

## 版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

## 乱码问题

如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站[www.canpointgz.cn/faq](http://www.canpointgz.cn/faq) 下载。

## 联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站[www.canpointgz.cn/faq](http://www.canpointgz.cn/faq) ，点击“常见问题” ，或致电010-58818058。



全品

等 7 考

高中数学

选择性必修第一册 RJA



## 第三章圆锥曲线的方程

录

CONTENTS

## 3.2 双曲线

### 3.2.1 双曲线及其标准方程

---

课前预习课中探究 备课素材

探究点一双曲线的标准方程

探究点二与双曲线有关的轨迹方程

探究点三双曲线定义的应用

探究点四双曲线的实际应用

## 【学习目标】

1. 能直观认识双曲线的几何特征，会识别双曲线的定义和相关概念.
2. 能根据双曲线的几何特征选择适当的平面直角坐标系，根据双曲线定义的代数表达类比导出双曲线的标准方程.
3. 能识别焦点在不同坐标轴上的双曲线的标准方程，能说出标准方程中特征量的关系，能初步应用双曲线的定义和标准方程解决一些相关问题.

## 课前预习

### ◆ 知识点一双曲线的定义

1. 双曲线的定义：平面内与两个定点 $F_1, F_2$  的距离的 差的绝对值 等于非零常数 (小于 $|F_1F_2|$ ) 的点的轨迹叫作双曲线. 这两个定点叫作双曲线的焦点，两焦点间的距离叫作双曲线的 焦距
2. 双曲线上动点M的集合表示： $P = \{M \mid ||MF_1| - |MF_2|| = 2a, 0 < 2a < |F_1F_2|\}$ , 焦距常用  $2c$  表示.

## 课前预习

**【诊断分析】** 判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 已知两定点 $F_1(-3,0), F_2(3,0)$ , 满足条件 $|PF_1| - |PF_2| = 5$  的动点P的  
轨

迹是双曲线. (×)

**【解析】**  $\because |F_1F_2| = 6, \therefore |PF_1| - |PF_2| = 5 < |F_1F_2|$ , 但条件中没有绝对值, 故  
动

点P的轨迹是双曲线的一支.

(2) 已知两定点 $F_1(-3,0), F_2(3,0)$ , 满足条件 $||PF_1| - |PF_2|| = 6$  的动点P  
的

轨迹是双曲线. (×)

**【解析】**  $\because |F_1F_2| = 6, \therefore ||PF_1| - |PF_2|| = 6 = |F_1F_2|, \therefore$  动点P的轨迹是两条射  
线

(包含端点).

## 课前预习

(3) 已知两定点  $F_1(-3,0), F_2(3,0)$ , 轨迹是双曲线. ( $\times$ )

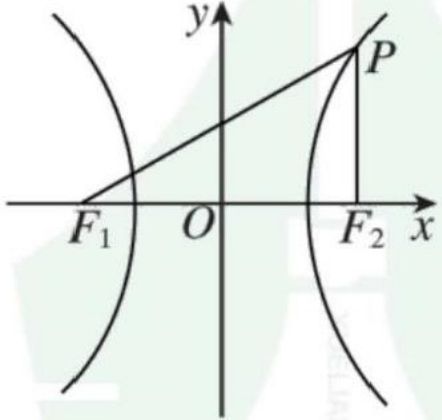
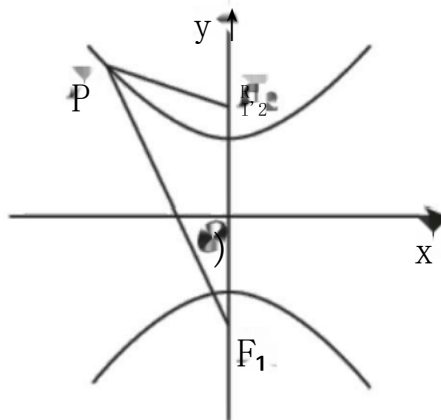
满足条件  $||PF_1| - |PF_2|| = 7$  的动点P的

**[解析]**  $\because |F_1F_2| = 6, \therefore ||PF_1| - |PF_2|| = 7 > |F_1F_2| \therefore$  动点P的轨迹不存在.



# 课前预习

## ◆ 知识点二双曲线的标准方程

焦点位置	焦点在x轴上	焦点在y轴上
图形		
标准方程	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ $(-c, 0), (c, 0)$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ $(0, -c), (0, c)$
焦点坐标	$c^2 = a^2 + b^2$	$c^2 = a^2 + b^2$
a, b, c的关系		

## 课前预习

【诊断分析】 判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 已知方程  $\frac{x^2}{3-m} - \frac{y^2}{m-5} = 1$  表示焦点在y轴上的双曲线, 则m的取值范围是  $3 < m < 5$ . (√)

[解析] 依题意有  $\begin{cases} 3 - m < 0, \\ m - 5 < 0, \end{cases}$  解得  $3 < m < 5$ .

(2) 在双曲线的标准方程中, a, b, c 的关系是  $a^2 = b^2 + c^2$ . (×)

[解析] 在双曲线的标准方程中, a, b, c 满足  $a^2 + b^2 = c^2$ .

(3) 双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的焦点在y轴上. (^)

[解析] 根据双曲线的标准方程的特点, 双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的焦点在x轴上.

## 课中探究

### ◆探究点一双曲线的标准方程

例1 求满足下列条件的双曲线的标准方程.

(1)  $a=4$ , 经过点A $(1, -\frac{4\sqrt{10}}{3})$

解： 当双曲线的焦点在x轴上时，

设双曲线的标准方程为  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  ,

把点A的坐标代入，得  $b^2 = -\frac{16}{15} \times \frac{160}{9} < 0$  , 不符合题意；

当双曲线的焦点在y轴上时，设双曲线的标准方程为  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  , 把点A的坐标代入，得  $b^2=9$ ,

所以所求双曲线的标准方程为  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$  .

## 课中探究

(2) 经过点  $(3, 0)$ ,  $(-6, -3)$ .

**解：** 设双曲线的方程为  $mx^2 + ny^2 = 1$  ( $mn < 0$ ),

因为双曲线经过点  $(3, 0)$ ,  $(-6, -3)$ ,

$$\text{所以 } \begin{cases} 9m + 0 = 1, \\ 36m + 9n = 1 \end{cases} \quad \text{得 } \begin{cases} m = \frac{1}{9}, \\ n = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

所以所求双曲线的标准方程为  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ .

## 课中探究

变式根据下列条件，求双曲线的标准方程.

(1)  $a=4, c=6$ , 且焦点在x轴上;

解：根据题意可知，  $a^2=16, b^2=c^2-a^2=20$ ,

又焦点在x轴上，  $\therefore$  双曲线的标准方程为  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$ .

(2) 焦点为 $F_1(0,-5)$ 和 $F_2(0,5)$ , 且经过点 $A(-3, 4\sqrt{2})$ ;

解：  $\because$  焦点为 $F_1(0,-5)$ 和 $F_2(0,5)$ ,  $\therefore$  焦点在y轴上，且 $c=5$ . 设双曲线的标准方程为  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ ,  $\therefore$  双曲线经过点 $A(-3, 4\sqrt{2})$ ,  $\therefore \frac{32}{a^2} - \frac{9}{25-a^2} = 1$ ,

设 $t=a^2 < 25$ , 可得 $t^2 - 66t + 800 = 0$ , 解得 $t=16$  或 $t=50$  (舍去),

$\therefore a^2=16, b^2=9$ , 则双曲线的标准方程为  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ .

## 课中探究

(3) 经过点P(-3, 2√7), Q(-6√2, -7).

解: 依题意, 设双曲线的方程为 $Ax^2 - By^2 = 1$  ( $AB > 0$ ),

: 双曲线经过点P(-3, 2√7)和Q(-6√2, -7),

$$\begin{cases} 9A - 28B = 1, \\ 72A - 49B = 1, \end{cases} \quad \text{得} \quad \begin{cases} A = -\frac{1}{75}, \\ B = -\frac{1}{25}. \end{cases}$$

故双曲线的标准方程为  $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{75} = 1$ .

## 课中探究

### [素养小结]

双曲线标准方程的两种求法：

(1) 定义法：根据双曲线的定义得到相应的 $a, b, c$ ，再写出双曲线的标准方程。

(2) 待定系数法：首先设出双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 或 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ ，然后根据条件求出待定的系数，代入方程即可。

特别地，若双曲线的焦点的位置不明确，应注意分类讨论，也可以设双曲线方程为 $mx^2 + ny^2 = 1$ 的形式，注意标明条件 $mn < 0$ 。

## 课中探究

### ◆ 探究点二与双曲线有关的轨迹方程

例2 设动圆M 的半径为r, 分别求满足下列条件的圆心M 的轨迹方程.

(1) 与圆C:  $(x+2)^2 + y^2 = 2$  内切, 且过点A(2, 0);

解: 连接MC, MA,  $\because$  圆C与圆M内切, 点A在圆C外,  $\therefore |MC| = r - \sqrt{2}$ ,

$|MA| = r, \therefore |MA| - |MC| = \sqrt{2}$ ,

即动点M到两定点A(2, 0), C(-2, 0)的距离之差为常数 $\sqrt{2}$ , 且 $\sqrt{2} < |AC| = 4$ ,

$\therefore$ 点M的轨迹是以C, A为焦点的双曲线的左支,  $\therefore$ 点M的轨迹方程是

$$2x^2 - \frac{2y^2}{7} = 1 \left( x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$



## 课中探究

(2) 与圆  $C_1:(x+3)^2+y^2=9$  外切, 且与圆  $C_2:(x-3)^2+y^2=1$  内切.

解: 连接  $MC_1, MC_2$ ,  $\because$  圆  $M$  与圆  $C_1$  外切, 且圆  $M$  与圆  $C_2$  内切,  $\therefore |MC_1| = r$

$+3, |MC_2| = r-1, \therefore |MC_1| - |MC_2| = 4 < |C_1C_2| = 6, \therefore$  点  $M$  的轨迹是  
以

$C_1(-3, 0), C_2(3, 0)$  为焦点的双曲线的右支,

$\therefore$  点  $M$  的轨迹方程是

## 课中探究

**变式** 已知在 $\triangle ABC$ 中，内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ，若 $B(-1$

## ＞ 课 中 探 究

解： 由题知  $\sin C - \sin B = \frac{1}{2} \sin A$ ,  $|BC|=2$ ,

由正弦定理, 可得  $c - b = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ , 即  $|AB| - |AC| = 1 < |BC| = 2$ , 由

$|AB| > |AC|$ , 可知点A 的轨迹是以B, C 为焦点的双曲线的右支, 还需除去点  $(\frac{1}{2}, 0)$

设双曲线的方程为  $\frac{x^2}{a_1^2} - \frac{y^2}{b_1^2} = 1 (a_1 > 0, b_1 > 0)$ , 焦距为  $2c_1$ ,

$$\begin{cases} 2a_1 = 1 \\ 2c_1 = 2 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ c_1 = 1, \end{cases} \quad \text{且 } b_1^2 = c_1^2 - a_1^2 = \frac{3}{4}$$

所以顶点A 的轨迹方程为  $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\frac{3}{4}} = 1 (x > \frac{1}{2})$ , 即  $4x^2 - \frac{4y^2}{3} = 1 (x > \frac{1}{2})$

## 课中探究

### [素养小结]

1. 求解与双曲线有关的点的轨迹问题，常见的方法有两种：
  - (1) 列出等量关系，化简得到方程；
  - (2) 寻找几何关系，结合双曲线的定义，得出对应的方程.
2. 求解与双曲线有关的点的轨迹问题时要特别注意：
  - (1) 双曲线的焦点所在的坐标轴；
  - (2) 检验所求的轨迹是双曲线的一支还是两支

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/095310010322011221>