

学习目标

1. 通过对任意三角形边长和角度关系的探索, 掌握正弦定理的内容及其证明. (难点)

2. 能运用正弦定理与三角形内角和定理解决简单的解三角形问题. (重点)

核心素养

1. 通过对正弦定理的推导及应用正弦定理判断三角形的形状, 培养逻辑推理的核心素养.

2. 借助利用正弦定理求解三角形的边长或角的大小的学习, 培养数学运算的核心素养.

导学
探新
知
情
景
导
学
探
究
释疑
难

情景导学探新知



情境引入·助学助教

探

新

如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\frac{a}{\sin A}$ ， $\frac{b}{\sin B}$ ， $\frac{c}{\sin C}$ 各

自等于什么？对于斜三角形类似关系成立么？

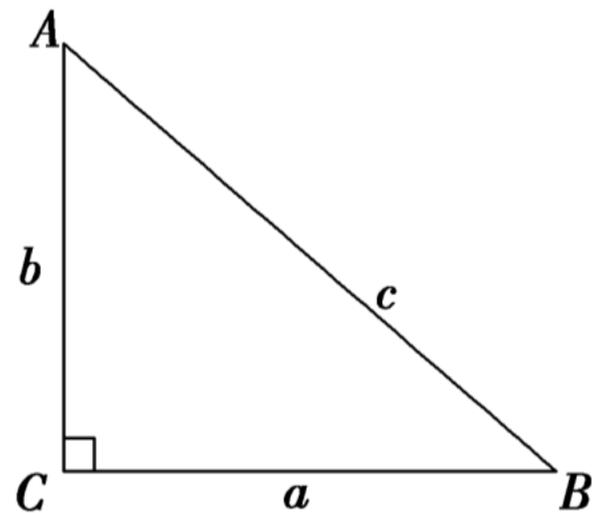
探

究

释

疑

难



新知初探

1. 正弦定理：三角形的各边与它所对角的正弦之比相等. 即 $\frac{a}{\sin A}$
 $= \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

思考 1: 正弦定理的适用范围是什么?

提示: 正弦定理对任意三角形都成立.

思考 2: 正弦定理的主要功能是什么?

提示: 正弦定理实现了三角形中边角关系的转化.

探 新 知

应用正弦定理解三角形

应用正弦定理可以解两类三角形：

(1) 已知两角和任一边，求其他两边和一角；

释
疑
难

(2) 已知两边和其中一边的对角，求另一边的对角.

初试身手

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 下列式子与 $\frac{\sin A}{a}$ 的值相等的是()

A. $\frac{b}{c}$

B. $\frac{\sin B}{\sin A}$

C. $\frac{\sin C}{c}$

D. $\frac{c}{\sin C}$

C [由正弦定理得, $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$, 所以 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$.]

解析答案

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A=30^\circ$, $B=60^\circ$, $a=10$, 则 b 等于() 课

探 A. $5\sqrt{2}$

B. $10\sqrt{3}$

C. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

D. $5\sqrt{6}$

释 B
疑
难

[由正弦定理得, $b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 10\sqrt{3}.$]

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{3}$, $BC = 3$, $AB = \sqrt{6}$, 则 $C = (\quad)$

A. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$

B. $\frac{3\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

释疑 [由 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$, 得 $\sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}$. $\because BC = 3, AB = \sqrt{6}, \therefore A > C,$
难

则 C 为锐角, 故 $C = \frac{\pi}{4}$.]

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=3$, $b=\sqrt{3}$, $A=\frac{\pi}{3}$, 则 $C=$ _____.

$\frac{\pi}{2}$ 探知 [由正弦定理得: $\frac{3}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin B}$, 所以 $\sin B = \frac{1}{2}$.

又 $a > b$, 所以 $A > B$, 所以 $B = \frac{\pi}{6}$,

所以 $C = \pi - \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$.]

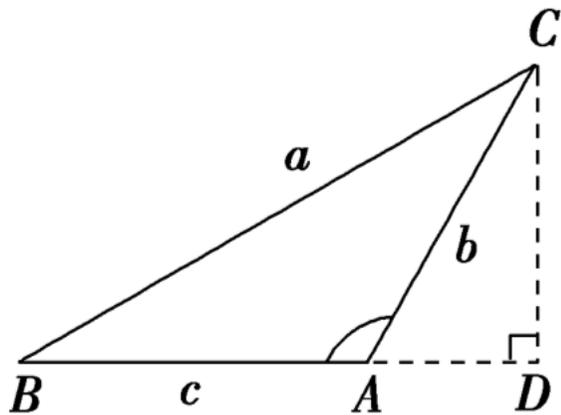
探
新
知
合
作
探
究
释
疑
难

合 作 探 究 释 疑 难

类型1 定理证明

【例 1】 在钝角 $\triangle ABC$ 中，证明正弦定理.

[证明] 如图，过 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为 D ， D 是 BA 延长线上一点，



根据正弦函数的定义知：

$$\frac{CD}{b} = \sin \angle CAD = \sin(180^\circ - A) = \sin A, \quad \frac{CD}{a} = \sin B.$$

$$\therefore CD = b \sin A = a \sin B.$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}.$$

同理， $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$

故 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$

规律方法

1. 本例用正弦函数定义沟通边与角内在联系，充分挖掘这些联系可以^探使你理解更深刻，记忆更牢固。

2. 要证 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，只需证 $a \sin B = b \sin A$ ，而 $a \sin B$ ， $b \sin A$

都^探对应 CD 。^释初看是神来之笔，仔细体会还是有迹可循的，通过体会思维的^疑轨迹，可以提高我们的分析解题能力。

[跟进训练]

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=5$, $B=45^\circ$, $C=105^\circ$, 求边 c .

类型2 用正弦定理理解三角形

【例 2】 已知 $\triangle ABC$ 中, $a=10$, $A=30^\circ$, $C=45^\circ$, 求角 B , 边 b , c .

[思路点拨] ①角 A , B , C 满足什么关系;

② 105° 可拆分成哪两个特殊角的和;

③由正弦定理如何求得 b , c 的值.

规律方法

正弦定理实际上是三个等式： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, $\frac{a}{\sin A} =$

$\frac{c}{\sin C}$ 每个等式涉及四个元素，所以只要知道其中的三个就可以求

另外一个。
疑 难

[跟进训练]

2. 已知 $B=30^\circ$, $b=\sqrt{2}$, $c=2$, 求 A , C , a .

[解] 由正弦定理得：
$$\sin C = \frac{c \cdot \sin B}{b} = \frac{2 \sin 30^\circ}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$\because c > b, 0^\circ < C < 180^\circ,$
 $\therefore C = 45^\circ \text{ 或 } 135^\circ.$

当 $C = 45^\circ$ 时, $A = 105^\circ,$

$$a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{\sqrt{2} \sin 105^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3} + 1,$$

当 $C = 135^\circ$ 时, $A = 15^\circ,$

$$a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{\sqrt{2} \sin 15^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3} - 1.$$

类型3 三角形形状的判断

[探究问题]

1. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆 O 的直径长为 $2R$, 试借助 $\triangle ABC$ 的外接圆推导出正弦定理.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/105344320032011311>