第二十二章　圆（下）

一　直线和圆

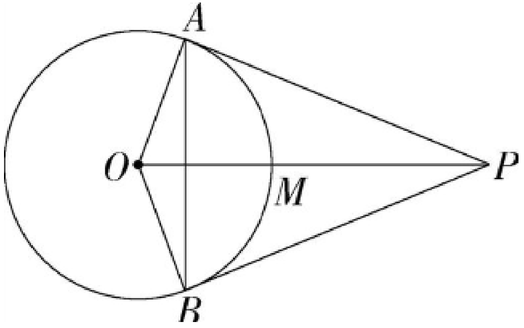
22.2　圆的切线

第二课时　切线长定理与三角形的内切圆

基础过关练

知识点3　切线长定理

1.如图,已知PA,PB是$\odot O$的两条切线,A,B为切点,线段OP交$\odot O$于点M.给出下列四种说法:



①$PA=PB$;②$OP\perp AB$;

③四边形$OAPB$有外接圆;

④M是$\triangle AOP$外接圆的圆心.

其中说法正确的个数是　(　C　)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

解析　∵PA,PB是$\odot O$的两条切线,A,B为切点,∴$PA=PB$,故①正确;∵$OA=OB,PA=PB$,∴OP垂直平分AB,故②正确;

∵PA,PB是$\odot O$的两条切线,A,B为切点,∴$OA\perp PA,OB\perp PB$,

∴$\angle OAP=\angle OBP=90°$,∴点$A$、$B$在以$OP$为直径的圆上,

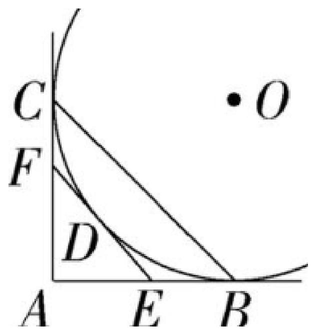
∴四边形$OAPB$有外接圆,故③正确;只有当$\angle APO=30°$时,

$OP=2OA$,

此时$PM=OM$,∴M不一定是$\triangle AOP$外接圆的圆心,故④错误.

故选C.

2.如图,过点A作$\odot O$的切线AB,AC,切点分别是B,C,连接BC.过$\overset{\frown}{BC}$上一点D作$\odot O$的切线,交AB,AC于点E,F.若$\angle A=90°$,$\triangle AEF$的周长为4,则BC的长为 (B)



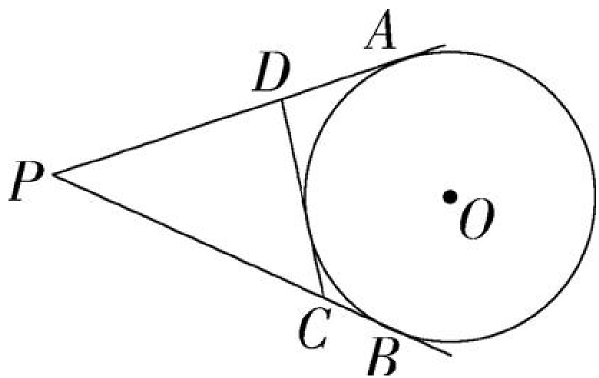
A.2　　B.$\sqrt{2}$2　　C.4　　D.$\sqrt{2}$4

解析 ∵AB,AC为⊙O的切线,∴$AC=AB$,

∵FD,FC为⊙O的切线,∴$FD=FC$,同理,$ED=EB$,∴△AEF的周长$=AE+AF+EF=AE+EB+AF+FC=AB+AC=4$,∴$AC=AB=2$,

∴$BC=\sqrt{2}AB=2\sqrt{2}$.故选B.

3.(教材变式·P144T2)(2023北京朝阳陈经纶中学分校月考)如图,PA、PB分别切圆O于A、B,并与圆O的切线CD分别相交于D、C,已知△PCD的周长等于10 cm,则PA=__5__cm.



解析 设DC与$\odot O$相切于点E(图略),

$\because PA$、PB是$\odot O$的切线,且切点分别为A、B,

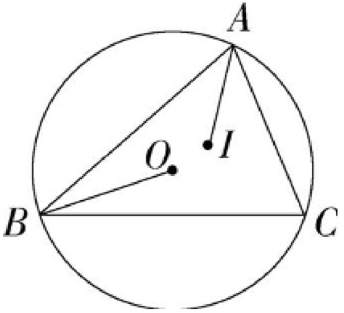
$\therefore PA=PB$.同理,$DE=DA$,$CE=CB$.

$\therefore \triangle PCD$的周长$=PD+DE+CE+PC=PD+DA+CB+PC=PA+PB$

$=10(\text{cm})$,$\therefore PA=PB=5\ \text{cm}$.

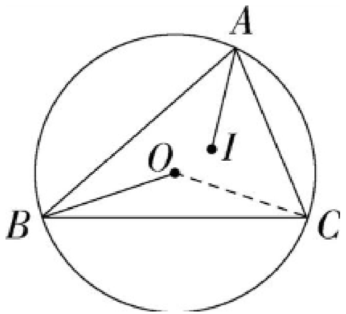
知识点4　三角形的内切圆

4.(2023山东聊城中考)如图,点O是$\triangle ABC$外接圆的圆心,点I是$\triangle ABC$的内心,连接OB,IA.若$\angle CAI=35°$,则$\angle OBC$的度数为(　C　)

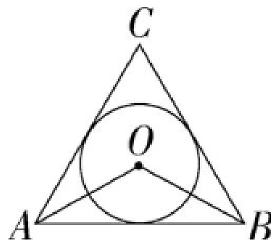


A.15°　　B.17.5°　　C.20°　　D.25°

解析 如图,连接OC,$\because$点I是$\triangle ABC$的内心,$\therefore AI$平分$\angle BAC$,$\because \angle CAI=35°$,$\therefore \angle BAC=2\angle CAI=70°$,$\because$点$O$是$\triangle ABC$外接圆的圆心,$\therefore \angle BOC=2\angle BAC=140°$,$\because OB=OC$,$\therefore \angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180°-\angle BOC)=\frac{1}{2}\times(180°-140°)=20°$,故选C.



5.如图,正三角形ABC内切圆的半径为1,那么三角形ABC的边长为 （ **B** ）

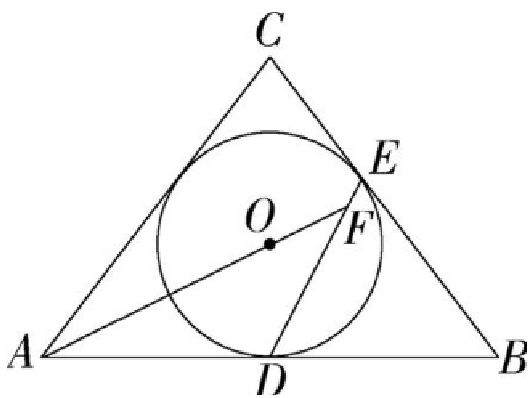


A.2　　B.$2\sqrt{3}$　　C.$\sqrt{3}$　　D.3

解析　过O点作$OD\perp AB$于点D(图略),则$OD=1$,∵点O是$\triangle ABC$的内心,$\triangle ABC$是等边三角形,∴$\angle OAD=30°$,在Rt$\triangle OAD$中,$\angle OAD=30°$,$OD=1$,∴$AD=\frac{OD}{\tan 30°}=\sqrt{3}$,∴$AB=2AD=2\sqrt{3}$.故选B.

6.一个直角三角形的斜边长为10 cm,内切圆半径为1 cm,则这个三角形的周长是__**22 cm**__.

7.(2023湖北潜江中考)如图,在$\triangle ABC$中,$\angle ACB=70^\circ$,$\triangle ABC$的内切圆$\odot O$与AB,BC分别相切于点D,E,连接DE,AO的延长线交DE于点F,则$\angle AFD=$___35°___.



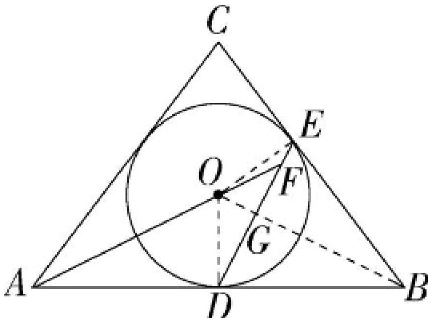
解析　如图,连接OD,OE,OB,设OB与ED交于点G,

$\because \angle ACB=70°$,

$\therefore \angle CAB+\angle CBA=110°$,

$\because$点O为$\triangle ABC$的内切圆的圆心,

$\therefore \angle OAB+\angle OBA=55°$,$BD=BE$,



$\therefore \angle AOB=125°$,

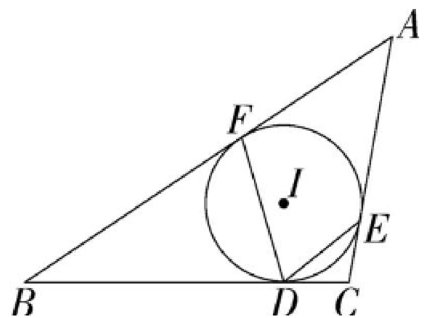
$\because OE=OD$,$BD=BE$,$\therefore OB$垂直平分DE,

$\therefore \angle OGE=90°$,

$\therefore \angle AFD=\angle AOB-\angle OGF=125°-90°=35°$.

能力提升练

8.(2023广东广州中考,9,★☆☆)如图,△ABC的内切圆⊙I与BC,CA,AB分别相切于点D,E,F,若⊙I的半径为r,$\angle A=\alpha$,则$(BF+CE-BC)$的值和$\angle FDE$的大小分别为（ D ）



A.$2r,90°-\alpha$　　B.$0,90°-\alpha$　　C.$2r,90°-\dfrac{\alpha}{2}$　　D.$0,90°-\dfrac{\alpha}{2}$