

2024-2025 学年北京市延庆区九年级上学期期中考试数学试题

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如果 $3x = 2y$ ，那么下列结论正确的是()

- A. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ C. $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ D. $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$

2. 二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别是()

- A. 1, 4, 3 B. 0, 4, 3 C. 1, -4, 3 D. 0, -4, 3

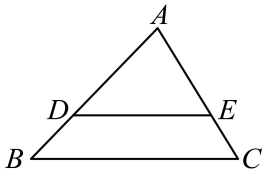
3. 已知二次函数 $y = (x - 2)^2 + 1$ ，若点 $(1, y_1)$ 和 $(4, y_2)$ 在此函数图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系是()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 < y_2$ D. 无法确定

4. 把抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移 1 个单位，再向下平移 5 个单位，得到的抛物线的表达式为()

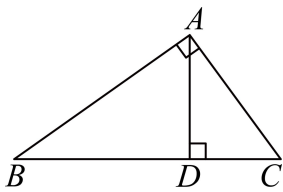
- A. $y = 2(x - 1)^2 - 5$ B. $y = 2(x + 1)^2 - 5$
C. $y = 2(x - 1)^2 + 5$ D. $y = 2(x + 1)^2 + 5$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在边 AB, AC 上， $DE \parallel BC$. 若 $AE = 6, EC = 3, DE = 8$ ，则 BC 的长为()



- A. 4 B. 10 C. 12 D. 16

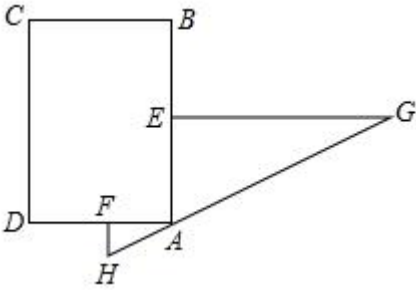
6. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， $AD = 2$ ， $BD = 3$ ，则 CD 的长为()



- A. 2 B. 3 C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{4}{3}$

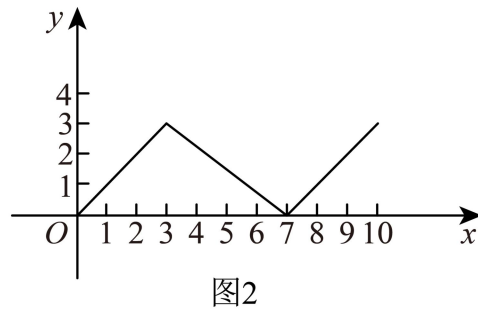
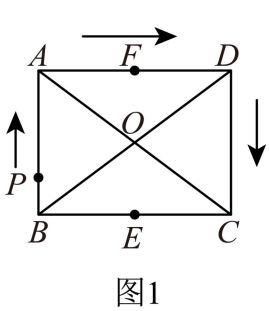
7. 《九章算术》中，有一数学史上有名的测量问题：“今有邑，东西七里，南北九里，各开中门，出东门一十五里有木，问：出南门几何步而见木？”今译如下：如图，矩形 $ABCD$ ，东边城墙 AB 长 9 里，南边城墙 AD 长 7 里，东门点 E ，南门点 F 分别位于 AB, AD 的中点， $EG \perp AB$ ， $FH \perp AD$ ， $EG = 15$ 里， HG

经过 A 点, 则 FH 的长为()



- A. 0.95 里 B. 1.05 里 C. 2.05 里 D. 2.15 里

8. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 O , 边 BC, AD 的中点分别是点 E, F , $AB = 3, BC = 4$, 一动点 P 从点 B 出发, 沿着 $B - A - D - C$ 在矩形的边上运动, 运动到点 C 停止, 点 M 为图 1 中某一定点, 设点 P 运动的路程为 $x, \triangle BPM$ 的面积为 y , 表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示. 则点 M 的位置可能是图 1 中的()



- A. 点 C B. 点 F C. 点 D D. 点 O

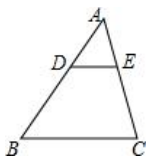
二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分。

9. 抛物线 $y = (x - 1)^2 + 4$ 的顶点坐标是_____.

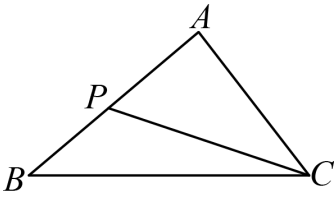
10. 写出一个对称轴是 y 轴的二次函数的解析式_____.

11. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$), 如果 $AB = 10$, 那么 AP 的长为_____.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 分别交 AB, AC 于点 D, E . 若 $AD = 1, DB = 2$, 则 $\triangle ADE$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积之比等于_____.

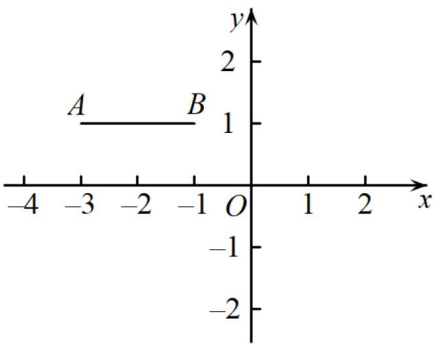


13. 已知 $\triangle ABC$, P 是边 AB 上的一点, 连接 CP , 请你添加一个条件, 使 $\triangle ACP \sim \triangle ABC$, 这个条件可以是_____。(写出一个即可)

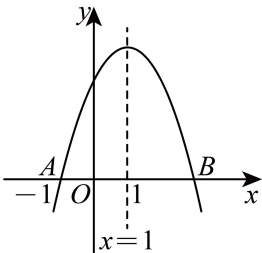


14. 二次函数 $y = x^2 - 2x - 1$ 的最小值是_____.

15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-3, 1)$, $B(-1, 1)$, 若抛物线 $y = ax^2 (a > 0)$ 与线段 AB 有公共点, 则 a 的取值范围是_____.



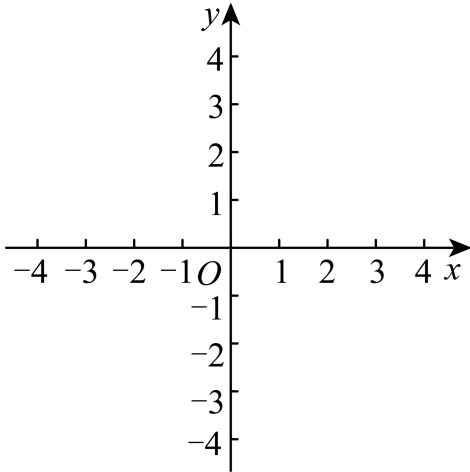
16. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, B 两点, 对称轴是直线 $x = 1$, 下面四个结论中: ① $a < 0$; ② 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大; ③ 点 B 的坐标为 $(2, 0)$; ④ 若点 $M(-2, y_1)$, $N(5, y_2)$ 在函数的图象上, 则 $y_1 > y_2$; 其中正确的是_____ (只填写序号).



三、解答题: 本题共 12 小题, 共 96 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题 8 分)

已知二次函数 $y = x^2 + 2x - 3$.



(1) 将 $y = x^2 + 2x - 3$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式;

(2) 在所给的平面直角坐标系 xOy 中, 画出它的图象.

18. (本小题 8 分)

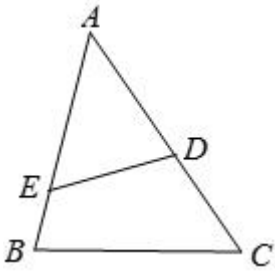
已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过 $(1, 0)$ 和 $(2, 1)$ 两点.

(1) 求此二次函数的表达式;

(2) 当 $y > 0$ 时, 直接写出 x 的取值范围.

19. (本小题 8 分)

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AC 上一点, E 是 AB 上一点, 且 $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$.



(1) 求证: $\triangle AED \sim \triangle ACB$;

(2) 若 $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, 求 $\angle ADE$ 的度数.

20. (本小题 8 分)

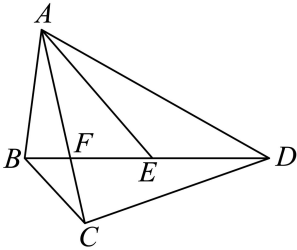
已知二次函数的图象过点 $A(2, -3)$, 且顶点坐标为 $C(1, -4)$.

(1) 求此二次函数的表达式;

(2) 当 $-1 < x < 2$ 时, 直接写出 y 的取值范围.

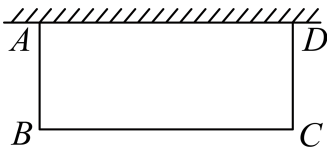
21. (本小题 8 分)

如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 F ，点 E 是 BD 上一点，且 $\angle BAC = \angle BDC = \angle DAE$. 求证：
 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$.



22. (本小题 8 分)

某中学课外活动小组准备围成一个矩形的活动区 $ABCD$ ，其中一边靠墙，另外三边用总长为 $40m$ 的栅栏围成. 已知墙长为 $22m$ (如图)，设矩形 $ABCD$ 的边 $AB = xm$ ，面积为 ym^2 .

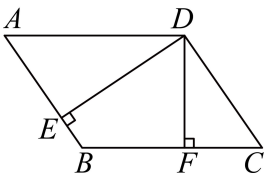


(1) y 关于 x 的函数表达式是_____，自变量 x 的取值范围是_____；

(2) 当 $x =$ _____ m 时，活动区的面积有最大值_____ m^2 .

23. (本小题 8 分)

如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F .

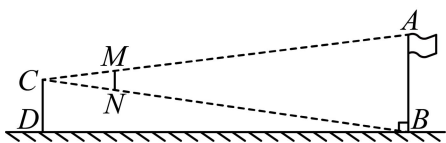


(1) 求证: $\frac{CD}{BC} = \frac{DF}{DE}$

(2) 当 $CD = 2, AD = 3, CF = 1$ 时，求 AE 的长.

24. (本小题 8 分)

小明到操场测量旗杆 AB 的高度，他手拿一只铅笔 MN ，边移动边观察 (铅笔 MN 始终与地面垂直). 当小明移动到点 D 处时，眼睛 C 与铅笔顶端 M 、旗杆的顶端 A 三点共线，此时测得 $DB = 50m$ ，小明的眼睛 C 到铅笔的距离为 $0.6m$ ，铅笔 MN 的长为 $0.16m$ ，求旗杆 AB 的高度.



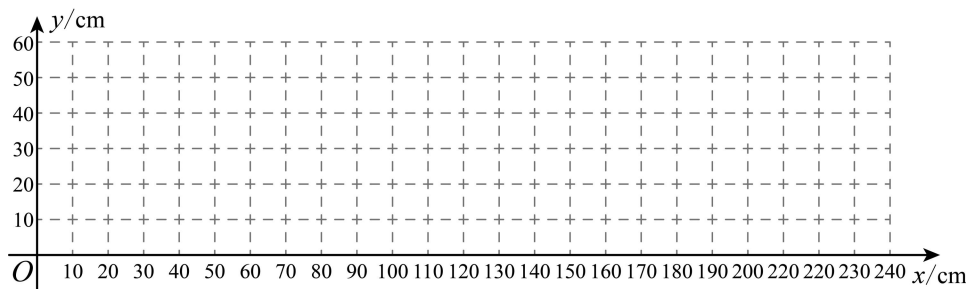
25. (本小题 8 分)

乒乓球被誉为中国国球. 2024 年巴黎奥运会上, 中国队展现了强大的竞技实力, 包揽了乒乓球项目的五枚金牌, 成绩的取得与平时的刻苦训练和精准的技术分析是分不开的. 已知乒乓球台的长度为 274cm , 一位运动员从球台边缘正上方击球高度为 28.75cm 处, 将乒乓球向正前方击打到对面球台, 乒乓球的运行路线近似是抛物线的一部分. 从击打乒乓球到第一次落到球台的过程中, 乒乓球到球台的竖直高度记为 y (单位: cm), 乒乓球运行的水平距离记为 x (单位: cm), 测得如下数据:



水平距离 x/cm	0	10	50	90	130	170	230
竖直高度 y/cm	28.75	33	45	49	45	33	0

(1) 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出表格中各组数值所对应的点 (x, y) , 并画出表示乒乓球运行路线形状的大致图象;



(2) 当乒乓球到达最高点时, 与球台之间的距离是 _____ cm , 当乒乓球落在对面球台上时, 到起始点的水平距离是 _____ cm ;

(3) 乒乓球第一次落到球桌后弹起, 它的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系

$y = -0.0025(x - h)^2 + 1$. 判断乒乓球再次落下时是否仍落在球台上, 并说明理由.

26. (本小题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 - 2mx - 3$.

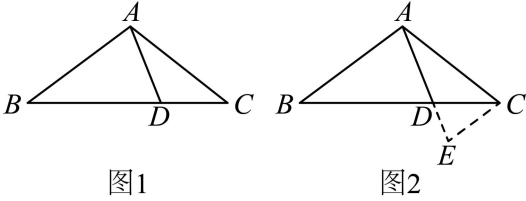
(1) 当 $m = 1$ 时, 求抛物线的对称轴;

(2) 已知 $A(1 - 2m, y_1)$ 和 $B(m + 1, y_2)$ 为抛物线上的两点, 满足 $y_1 > y_2$, 求 m 的取值范围.

27. (本小题 8 分)

阅读思考, 解决问题:

小华遇到这样一个问题: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $\angle BAD = 75^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$, $AD = 2$, $BD = 2DC$, 求 AC 的长.

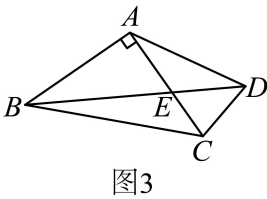


小华发现, 过点 C 作 $CE \parallel AB$, 交 AD 的延长线于点 E , 通过构造 $\triangle ACE$, 经过推理和计算, 能够使问题得到解决 (如图 2).

(1) ①直接写出 $\angle ACE$ 的度数; ②求线段 AC 的长;

(2) 参考小华思考问题的方法, 解决问题:

如图 3, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$, $AC = AD$, 对角线 AC 与 BD 交于点 E , $AE = 2$, $BE = 2DE$, 求 BC 的长.



28. (本小题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$ 和 $Q(x, y')$, 给出如下定义: 若 $y' = \begin{cases} y(x \geq 0) \\ -y(x < 0) \end{cases}$, 则称点 Q

为点 P 的“反称变点”. 例如: 点 $(1, 3)$ 的“反称变点”为点 $(1, 3)$, 点 $(-1, 2)$ 的“反称变点”为点 $(-1, -2)$.

(1) 点 $(-4, -1)$ 的“反称变点”坐标为_____;

(2) 若点 P 在函数 $y = -x^2 + 12$ 的图象上, 其“反称变点” Q 的纵坐标 y' 是 4, 求“反称变点” Q 的横坐标;

(3) 若点 P 在函数 $y = -x^2 + 12 (-4 \leq x \leq n)$ 的图象上, 其“反称变点” Q 的纵坐标 y' 的取值范围是 $-12 < y' \leq 12$, 直接写出 n 的取值范围.

答案和解析

1. 【答案】B

【解析】【分析】本题考查了比例的性质，根据每个选项的比例整理变形，看看是否与 $3x = 2y$ 相同，若相同则正确，反之不正确，据此即可作答。

【详解】解：A、 $\because \frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ ， $\therefore 2x = 3y$ ，与 $3x = 2y$ 不相同，故该选项不符合题意；

B、 $\because \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ ， $\therefore 3x = 2y$ ，与 $3x = 2y$ 相同，故该选项符合题意；

C、 $\because \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ ， $\therefore 2x = 3y$ ，与 $3x = 2y$ 不相同，故该选项不符合题意；

D、 $\because \frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ ， $\therefore 2x = 3y$ ，与 $3x = 2y$ 不相同，故该选项不符合题意；

故选：B

2. 【答案】C

【解析】解：二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 的二次项系数是1，一次项系数是-4，常数项是3；

故选：C.

根据二次函数的定义：一般地，形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a 、 b 、 c 是常数， $a \neq 0$)的函数，叫做二次函数. 其中 x 、 y 是变量， a 、 b 、 c 是常量， a 是二次项系数， b 是一次项系数， c 是常数项作答.

此题主要考查了二次函数的定义，关键是注意在找二次项系数，一次项系数和常数项时，不要漏掉符号.

3. 【答案】C

【解析】【分析】本题考查了二次函数的图象和性质，由解析式可得二次函数开口向上，对称轴为直线 $x = 2$ ，图象上的点离对称轴的水平距离越近函数值越小，据此即可判断求解，掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

【详解】解： \because 二次函数 $y = (x - 2)^2 + 1$ ，

\therefore 二次函数开口向上，对称轴为直线 $x = 2$ ，图象上的点离对称轴的水平距离越近函数值越小，

$\therefore 2 - 1 < 4 - 2$ ，

$\therefore y_1 < y_2$ ，

故选：C.

4. 【答案】B

【解析】【分析】本题考查了二次函数的平移规律：左加右减，上加下减，据此进行作答即可.

【详解】解：依题意，把抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移1个单位，

$$\therefore y = 2(x+1)^2,$$

\therefore 再向下平移 5 个单位,

$$\therefore y = 2(x+1)^2 - 5,$$

故选: B

5. 【答案】 C

【解析】【分析】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 先证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 得 $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$, 把 $AE = 6, EC = 3, DE = 8$ 代入 $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$, 进行计算, 即可作答.

【详解】解: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle AED = \angle C, \angle ADE = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC},$$

$$\because AE = 6, EC = 3, DE = 8,$$

$$\therefore \frac{8}{BC} = \frac{6}{6+3},$$

$$\therefore BC = 12,$$

故选: C.

6. 【答案】 D

【解析】【分析】 本题主要考查了垂线的性质, 直角三角形的两个锐角互余, 相似三角形的判定与性质等知识点, 在图中观察并找出相似三角形是解题的关键.

利用直角三角形的两个锐角互余可证得 $\angle B + \angle BAD = 90^\circ$, $\angle B + \angle C = 90^\circ$, 于是可得 $\angle BAD = \angle C$,

进而可证得 $\triangle BAD \sim \triangle ACD$, 根据相似三角形的性质可得 $\frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD}$, 于是得解.

【详解】解: $\because AD \perp BC$,

$$\angle ADB = \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle C = \angle ACD,$$

$$\therefore \triangle BAD \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD},$$

$$\therefore CD = \frac{AD^2}{BD} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3},$$

故选：D.

7. 【答案】B

【解析】【分析】先根据题意得到 $\triangle AHF \sim \triangle GAE$ ，然后利用相似三角形的对应边的比相等列出比例式求得答案即可.

【详解】解： $\because AD \parallel EG$

$$\therefore \angle DAH = \angle EGA$$

$$\therefore \angle HFA = \angle AEG = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AHF \sim \triangle GAE$$

$$\therefore \frac{AF}{EG} = \frac{HF}{AE}$$

$$\therefore EG = 15, AE = 4.5, AF = 3.5$$

$$\therefore \frac{3.5}{15} = \frac{HF}{4.5}$$

$$\therefore HF = 1.05,$$

故选：B.

【点睛】本题考查相似三角形的应用，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

8. 【答案】D

【解析】【分析】从图2中可看出当 $x = 7$ 时，此时 $\triangle BPM$ 的面积为0，说明点 M 一定在 BD 上，选项中有点 O 和 D 在 BD 上，此时观察图2，发现 $x = 3$ 时， y 接近3，所以点 M 的位置是图1中的点 O . 本题主要考查了动点问题的函数图象，解题的关键是找出当 $x = 7$ 时，此时 $\triangle BPM$ 的面积为0，说明点 M 一定在 BD 上这一信息.

【详解】解： $\because AB = 3, BC = 4$ ，四边形 $ABCD$ 是矩形，

\therefore 当 $x = 7$ 时，点 P 到达 D 点，此时 $\triangle BPM$ 的面积为0，说明点 M 一定在 BD 上，

\therefore 观察图2，发现 $x = 3$ 时， y 接近3，

\therefore 从选项中可得只有 O 点最符合实际情况，

\therefore 点 M 的位置可能是图1中的点 O .

故选：D.

9. 【答案】 (1, 4)

【解析】 【分析】 根据抛物线解析式已经是顶点式即可得到答案.

【详解】 解: $\because y = (x - 1)^2 + 4$ 为抛物线的顶点式,

\therefore 根据顶点式的坐标特点可知, 抛物线的顶点坐标为 (1, 4).

故答案为: (1, 4).

【点睛】 本题主要考查了二次函数的性质, 熟知二次函数 $y = a(x - h) + k (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 (h, k) 是解题的关键.

10. 【答案】 $y = x^2 + 2$, 答案不唯一.

【解析】 【分析】 根据二次函数的性质写出一个符合的即可.

【详解】 解: 抛物线的解析式为: $y = x^2 + 2$

故答案为: $y = x^2 + 2$

【点睛】 本题考查了二次函数的性质, 解题的关键是熟练掌握二次函数的性质, 此题是一道开放型的题目, 答案不唯一. .

11. 【答案】 $5\sqrt{5} - 5$

【解析】 【分析】 本题主要考查了黄金分割, 由点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($PA > PB$), $AB = 10$, 可得 $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$, 再计算可得答案.

【详解】 \because 点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AB = 10$,

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2},$$

$$\text{即 } \frac{AP}{10} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2},$$

解得 $AP = 5\sqrt{5} - 5$.

故答案为: $5\sqrt{5} - 5$.

12. 【答案】 1 : 9

【解析】 【分析】 根据 $DE \parallel BC$, 即可证得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 然后根据相似三角形的面积的比等于相似比的平方, 即可求解.

【详解】 解: $\because AD = 1, DB = 2,$

$$\therefore AB = AD + DB = 3,$$

$\because DE \parallel BC,$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/098050133007007005>