}=1$　　B．$\frac{x^{2}}{6}-\frac{y^{2}}{3}=1$　　C．$\frac{x^{2}}{5}-\frac{y^{2}}{4}=1$　　D．$\frac{x^{2}}{3}-\frac{y^{2}}{6}=1$

【解答】解：设双曲线的标准方程为 $\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$，由题意知 $c=3$，$a^{2}+b^{2}=9$，

设 $A(x_{1}$，$y_{1})$，$B(x_{2}$，$y_{2})$，

则有：$\frac{x_{1}^{2}}{a^{2}}-\frac{y_{1}^{2}}{b^{2}}=1$，$\frac{x_{1}^{2}}{a^{2}}-\frac{y_{1}^{2}}{b^{2}}=1$，

两式作差得：$\frac{y_{1}-y_{2}}{x_{1}-x_{2}}=\frac{b^{2}(x_{1}+x_{2})}{a^{2}(y_{1}+y_{2})}=\frac{-4b^{2}}{2\sqrt{5}a^{2}}$，

又 AB 的斜率是 $\frac{\sqrt{5}-0}{-2-3}=-\frac{1}{\sqrt{5}}$，

所以将 $2b^2=a^2$ 代入 $a^2+b^2=9$，

解得 $a^2=6$，$b^2=3$．

所以双曲线的标准方程是 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$．

故选：B．

2．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 P 是 C 的右支上一点，$PF_1\perp PF_2$.连接 PF_1 与 y 轴交于点 M，若 $|F_1O|=2|OM|$（O 为坐标原点），则双曲线 C 的渐近线方程为(　　)

A．$y=\pm\sqrt{2}x$　　B．$y=\pm 2x$　　C．$y=\pm\sqrt{5}x$　　D．$y=\pm 3x$

【解答】解：在△PF_1F_2 中，$\tan\angle PF_1F_2=\frac{|PF_2|}{|PF_1|}=\frac{|OM|}{|F_1O|}=\frac{1}{2}$，

$\therefore |PF_1|=2|PF_2|$，

由双曲线的定义知，$|PF_1|-|PF_2|=2a$，

$\therefore |PF_1|=4a$，$|PF_2|=2a$，

$\because PF_1\perp PF_2$，

$\therefore |PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2$，即 $16a^2+4a^2=4c^2$，即 $c^2=5a^2$，

$\therefore b^2=c^2-a^2=5a^2-a^2=4a^2$，即 $\frac{b}{a}=2$，

$\therefore$ 双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$．

故选：B．

3．若点 O 和点 F 分别为双曲线 $\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 的中心和左焦点，点 P 为该双曲线上的任意一点，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}$ 的最小值为(　　)

A．$2+\sqrt{6}$　　B．$2-\sqrt{6}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{3}{2}$

【解答】解：设 $P(x$，$y)(x\leqslant-\sqrt{2}$ 或 $x\geqslant\sqrt{2})$，

由题意可得，$F(-\sqrt{3}$，$0)$，$O(0,0)$，

则 $\overrightarrow{OP}=(x,y)$，$\overrightarrow{FP}=(x+\sqrt{3},y)$，

$\therefore \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}=x^2+\sqrt{3}x+y^2=x^2+\sqrt{3}x+\frac{x^2}{2}-1=\frac{3}{2}x^2+\sqrt{3}x-1$

$=\frac{3}{2}(x+\frac{\sqrt{3}}{3})^2-\frac{3}{2}$，$(x\leqslant -\sqrt{2}$ 或 $x\geqslant\sqrt{2})$，

$\therefore$ 当 $x=-\sqrt{2}$ 时，$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}$ 取最小值为 $\frac{3}{2}(-\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{3})^2-\frac{3}{2}=2-\sqrt{6}$.

故选：B .

4．已知 F_1，F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{32}=1$ 的左、右焦点，过 F_1 的 l_1 直线与过 F_2 的直线 l_2 交于点 N，线段 F_1N 的中点为 M，线段 F_1N 的垂直平分线 MP 与 l_2 的交点 P（第一象限）在椭圆上，且 MP 交 x 轴于点 G，则 $\frac{|MG|}{|GP|}$ 的取值范围为(　　)

A．$(0,\sqrt{2}+1)$　　B．$(0,\sqrt{2}+1]$　　C．$(0,\frac{\sqrt{2}+1}{7})$　　D．$(0,\frac{\sqrt{2}+1}{7}]$

【解答】解：因为 PM 为 F_1N 的中垂线，所以 $|F_1M|=|MN|$，

又 O 为 F_1F_2 的中点，所以 $|OM|=\frac{1}{2}|F_2N|$，

设点 $P(x_0，y_0)$，$(x_0>0，y_0>0)$，因为 $F_1(-c,0)$，

所以 $|PF_1|=\sqrt{(x_0+c)^2+y_0^2}=\sqrt{(x_0+c)^2+(1-\frac{x_0^2}{a^2})b^2}=a+ex_0$，

同理可得 $|PF_2|=a-ex_0$，

所以 $|F_2N|=|PF_1|-|PF_2|=2ex_0$，则 $|OM|=ex_0$，

又由已知椭圆方程可得 $a=8$，$b=4\sqrt{2}$，所以 $c=4\sqrt{2}$，

则 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $|OM|=\frac{\sqrt{2}}{2}x_0$，

因为 $OM//PF_2$，所以 $\frac{|MG|}{|GP|}=\frac{|OM|}{|PF_2|}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}x_0}{8-\frac{\sqrt{2}}{2}x_0}=-1+\frac{8}{8-\frac{\sqrt{2}}{2}x_0}$，

因为 $x_0\in(0,8)$，且 $y=-1+\frac{8}{8-\frac{\sqrt{2}}{2}x_0}$ 在 $(0,8)$ 上单调递增，

当 $x_0=0$ 时，$y=0$，当 $x_0=8$ 时，$y=\sqrt{2}+1$，

所以 $y\in(0,\sqrt{2}+1)$，

故选：A .

5．设 F_1，F_2 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，P 是双曲线 C 右支上一点．若

$|PF_1|+|PF_2|=6a$，且 $S_{\triangle PF_1F_2}=\sqrt{3}b^2$，则双曲线 C 的渐近线方程是(　　)

A．$\sqrt{2}x\pm y=0$　　B．$x\pm\sqrt{2}y=0$　　C．$\sqrt{3}x\pm 2y=0$　　D．$2x\pm\sqrt{3}y=0$

【解答】解：由双曲线的定义知，$|PF_1|-|PF_2|=2a$，

$\because |PF_1|+|PF_2|=6a$，

$\therefore |PF_1|=4a$，$|PF_2|=2a$，

$\because S_{\triangle PF_1F_2}=\dfrac{1}{2}|PF_1|\cdot|PF_2|\sin\angle F_1PF_2$，

$\therefore \dfrac{1}{2}\cdot 4a\cdot 2a\cdot\sin\angle F_1PF_2=\sqrt{3}b^2$，即 $\sin\angle F_1PF_2=\dfrac{\sqrt{3}b^2}{4a^2}$，

在△PF_1F_2中，由余弦定理知，$\cos\angle F_1PF_2=\dfrac{|PF_1|^2+|PF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1|\cdot|PF_2|}=\dfrac{16a^2+4a^2-4(a^2+b^2)}{2\cdot 4a\cdot 2a}=1-\dfrac{b^2}{4a^2}$，

$\because sin^2\angle F_1PF_2+cos^2\angle F_1PF_2=1$，

$\therefore (\dfrac{\sqrt{3}b^2}{4a^2})^2+(1-\dfrac{b^2}{4a^2})^2=1$，

化简得，$\dfrac{b^2}{a^2}=2$，

$\therefore$双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{b}{a}x=\pm\sqrt{2}x$，即 $\sqrt{2}x\pm y=0$．

故选：A．

6．已知 F_1，F_2 是椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 的左，右焦点，P 是椭圆上任意一点，过 F_1 引 $\angle F_1PF_2$ 的外角平分线的垂线，垂足为 Q，则 Q 与短轴端点的最近距离为(　　)

A．5　　B．4　　C．2　　D．1

【解答】解：$\because P$ 是焦点为 F_1、F_2 的椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 上一点，

PQ 为 $\angle F_1PF_2$ 的外角平分线，$QF_1\perp PQ$，

设 F_1Q 的延长线交 F_2P 的延长线于点 M，

$\therefore |PM|=|PF_1|$，

$\because |PF_1|+|PF_2|=2a=10$，$\therefore |MF_2|=|PM|+|PF_2|=2a=10$，

由题意知 OQ 是△F_1F_2M 的中位线，

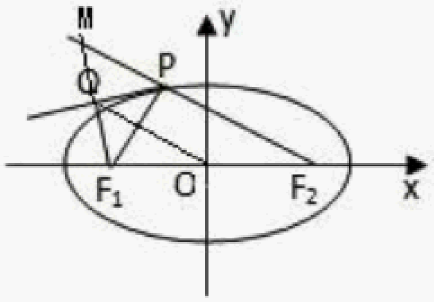
$\therefore |OQ|=a=5$，

$\therefore Q$ 点的轨迹是以 O 为圆心，以 5 为半径的圆，

$\therefore$当点Q与y轴重合时，

Q与短轴端点取最近距离$d=a-b=5-4=1$.

故选：D.



7．已知椭圆和双曲线有共同的焦点F_1，F_2，P，Q分别是它们在第一象限和第三象限的交点，且$\angle QF_2P=60^\circ$，记椭圆和双曲线的离心率分别为e_1，e_2，则$\dfrac{3}{e_1^2}+\dfrac{1}{e_2^2}$等于(　　)

A．4　　B．$2\sqrt{3}$　　C．2　　D．3

【解答】解：设椭圆的长半轴长为a_1，双曲线的半实轴长为a_2，P在双曲线的右支上，

根据椭圆及双曲线的定义可得$|PF_1|+|PF_2|=2a_1$，$|PF_1|-|PF_2|=2a_2$，

可得$|PF_1|=a_1+a_2$，$|PF_2|=a_1-a_2$，设$|F_1F_2|=2c$，$\angle QF_2P=60^\circ$，

四边形F_1PF_2Q是平行四边形，所以，$\angle F_1PF_2=120^\circ$，

在$\triangle PF_1F_2$中由余弦定理得，$4c^2=(a_1+a_2)^2+(a_1-a_2)^2-2(a_1+a_2)(a_1-a_2)\cos 120^\circ$，

化简得$3a_1^2+a_2^2=4c^2$，

该式可化为：$\dfrac{3a_1^2}{c^2}+\dfrac{a_2^2}{c^2}=4$，

结合$e_1=\dfrac{c}{a_1}$，$e_2=\dfrac{c}{a_2}$，

$\therefore$则$\dfrac{3}{e_1^2}+\dfrac{1}{e_2^2}=4$.

故选：A.

8．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过点$F_1$的直线与圆$x^2+y^2=a^2$相切于点$Q$，交双曲线的右支于点$P$，且点$Q$是线段$PF_1$的中点，则双曲线$C$的渐近线方程为(　　)

A．$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$　　B．$y=\pm\dfrac{1}{2}x$　　C．$y=\pm\sqrt{3}x$　　D．$y=\pm 2x$

【解答】解：如图，连接OQ，PF_2，

$\because$过点F_1的直线与圆$x^2+y^2=a^2$相切于点Q，$\therefore OQ\perp PF_1$，

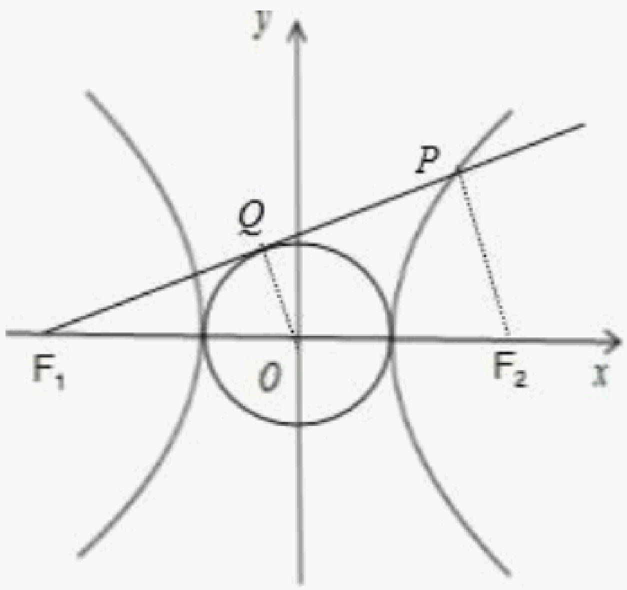
依题意可得$|OQ|=a$，$|OF|_1=c$，$\therefore|QF_1|=b$，$|PF_1|=2b$，$|PF_2|=2a$，

$\because|PF_1|-|PF_2|=2a$，$\therefore 2b-2a=2a$，

$\therefore \dfrac{b}{a}=2$，

$\therefore$双曲线C的渐近线方程为$y=\pm\dfrac{b}{a}x=\pm 2x$.

故选：D.



9. 过双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点$F$作圆$x^2+y^2=a^2$的切线$FM$，交$y$轴于点$P$，切圆于点$M$，若$\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OF}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OP}$，则双曲线的离心率是(　　)

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

【解答】解：若$\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OF}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OP}$，可得$FM=2MP$，且$OM\perp PF$，

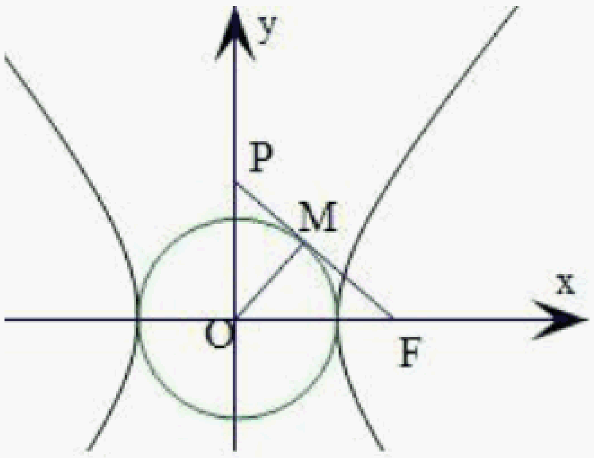
由$|OM|=a$，$|OF|=c$，可得$|MF|=\sqrt{c^2-a^2}=b$，$|MP|=\dfrac{b}{2}$，

在ΔOPF中，由直角三角形的射影定理可得$|OM|^2=|MF|\bullet|MP|$，

则$a^2=b\bullet\dfrac{b}{2}$，即$b=\sqrt{2}a$，

则$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\dfrac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+2}=\sqrt{3}$，

故选：B.



10．已知点 F_1、F_2 分别为双曲线 $T:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，过 F_2 的直线与双曲线 T 的左、右两支分别交于 A、B 两点，若 $|AF_1|:|BF_1|:|AB|=5:5:4$，则双曲线 T 的离心率为(　　)

A．$\dfrac{\sqrt{46}}{2}$　　B．$\sqrt{46}$　　C．$2\sqrt{7}$　　D．$\sqrt{7}$

【解答】解：$|AF_1|:|BF_1|:|AB|=5:5:4$，

设 $|BF_2|=m$，$|AF_1|=5t$，$|AB|=4t$，则 $|BF_1|=5t$，$|AF_1|=5t$，

根据双曲线的定义，得 $|AF_2|-|AF_1|=|BF_1|-|BF_2|=2a$，

即 $4t+m-5t=5t-m=2a$，

解得 $t=a$，$m=3a$，

即 $|AF_1|=5a$，$|AF_2|=7a$，$|BF_1|=5a$，|

$\triangle F_2BF_1$ 中，$|F_1F_2|^2=|BF_1|^2+|BF_2|^2-2|BF_1|\cdot|BF_2|\cos\angle F_2BF_1$

$4c^2=9a^2+25a^2-2\times3a\times5a\times\cos\angle F_2BF_1$，

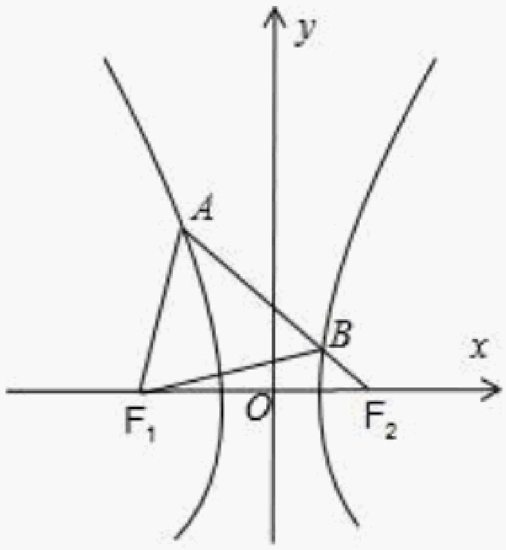
在三角形 ABF_1F_2 中，$|AF_1|^2=|BF_1|^2+|AB|^2-2|BF_1|\cdot|AB|\cos\angle ABF_1$

$4c^2=16a^2+25a^2-2\times4a\times5a\times\cos\angle ABF_1$，$\cos\angle F_2BF_1+\cos\angle ABF_1=0$，

$4c^2=46a^2$，可得 $c=\dfrac{\sqrt{46}}{2}a$，

因此，该双曲线的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{46}}{2}$．

故选：A．



二．多选题（共 13 小题）

11．已知椭圆 $M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，双曲线 $N:\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1$．若双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的顶点，下列结论正确的是(　　)参考数据 $(\sqrt{2}\approx1.414,\sqrt{3}\approx1.74)$

A．椭圆的离心率 $e=\sqrt{3}-1$

B．双曲线的离心率 $e=2$

C．椭圆上不存在点 A 使得 $\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}<0$

D．双曲线上存在不同的四个点 $B_i(i=1$，2，3，4)，使得 B_iF_1 垂直 B_iF_2

【解答】解：如图，设 $|F_1F_2|=2c$，则由正六边形性质可得点 $I(\frac{c}{2}$，$\frac{\sqrt{3}c}{2})$，

由点 I 在椭圆上可得 $\frac{c^2}{4a^2}+\frac{3c^2}{4b^2}=1$，结合 $a^2-b^2=c^2$，可得 $\frac{b^2}{a^2}=2\sqrt{3}-3$，

所以椭圆的离心率 $e_1=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{3}-1$，故 A 正确，

所以 $2a^2-(2c)^2=[2-4(\sqrt{3}-1)^2]a^2<0$，

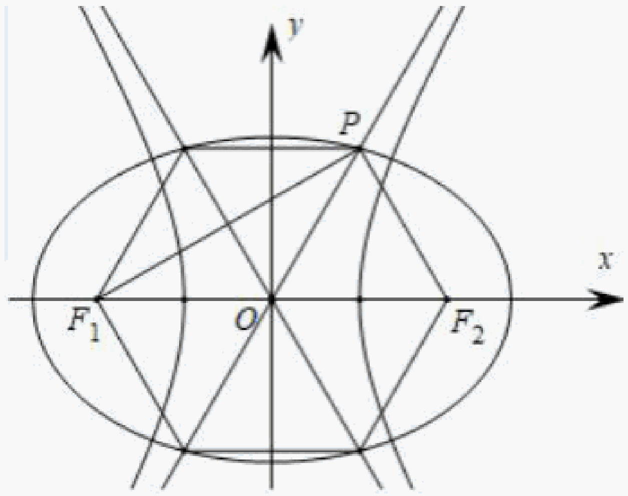
所以当点 A 为椭圆上顶点时，$\cos\angle F_1AF_2<0$，此时 $\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}<0$，故 C 错误，

点 $I(\frac{c}{2}$，$\frac{\sqrt{3}c}{2})$ 在双曲线 $N:\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1$ 的渐近线上可得 $\frac{n}{m}\cdot\frac{c}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}c$，即 $\frac{n}{m}=\sqrt{3}$，

所以双曲线的离心率 $e_2=\sqrt{1+\frac{n^2}{m^2}}=\sqrt{1+3}=2$，故 B 正确，

当由正六边形的性质可知，双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点 B_1，B_2，B_3，B_4，使得 B_1F_1 垂直 B_1F_2，故 D 正确．

故选：ABD．



12．已知曲线C的方程为$\dfrac{x^2}{k-2}+\dfrac{y^2}{6-k}=1(k\in R)$，则下列结论正确的是(　　)

A．当$2<k<6$，曲线C为椭圆

B．当$k=0$时，曲线C为双曲线，其渐近线方程为$y=\pm\sqrt{3}x$

C．“$k>6$或$k<2$”是“曲线C为双曲线”的充要条件

D．不存在实数k使得曲线C为离心率为$\sqrt{2}$的双曲线

【解答】解：对于A：当曲线C表示椭圆时，$k-2>0$且$6-k>0$，解得$2<k<6$，

但$k=4$时，曲线C为$x^2+y^2=2$，表示圆，故A错误；

对于B：当$k=0$时，曲线C为$\dfrac{y^2}{6}-\dfrac{x^2}{2}=1$，渐近线为$y=\pm\dfrac{a}{b}x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}x=\pm\sqrt{3}x$，故$B$正确；

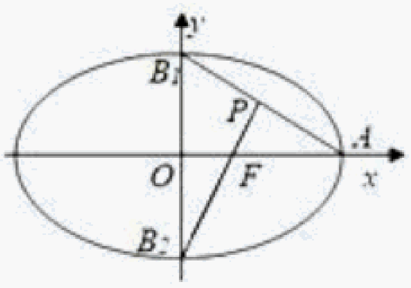
对于C：当曲线C为双曲线，则$(k-2)(6-k)<0$，解得$k<2$或$k>6$，故C正确；

对于D：当曲线C为离心率为$e=\sqrt{2}$的双曲线时，则$a=b$，即$|k-2|=|6-k|$，解得$k=4$，

经检验$k=4$时，曲线C表示圆，故D正确，

故选：BCD．

13．如图，椭圆的中心在坐标原点，焦点在x轴上，A，B_1，B_2为椭圆的顶点，F为右焦点，延长B_2F与AB_1交于点P，若$\angle B_1PB_2$为钝角，则该椭圆的离心率可能为(　　)



A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

【解答】解：由题意设$A(a,0)$，$B_1(0,b)$，$B_2(0,-b)$，$F(c,0)$，

则$\overrightarrow{AB_1}=(-a,b)$，$\overrightarrow{FB_2}=(-c,-b)$，

且$\angle B_1PB_2$为向量$\overrightarrow{AB_1}$与$\overrightarrow{FB_2}$的夹角，

因为 $\angle B_1PB_2$ 为钝角，

则 $\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{FB_2}<0$，即 $(-a，b)\cdot(-c，-b)<0$，

即 $ac-b^2<0$，又 $b^2=a^2-c^2$，

所以 $a^2-ac-c^2>0$，即 $e^2+e-1<0$，解得 $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}<e<\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$，

又 $0<e<1$，所以 $0<e<\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\approx0.617$，

故选：BCD．

14．设 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$ 是抛物线 $y^2=4x$ 上两点，O 是坐标原点，若 $OA\perp OB$，下列结论正确的为(　　)

A．y_1y_2 为定值

B．直线 AB 过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点

C．$S_{\Delta AOB}$ 最小值为 16

D．O 到直线 AB 的距离最大值为 4

【解答】解：设直线 AB 方程为 $x=my+n$，$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，

将直线 AB 方程代入抛物线方程 $y^2=4x$，焦点坐标 $(1,0)$

得 $y^2-4my-4n=0$，

则 $y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4n$，

$\because OA\perp OB$，$\therefore k_{OA}\bullet k_{OB}=\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2}=\dfrac{-4n}{-4m^2n+4m^2n+n^2}=-1$，$n=4$．

于是直线 AB 方程为 $x=my+4$，该直线过定点 $(4,0)$．故 A 正确；

焦点坐标不满足直线方程，所以 B 不正确；

$y_1y_2=-4n=-16$，

$\dfrac{1}{2}|OA||OB|=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{x_1^2+y_1^2}\bullet\sqrt{x_2^2+y_2^2}$

$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{\dfrac{y_1^4}{16}+y_1^2}\bullet\sqrt{\dfrac{y_2^4}{16}+y_2^2}$

$=\dfrac{1}{2}\times|y_1y_2|\times\dfrac{1}{16}\times\sqrt{(y_1^2+16)(y_2^2+16)}$

$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{(y_1^2+16)(y_2^2+16)}$

$\ldots\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2\sqrt{16|y_1^2|}\bullet2\sqrt{16|y_2|^2}}=16$．当且仅当 $|y_1|=|y_2|=4$ 时，取等号，