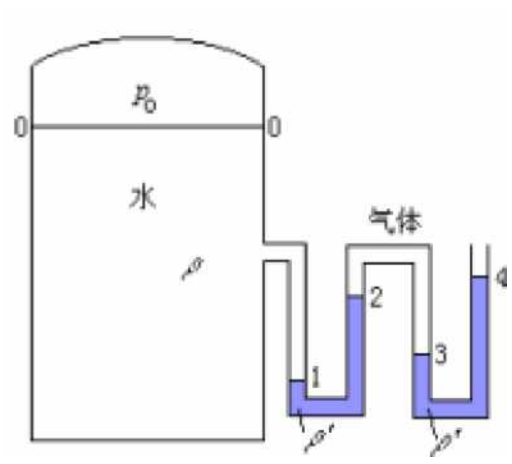
第二章

例1用复式水银压差计测量密封容器内水面的相对压强，如图所示。已知：水面高程 $z_0=3$m,压差计各水银面的高程分别为 $z_1=0.03$m, $z_2=0.18$m, $Z_3=0.04$m, $Z_4=0.20$ m,水银密度 $\rho=13600\text{kg/m}^3$，水的密度 ρ 二 $1000\text{kg}/\text{m}^3$。试求水面的相对压强 p_0。

解：

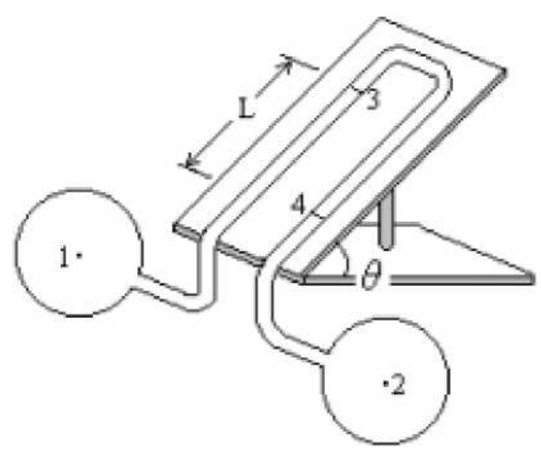


$$P_0 \quad Y(z_0 — z_i) - Y(Z_2 - 乙) 一 Y(Z_4 — Z_3) = P_a$$

$$P_0 二 * (Z_2 — Z_i \bullet Z_4 — Z_3) - YZ_0 — Z_i)$$

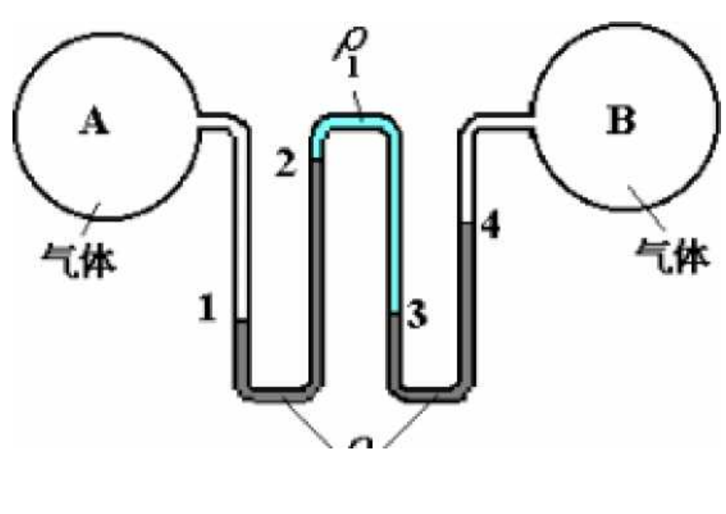
该微压计是一个水平倾角为

例2:用如图所示的倾斜微压计测量两条同高程水管的压差。B的n形管。已知测压计两侧斜液柱读数的差值为 L=30mm，倾角9=30°，试求压强差 p_i



解：；$P_i - YZ_3 — Z_i) \bullet YZ_4 — Z_2) = P_2$ 二 $P_i — P_2 = YZ_3 — Z_4) = Y\sin 9$

例3:用复式压差计测量两条气体管道的压差 （如图所示）。两个U形管的工作液体为水银，密度为P 2，其连接管充以酒精，密度为 P 1。如果水银面的高度读数为 z_i、 Z_2、 Z_3、



Z4，试求压强差 pA — pB。。

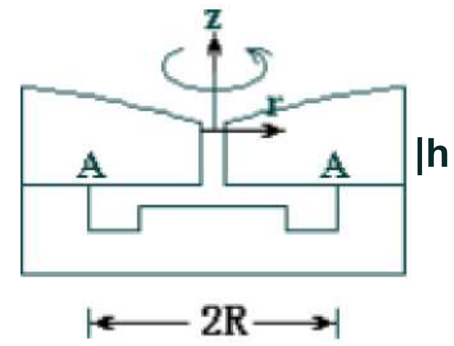
解：点1的压强：P_A 点2的压强：p_2二$P_{A-\gamma}(z_2-z_1)$

点3的 压强：$P_3 = P_A - \gamma(z_2 - z_1) \quad \gamma(z_2 - z_3)$

$p_4 = P_A - \gamma(z_2 - z_1) + \gamma(z_2 - z_3) - \gamma(z_4 - z_3) = p_B$

$P_A - P_B = \gamma(z_2 - z_1) + \gamma(z_4 - z_3) - \gamma(z_2 - z_3)$

例4：用离心铸造机铸造车轮。求 A-A面上的液体总压力。



$\frac{1}{2}\,{}^{2\,2} r - gz \quad P_a$

在界面**A-A**上：**Z = - h**

P] 2 ⟦gh Pa

$\int_0^R (p - P_a)2\pi r dr = 2\pi P\left(\frac{\omega^2 R^4}{8} + \frac{1}{2}ghR^2\right)$

例5：在一直径 d = 300mm而高度 H = 500mm的园柱形容器中注水至高度 h_1 = 300mm，使容器绕垂直轴作等角速度旋转。如图所示。

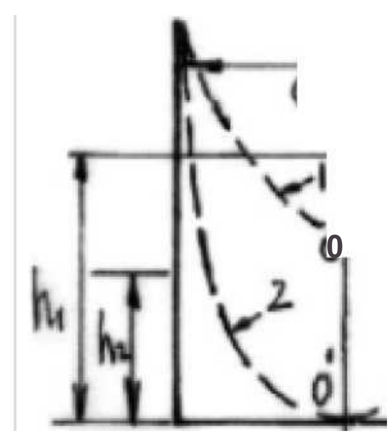
(1) 试确定使水之自由液面正好达到容器边缘时的转数 n_1；

(2) 求抛物面顶端碰到容器底时的转数他，此时容器停止旋转后水面高度h_2将为多少？

解：(1)由于容器旋转前后，水的体积不变 (亦即容器中空气的体积不变)，有：

$\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4} d^2 L = \frac{\pi}{4} d^2 (H - h_1)$

$L = 2(H - h_1) = 400\ \text{mm} = 0.4\ \text{m}$



图

在**xoz**坐标系中，自由表面 **1**的方程：$z_0 = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$

对于容器边缘上的点，有：

$r = \frac{d}{2} = 0.15\text{m} \qquad z_0 = L = 0.4\text{m}$

$\omega = \sqrt{\frac{2gz_0}{r^2}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.8 \times 0.4}{0.15^2}} = 18.67(\text{rad/s})$

$\because \omega = 2\pi n/60 \qquad n_1 = \frac{60\omega}{2\pi} = \frac{60 \times 18.67}{2\pi} = 178.3\ (\text{r/min})$

所指。在x 0 Z •坐标系中：

自由表面2的方程：z_0 ,2 2

2g

当 r d 2 0.15m时，$z_o = H = 0.5^m$

$\sqrt{\frac{2gz_0'}{r^2}}$ 2 $\frac{2 \times 9.8 \times 0.5}{0.15^2}$ = 20.87(rad/s) $\frac{60 \times 20.87}{2\pi}$ = 199.3(r/m i n) 这时，有

—=丄二d²(H 弋)
2 4

h_2 $\frac{H}{2}$ 250mm

例6:已知：一块平板宽为 B，长为L,倾角匕顶端与水面平齐。求：总压力及作用点。

解：总压力： F二Y_c A = Y-LB
2

压力中心D:

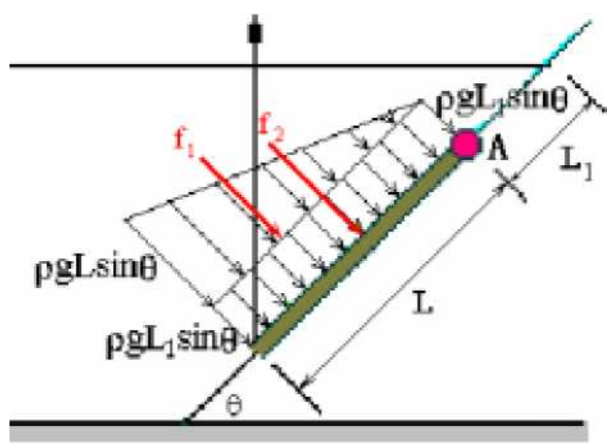
方法一：dM = ydF = y sin 6dA

M = Y i nBj y dA = ys i n叮 y B d y= Y i n0B — 3 L |3 2 2 L

方法 $y_D = y_c$ $\frac{J_{cx}}{y_c A} = \frac{L}{2} + \frac{\frac{1}{12}BL^3}{\frac{L}{2}BL}$ 丄丄

例7:如图，已知一平板，长 L,宽B,安装于斜壁面上，可绕A转动。已知L,B,L B。求:
启动平板闸门所需的提升力 F。

解：

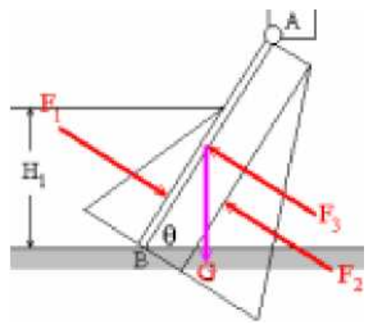


£ J Y sin ®L
2

f_2 = Y_i sin BBL . FL cos J 3

$$\frac{1}{\cos}\left(\frac{2}{3}f_1+\frac{1}{2}f_2\right)$$

例&平板A B,可绕A转动。长L=2m,宽b=1m, 0 =60° H|=1.2m,H2=3m为保证平板不能自



1H H1

转，求自重 G解：F' Y冷 R f 1 b (h1 h2) AE b 9.8 (3 - 2) 1.414 1=6.93(KN) 2 2 8153N F ? = Y bL = 16986 N

2 2 2 sin 0 2

AD1 AE 1.414 =0.943(m)

3 3

F 一 YH 1 sin 0)bL =24870N

L f 1 H 、 2 L

G _ cos 0 + F-| L —-------- i — F_2, 一 L — F_3 _

乏 0

G - 69954N

例**9**:与水平面成**45**°倾角的矩形闸门 **AB(**图**1)**, 宽**1m**, 左侧水深 **h_i = 3m**, 右侧水深**h_2 = 2m**, 试用图解法求作用在闸门上的静水总压力的大小和作用点。

解：如图**2**所示，作出闸门两侧的静水压强分布图，并将其合成。

AE - $\frac{0 - h_2}{\sin 45}$ - $\frac{1}{\sin 45}$ 1414 (m)

EB $\frac{h_2}{\sin 45}$ $\frac{2}{\sin 45}$ 2.828(m)

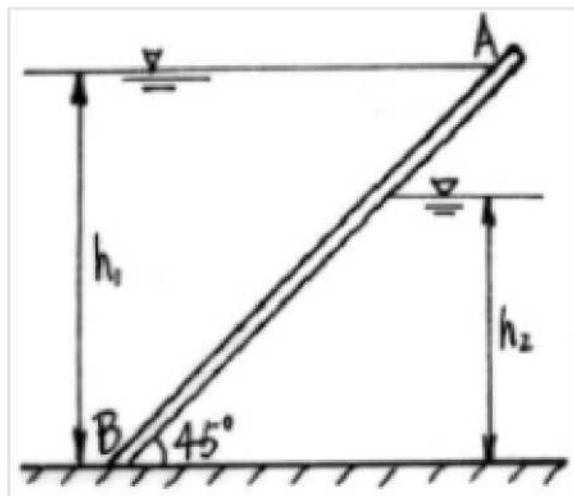


图1

P_2 _门₂ b = (m - h_2) BE b =9.8 (3 -2) 2.828 1 = 27.71(KN)

1 1

ED_2 = 2 EB p 2.828 二 1.414(m)

AD^ = AE ED; = 1414 1414 二 2.828(m)

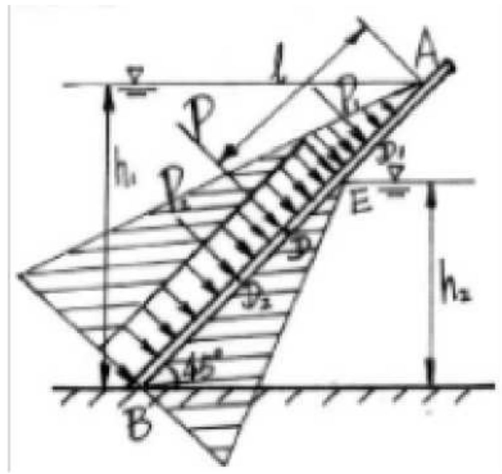


图2

静水总压力:

p F_2=6.93 27.71 =34.64(KN)

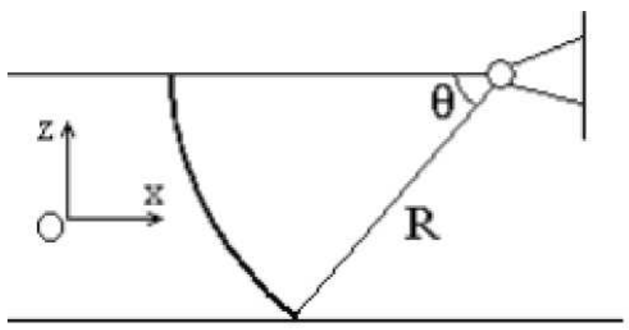
设合力的作用点 **D**距**A**点的距离为**l**, 则由合力矩定理:

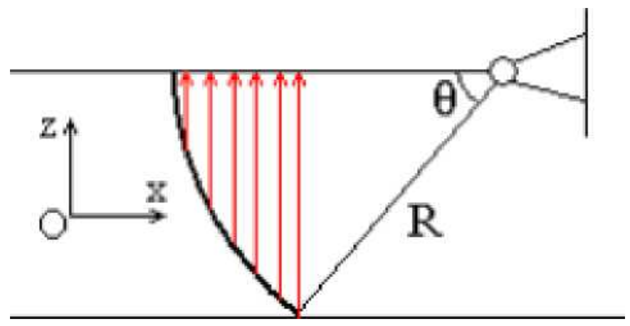
P」=P 'AD<| + P_2 AD_2

$\frac{P_1 \blacksquare AD_1 \blacksquare P_2 \blacksquare AD_2}{P}$ $\frac{6.93}{0.943}$ =2.45 m

即, 静水总压力的作用点 **D**距**A**点的距离为**2.45m**。

例10: 如图，一挡水弧形闸门，宽度为 b （垂直于黑板）， 圆心角为0 ，半径为R,水面与绞轴平齐。试求静水压力的水平分量 F_x与铅垂分量F_z。





解: $F_x = \gamma \frac{1}{2} R\sin\theta \cdot bR\sin\theta$

压力体如图所示: F_z $2n^n$ --Rs in 0 Rcos 0 2

例11: 一球形容器由两个半球铆接而成 （如图**1** 所示），铆钉有**n**个，内盛重度为 的液体，求每一铆钉所受的拉力。

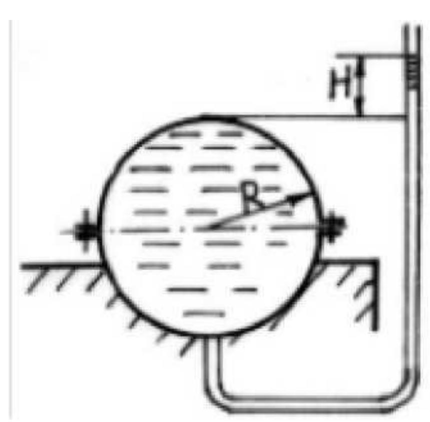


图 1

解：如图**2**所示，建立坐标系 xoyz取球形容器的上半球面 **ABC**作为研究对象，显然由于 **ABC**在**yoz**平面上的两个投影面大小相等、方向相反，故**x**方向上的静水总压力 P_x=0 ;同理P_y=0。

即：**ABC**仅受铅垂方向的静水总压力 巳二V_P

而：$V_P = V_{园柱} - V_{半球}$

$=\pi R^2(R+H)-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi R^3=\pi R^2(R+H)-\frac{2}{3}\pi R^3$ v = 2y, w = 5-z。求

$=\pi R^2(R+H-\frac{2}{3}R)=\pi R^2(H+\frac{R}{3})$

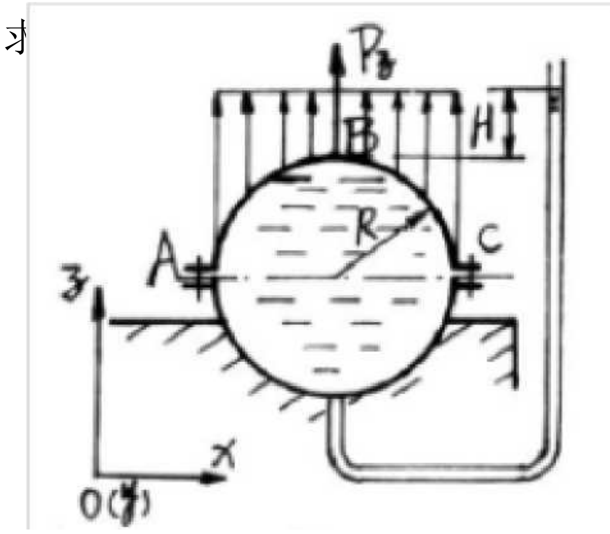


图2

故：$P_z=V\rho=\rho\pi R^2(H+\frac{R}{3})$ 方向铅垂向上，即铆钉受拉力。

每一铆 钉 所 受 的 拉 力 为：

$F_z=\frac{P_z}{n}=\frac{1}{n}\rho\pi R^2(H+\frac{R}{3})$

第三章

例 1：已知 u = — (y+t2)， v =x+t， w =0。 求**t=2**，经过点（**0**，**0**）的流线方程。

解：**t=2** 时， **u =— (y+4)**，**v =x+2**，**w =0** 流线微分方程：$\frac{dx}{-(y+4)}=\frac{dy}{x+2}$

$\frac{1}{2}(x+2)^2+\frac{1}{2}(y+4)^2=C$

流线过点（**0**，**0**） ∴ **c=10**

流线方程为： **$(x+2)^2+(y+4)^2=20$**

例**2**：已知某流场中流速分布为： **u = -x**，**v = 2y**，**w = 5-z**。求流线方程

解：流线微分方程为：$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w}$ $\frac{dx}{-x}=\frac{dy}{2y}=\frac{dz}{5-z}$

$\frac{dx}{x}=\frac{1}{2}\cdot\frac{d(2y)}{2y}=\frac{d(5-z)}{5-z}$

$\begin{cases}\frac{dx}{x}=\frac{1}{2}\frac{d(2y)}{2y}\\ \frac{dx}{x}=\frac{d(5-z)}{5-z}\end{cases}$

由上述两式分别积分，并整理得 $\begin{cases}x\sqrt{y}=C_1 & ①\\ xC_2z-5C_2=0 & ②\end{cases}$

即流线为曲面$x\sqrt{y}$和平面$xC_2z-5C_2=0$的交线。将（x,y,z） = （2,4,1）代入①可确

定C_1和C_2：

故通过点（**2,4,1**）的流线方程为: xjy =4

2x z - 5 = 0

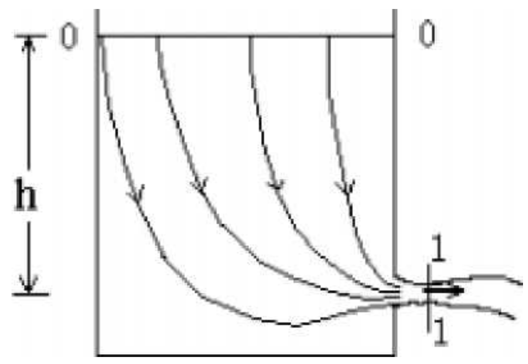
例3.求小孔出流的流量：

解：如图，对断面 **0-0**和断面**1-1**列伯努利方程，不计能量损失，有:

Pa aV1

Zo - Po aOV o z1

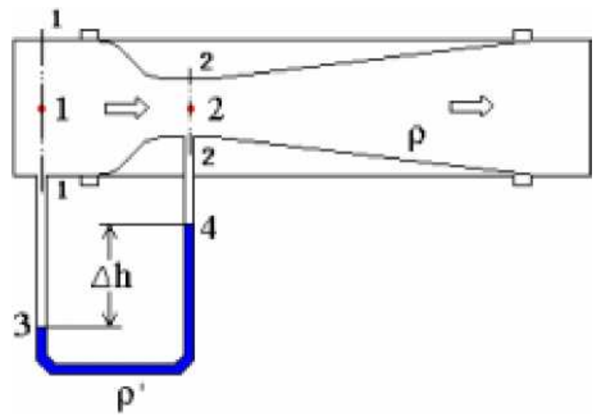
Y 2g



Vi二 2g Zo - 乙二.2gh

上式中：**A**为小孔的面积，」**A**为**1-1**断面的面积。

例4.用文丘里流量计测定管道中的流量:



解：如图，在1-1及2-2断面列伯努利方程，不计能量损失有:

2 2

P也 Z2止尬由于: V1A1二V2A2

Y 2g Y 2g

故:瞪 1-A2; Z1+P Z2+盘

2g 1 A1 丿 < 1 丫 丿

又; P1 YZ^Z^ = P2 YZ2 —Z4 ' Y Z4 - Z3

二 乙+P =Z2 +旦 +虫 T ：zt —Z3)=Z2+卫2 + — -1 ； Z4 -Z3)

Y 丫 IY 丿 丫 IP 丿

V; 1 Ap (P \

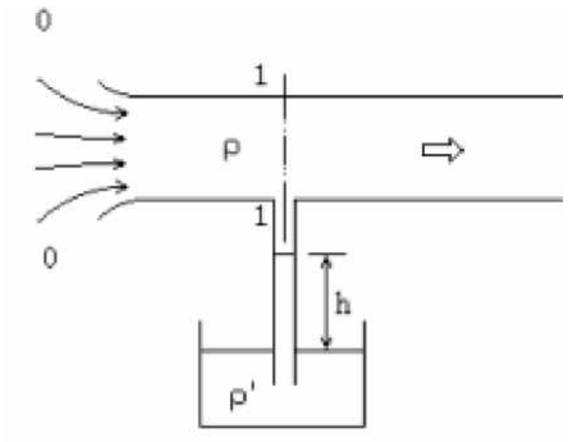
二 —1-兮=丄-1師

2g ¡ A 丿 IP 丿

$a? = \dfrac{P' \; p \; 12gJ}{1 —(A_{? Al})}$ $\qquad Q = N2A_2$

上考虑能量损失及其它因素所加的系数。 **<1**。

例 5:输气管入口，已知： p ’ =1000kg/m³，p =1.25kg/m ³，d = 0.4m，h = 30mm。求:



Q = ?

解：对0—0和1 — 1断面列伯努利方程，不计损失，有: $z_0 + \frac{p_a}{\gamma} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}$

又因为： $_{oa}$=1.0, $Z_o = Z_1$, $\qquad P_1$ 丫h 二 P_a

$Q = V_1 \frac{n^2}{4} = 2.737 m^3/s$

V_1 二 丫2gh 二 ^{p}2gh =21.784m/s

例6:如图，已知：V, ＞ A_1、A_2 ； 0；相对压强p_1 ;且管轴线在水平面内，试确定水流对弯管的作用力。

解：对1-1及2-2断面列伯努利方程，不计水头损失，有:

且：$Q=V_1A_1=V_2A_2$

Y ^{2}g Y ^{2}g

可求出：V_2和p_2。

在**x**方向列动量方程，有: $\quad F_x$ ' P_1A P_2A_2 c 0 0 = pQ (V_2 c 0 0 — Vj

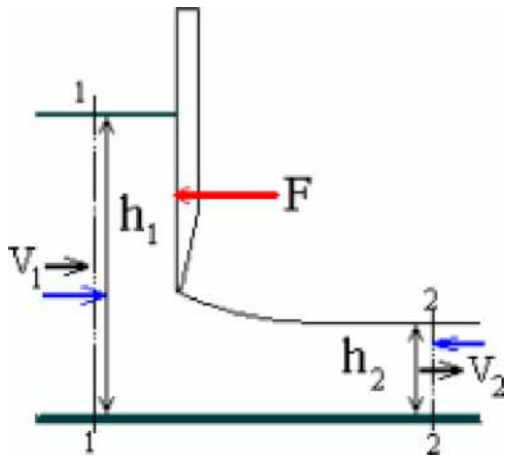
$F_x = P_{1A} - P_2A_2 \cos \qquad pQ(V_2 \cos_0 - Vj$

$F_y - P_2A_2 \sin_0 = QV_2 \sin 0$

在**y**方向列动量方程，有:

F_y 二 $P_2A_2 \sin 0 \quad pQV_2 \sin 0$

例7:水渠中闸门的宽度 $B = 3.4m$。闸门上、下游水深分别为 $h_1 = 2.5m$, $h_2 = 0.8m$,
求：固定闸门应该施加的水平力 F。



解：对**1-1**及**2-2**断面列伯努利方程, 不计水头损失，有:

h_1 -Pa

Y 2g

2

Pa上

Y 2g

又： Q 二ViҺiB 二VzhzB

以上两式联解，可得: V

所以：Q = $16.575m^3/s$

在水平方向列动量方程，有: -F JQ(V₂ -vj

故： F=24812N

F 二肓(h; -h;) - QM - V₁)

例**8** :嵌入支座内的一段输水管，其直径由 **d_i为1.5m**变化到 **d_2为1m**（见图**1**），当支座前的压强**P_1 = 4**个工程大气压（相对压强），流量Q为**$1.8m^3/s$**时，试确定渐变段支座所受的轴向力 **R**, 不计水头损失。

解：由连续性方程知:

$\frac{4\ 1.8}{一\ 1.5^2} = 1.02(m/s)$ V^ — $\frac{4\ 1.8}{>\ 1^2}$ =2.29(m

31 d

4

在**1-1**及**2-2**两断面列伯努利方程 (不计损失，用相对压强)

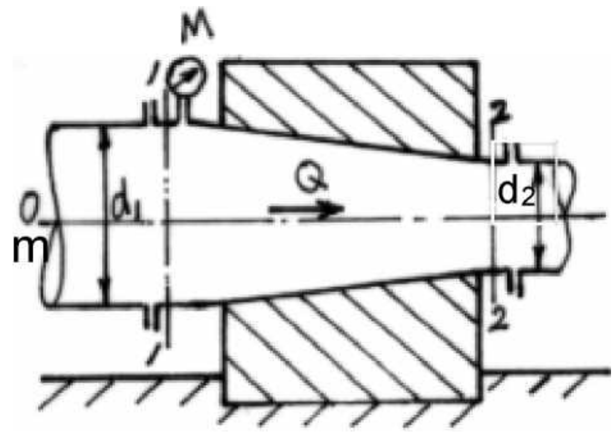
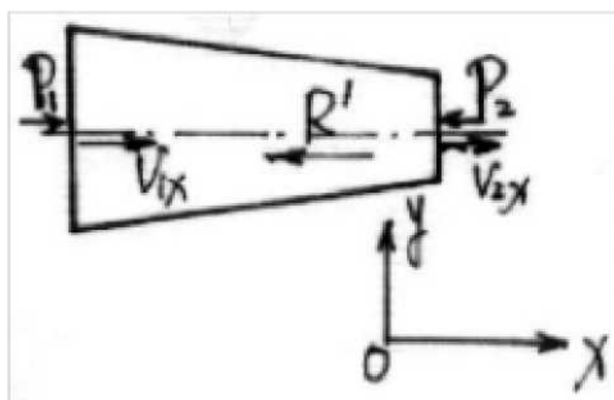


图1

图2



0日 凶 $\frac{2\ 2}{2g}$ 0从 汇 2g 耻r「$_2$=1.0 1 2

P_2 $P_1 + \frac{V_1^2\ V_2^2}{}$

$P_2 = P_1 + P\ (Vj\ M)$
2

1 2 2
-4 9.8 10 — $(1.02^2$ -2.29^2)
2

二 389.9(KN / m^2)

而 $P_T = 4\ 9.8\ 10 = 392(KN/m^2)$

摩擦取力矩M以如图2建立坐标系**xoy**。 Q

兀人 d 2

P_i $\frac{d_i^2}{4}$ $P_i =$ 二 1.5 ^{2} 4 - 392 =692.7(KN) $.P_{ix}$ 二 R 二 692.7KN

1^2

P nd；

B 二〒 P^2 二 4 389.9 =306.2(KN) $.P_{2x}$ 一P_2 一306.2KN

$V_{ix} = V_i = 1.02(m/s)$; $V_{2x} = V_2 = 2.29(m/s)$

显然，支座对水流的作用力 R的作用线应与**x**轴平行。设R的方向如图**2**所示：

R_x —R

在**X**轴方向列动量方程： $2F_x = g($ »2x - [V_{ix})

取：直二 3 =i.0,贝U： P_{ix} Bx R_x 二 $PQ(V_{2x} - V_{ix})$

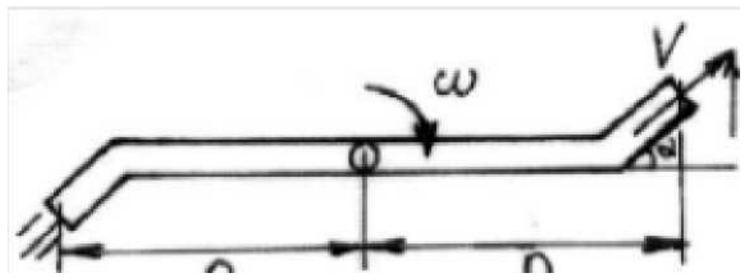
即： 692.7 -306.2 -RT i.8 (2.29-i.02)

R = 384.2 (KN) (方向水平向左)

例**9**：如图所示一水平放置的具有对称臂的洒水器, 旋臂半径 R = 25cm, 喷嘴直径 d = 1cm, 喷嘴倾角45°，若总流量Q = 056 l /s。求:

(i)不计摩擦时的最大旋转角速度■ o

(2)若旋臂以. =5 rad / s作匀速转动，求此时的



图

解：每个喷嘴的流量: $Q = \frac{Q}{2} = 0.281/s$

(i)显然，喷嘴喷水时，水流对洒水器有反击力的作用，在不计磨擦力的情况下，要维持洒水器为等速旋转，此反击力对转轴的力矩必须为零。即要求喷水的绝对速度方向为径向，亦即喷水绝对速度的切向分量应为零。

故：V sin ： - u = 0

式中V为喷水相对速度, 二d 4_°28_吁= 3.565(m/s)

u为园周速度:

$.R = Vsin: = 3.565 \sin 45^\circ \ 252$ $\bullet$二 $\frac{Vsin:}{R} = 竺 = 10.08(rad/s)$ R 0.25

故，不计摩擦时的最大旋转角速度为 10.08rad/s 。

(2) 当• =5 rad /s时，洒水器喷嘴部分所喷出的水流绝对速度的切向分量为：

$$V \sin:-u = V\sin二-R = 3565 \sin 45^\circ \ -0.25 \ 5 = 127 \ (m/s)$$

列动量矩方程，求喷嘴对控制体作用的力矩：

$$M = 2「Q(V\sin: \ -u)R-0」Q(V\sin: -u)R$$

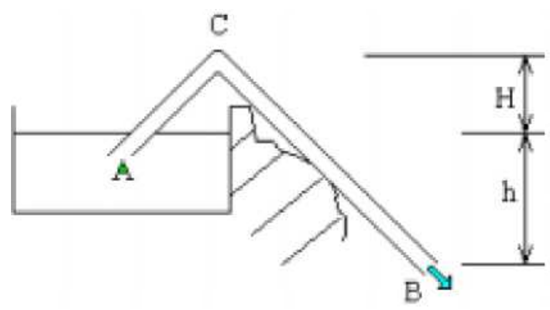
$$= 1 \ 0.56 \ 10" \ (3.565 \sin 45^\circ \ 0.25 \ 5) \ 0.25 = 0.18 \ 10"(KN \ m) = 0.18N \ m$$

由于匀速转动，故：此时旋臂的功率为

P=M 』：=0.18 5=0.9(W)。

第四章

例1：有一虹吸管，已知： d = 0.1m, h_{wA}=2.12m， h_{wc}=3.51m,h=6.2m,H=4.85m。求：Q=? P_a— P_c = ?



解：1).对水池液面和管道出口断面列伯努利方程，有：

、/ 2

h

2g

W_{ACB}

$$V \ f \ 2g(h_{-IXACB}) = 3.344m/s$$

$Q = VA = 0.02626m^3/s$。

2).对水池液面和管道 C断面列伯努利方程，有：

wAC

P_a 一 P_c 二 73946Pa

例2：圆截面输油管道： 已知:L=1000m ,d=0.15m, $p_1-p_2=0.965 \times 10^6$ Pa, p =920kg/m^3，v = 4 x 10^{-4}nf/s，试求流量 Q。

解: =0.368(Pa.s) h_f

在两断 $P_1 - P_2\ P_1 - P_2$

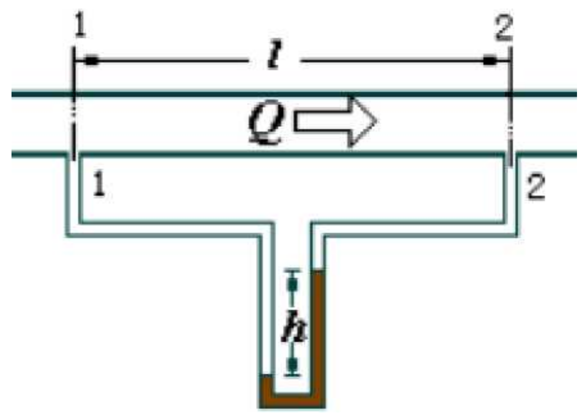
$\curlyvee =$ Pg

r_o^2 假设流态为层流, $\frac{u_{max}}{2}$ $\frac{J}{8\mu} r_o^2$ 8」

Re =四=691 故假设成立。

$Q = V$ ·_d 0.0326(m^3/s) $\frac{2}{4}$

例3:测量动力粘度的装置。



已知：L=2m,d=0.006m, Q=7.7 X$10^{-6}$$m^3$/s, h=0.3m , p =900kg/$m^3$, p'=13600kg/m ^{3}。试求动力粘度 卩。

解：假设流态为层流 V =Q = 0.27233m/s A

由于：$P_1 - P_2$ =(p•- p)gh =37364.7Pa

而: $\frac{P_1 - P_2}{}$ =hf A $\frac{l\ V^2}{}$ $P_1 - P_2$ E3*36

Re $\frac{64}{\lambda}$ 19.05 假设成立

Re=腔 (1

□ = $\frac{}{Re}$ = 0.0772 Pa s

例 4：水管：d=0.2m, 20.2mm,

V 1.5 10"m^2/s°Q=5 10“m^3/s,0.02m^3/s,0.4m^3/s。求沿程损失系数■。