湖北省高中名校联盟 2024 届高三第四次联合测评

数学试卷

本试卷共 4 页，19 题.满分 150 分.考试用时 120 分钟.

★祝考试顺利★

注意事项：

1.答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置.

2.选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

3.非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内.写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

4.考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要

求的.

1. 已知复数 z 满足 $z+z\mathrm{i}=\mathrm{i}$，则 $z=$（　　）

A. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C. $1+\mathrm{i}$　　D. $1-\mathrm{i}$

2. 已知集合 $A=\left\{x\in\mathbf{R} \mid x^2-2x-3>0\right\}$，集合 B 满足 $B\subseteq A$，则 B 可以为（　　）

A. $[-1,3]$　　B. $(-\infty,-1]$　　C. $(-\infty,-1)$　　D. $(-\infty,3)$

3. 某校举行“云翔杯”学生篮球比赛，统计部分班级的得分数据如下.

班级	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	28	34	34	30	26	28	28	32

则（　　）

A. 得分的中位数为 28　　B. 得分的极差为 8

C. 得分的众数为 34　　D. 得分的平均数为 31

4. 已知 m，n 是不同的直线，α，β 是不同的平面，则（　　）

A. 若$\alpha//\beta$，$m//\alpha$，$n//\beta$，则$m//n$

B. 若$\alpha//\beta$，$m\perp\alpha$，$n//\beta$，则$m//n$

C. 若$\alpha\perp\beta$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则$m\perp n$

D. 若$\alpha\perp\beta$，$m//\alpha$，$n//\beta$，则$m\perp n$

5. 在$\triangle ABC$中，若$AC^2+BC^2=5AB^2$，则$\dfrac{\tan C}{\tan A}+\dfrac{\tan C}{\tan B}=$（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. 已知$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列，$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=10$，$a_1a_2a_3a_4a_5a_6=8$，则

$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\dfrac{1}{a_4}+\dfrac{1}{a_5}+\dfrac{1}{a_6}=$（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

7. 过抛物线C：$y^2=4x$的焦点F作直线l_1，l_2，其中l_1与C交于M，N两点，l_2与C交于P、Q两点，则$\dfrac{1}{|FM|}+\dfrac{1}{|FN|}+\dfrac{1}{|FP|}+\dfrac{1}{|FQ|}=$（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

8. 若$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2\geq-\frac{1}{2}\cos 2\omega x+\frac{1}{2}$，则实数$\omega$的最大值为（　　）

A. 1　　B. 0　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分

9. 已知双曲线E：$\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$过点$P(4,\sqrt{3})$，则（　　）

A. 双曲线E的实轴长为4

B. 双曲线E的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. 双曲线E的渐近线方程为$y=\pm 2x$

D. 过点P且与双曲线E仅有 1 个公共点的直线恰有 1 条

10. 张同学从学校回家要经过 2 个路口，假设每个路口等可能遇到红灯或绿灯，每个路口遇到红绿灯相互独立，记事件A：“第 1 个路口遇到绿灯”，事件B：“第 2 个路口遇到绿灯”，则（　　）

A. $P(A)=\dfrac{1}{2}$

B. $P(AB)=\dfrac{1}{4}$

C. $P(B|\overline{A})=\dfrac{1}{4}$　　　　D. $P(A+B)=\dfrac{3}{4}$

11. 已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f\left(x\right)$，对任意$x,y\in\mathbf{R}$有$f\left(x+y\right)=f\left(x\right)+f\left(y\right)$，其中$f(1)=\dfrac{1}{2}$；当$x>0$时，$f\left(x\right)>0$，则（　　）

A. $f\left(x\right)$为$\mathbf{R}$上的单调递增函数

B. $f\left(x\right)$为奇函数

C. 若函数$f\left(x\right)$为正比例函数，则函数$g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{\mathrm{e}^x}$在$x=0$处取极小值

D. 若函数$f\left(x\right)$为正比例函数，则函数$h(x)=f(x)-2\sin x-1$只有一个非负零点

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分

12. 已知向量$\vec{a}=\left(k,2\right)$，$\vec{b}=\left(2,1\right)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数$k=$___________.

13. 已知三棱锥$A-BCD$的四个顶点都在球O的球面上，且$AB=CD=\sqrt{5}$，$AC=BD=\sqrt{10}$，$AD=BC=\sqrt{13}$，则球O的半径为__________.

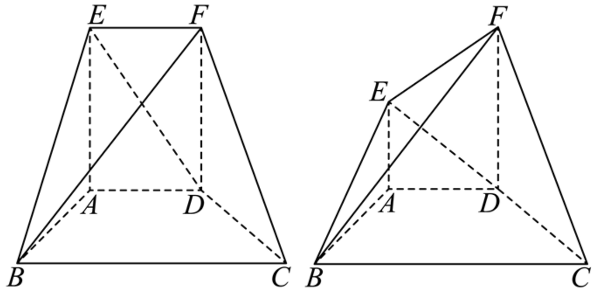
14. 已知直线l_1与曲线$y=a\mathrm{e}^x$和$y=\ln x-\ln a$都相切，倾斜角为α，直线l_2与曲线$y=a\mathrm{e}^x$和$y=\ln x-\ln a$都相切，倾斜角为β，则$\tan\alpha+4\tan\beta$取最小时，实数a的值为_______________.

四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. （1）求证：$\dfrac{\sin1^\circ}{\sin k^\circ\sin\left(k+1\right)^\circ}=\dfrac{\cos k^\circ}{\sin k^\circ}-\dfrac{\cos\left(k+1\right)^\circ}{\sin\left(k+1\right)^\circ}$；

（2）求值：$\dfrac{1}{\cos0^\circ\cos1^\circ}+\dfrac{1}{\cos1^\circ\cos2^\circ}+\cdots+\dfrac{1}{\cos44^\circ\cos45^\circ}$.

16. 如图，$AE\perp$平面$ABCD$，E,F在平面$ABCD$的同侧，$AE//DF$，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$AD=AB=\dfrac{1}{2}BC=1$.



（1）若 B,E,F,C 四点在同一平面内，求线段 EF 的长；

（2）若 $DF=2AE$，平面 BEF 与平面 BCF 的夹角为 $30°$，求线段 AE 的长.

17. 已知函数 $f(x)=xe^x$.

（1）求 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（2）若关于 x 的不等式 $f(x)+f(1-x)\geq a$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

18. 已知椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，直线 l_1 与 E 交于 $M\left(-4,0\right)$，$N\left(-2,2\right)$ 两点，点 P 在线段 MN 上（不含端点），过点 P 的另一条直线 l_2 与 E 交于 A，B 两点.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）若 $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{PN}$，$\overrightarrow{AP}=(7-4\sqrt{3})\overrightarrow{PB}$，点 A 在第二象限，求直线 l_2 的斜率；

（3）若直线 MA，MB 的斜率之和为 2，求直线 l_2 的斜率的取值范围.

19. 组合投资需要同时考虑风险与收益．为了控制风险需要组合低风险资产，为了扩大收益需要组合高收益资产，现有两个相互独立的投资项目 A 和 B，单独投资 100 万元项目 A 的收益记为随机变量 X，单独投资 100 万元项目 B 的收益记为随机变量 Y．若将 100 万资金按 $\lambda A+\left(1-\lambda\right)B$ 进行组合投资，则投资收益的随机变量 Z 满足 $Z=\lambda X+\left(1-\lambda\right)Y$，其中 $0\leqslant\lambda\leqslant 1$．假设在组合投资中，可用随机变量的期望衡量收益，可用随机变量的方差衡量风险.

（1）若 $Y\sim B\left(100,0.03\right)$，$\lambda=0$，求 Z 的期望与方差；

（2）已知随机变量 X 满足分布列：

X	x_1	x_2	x_3	…	x_k	…	x_n
$P\left(X\right)$	$P\left(X=x_1\right)$	$P\left(X=x_2\right)$	$P\left(X=x_3\right)$	…	$P\left(X=x_k\right)$	…	$P\left(X=x_n\right)$

随机变量 Y 满足分布列：

Y	y_1	y_2	y_3	…	y_k	…	y_m
$P\left(Y\right)$	$P\left(Y=y_1\right)$	$P\left(Y=y_2\right)$	$P\left(Y=y_3\right)$	…	$P\left(Y=y_k\right)$	…	$P\left(Y=y_n\right)$

且随机变量 X 与 Y 相互独立，即 $P\left(X=x_i,Y=y_i\right)=P\left(X=x_i\right)\cdot P\left(Y=y_i\right)$，$Z=\lambda X+\left(1-\lambda\right)Y$，

$D(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-E(X))^2\cdot p_i=E(X-E(X))^2$．求证：$D(Z)=\lambda^2D(X)+(1-\lambda)^2D(Y)$；

（3）若投资项目X是高收益资产，其每年的收益满足：有30%的可能亏损当前资产的一半；有70%的可能增值当前资产的一倍．投资项目Y是低风险资产，满足$Y\sim B(100,0.03)$．试问$\lambda=0.3$能否满足投资第1年的收益不低于17万，风险不高于500？请说明理由．

参考答案

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要

求的.

1. 已知复数z满足$z+z\mathrm{i}=\mathrm{i}$，则$z=$（　　）

A. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C. $1+\mathrm{i}$　　D. $1-\mathrm{i}$

【答案】A

【解析】

【分析】运用复数的运算规律直接求解.

【详解】因为$z+z\mathrm{i}=\mathrm{i}$，所以$z(1+\mathrm{i})=\mathrm{i}$，所以$z=\frac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{\mathrm{i}(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$.

故选：A

2. 已知集合$A=\{x\in\mathbf{R}|\ x^2-2x-3>0\}$，集合$B$满足$B\subseteq A$，则$B$可以为（　　）

A. $[-1,3]$　　B. $(-\infty,-1]$　　C. $(-\infty,-1)$　　D. $(-\infty,3)$

【答案】C

【解析】

【分析】解一元二次不等式化简集合A，再利用集合的包含关系列式求解即得.

【详解】解不等式$x^2-2x-3>0$，得$x<-1$或$x>3$，则$A=(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$，而$B\subseteq A$，

对于A，$0\in[-1,3],0\notin A$，A不是；

对于B，$-1\in(-\infty,-1],-1\notin A$，B不是；

对于 C，$(-\infty,-1)\subseteq A$，C 是；

对于 D，$0\in(-\infty,3), 0\notin A$，D 不是.

故选：C

3. 某校举行“云翔杯”学生篮球比赛，统计部分班级的得分数据如下.

班级	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	28	34	34	30	26	28	28	32

则（　　）

A. 得分的中位数为 28　　B. 得分的极差为 8

C. 得分的众数为 34　　D. 得分的平均数为 31

【答案】B

【解析】

【分析】将得分数据从小到大排列，再计算出中位数、极差、平均数、众数，即可判断.

【详解】将得分数据从小到大排列为：26，28，28，28，30，32，34，34，

所以中位数为$\frac{28+30}{2}=29$，故 A 错误；

极差为$34-26=8$，故 B 正确；

众数为28，故 C 错误

平均数为$\frac{26+28\times 3+30+32+34\times 2}{8}=30$，故 D 错误.

故选：B.

4. 已知 m，n 是不同的直线，α，β 是不同的平面，则（　　）

A. 若$\alpha//\beta$，$m//\alpha$，$n//\beta$，则$m//n$　　B. 若$\alpha//\beta$，$m\perp\alpha$，$n//\beta$，则$m//n$

C. 若$\alpha\perp\beta$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则$m\perp n$　　D. 若$\alpha\perp\beta$，$m//\alpha$，$n//\beta$，则$m\perp n$

【答案】C

【解析】

【分析】由面面平行，线面平行的性质可得 A 错误；由面面平行，线面垂直的性质可得 B 错误；由面面垂直，线面垂直的性质可得 C 正确；由面面垂直，线面平行的性质可得 D 错误.

【详解】A：若$\alpha//\beta$，$m//\alpha$，$n//\beta$，则$m//n$或m,n异面或m,n相交，故 A 错误；

B：若$\alpha // \beta$，$m \perp \alpha$，$n // \beta$，则$m \perp n$，故 B 错误；

C：若$\alpha \perp \beta$，$m \perp \alpha$，$n \perp \beta$，则$m \perp n$，故 C 正确；

D：若$\alpha \perp \beta$，$m // \alpha$，$n // \beta$，则$m \perp n$或m,n相交，或m,n异面，故 D 错误；

故选：C.

5. 在$\triangle ABC$中，若$AC^2 + BC^2 = 5AB^2$，则$\dfrac{\tan C}{\tan A} + \dfrac{\tan C}{\tan B} =$（　　）

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用余弦定理结合正弦定理化边为角，再化简即可得解.

【详解】由余弦定理得：$\cos C = \dfrac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC} = \dfrac{4AB^2}{2AC \cdot BC} = \dfrac{2\sin^2 C}{\sin A \sin B}$，

$$\therefore \frac{\tan C}{\tan A} + \frac{\tan C}{\tan B} = \tan C\left(\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\cos B}{\sin B}\right) = \frac{\sin A\cos B + \cos A\sin B}{\sin A\sin B} \cdot \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\sin^2 C}{\sin A\sin B\cos C}$$

$$= \frac{\sin^2 C}{\sin A\sin B\dfrac{2\sin^2 C}{\sin A\sin B}} = \frac{1}{2}.$$

故选：B.

6. 已知$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列，$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 10$，$a_1a_2a_3a_4a_5a_6 = 8$，则

$\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \dfrac{1}{a_3} + \dfrac{1}{a_4} + \dfrac{1}{a_5} + \dfrac{1}{a_6} =$（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

【答案】D

【解析】

【分析】由已知得$a_1\dfrac{q^6 - 1}{q - 1} = 10$及$a_1^2q^5 = 2$，代入问题化简计算即可.

【详解】由题设易知，公比$q \ne 1$，设$a_n = a_1q^{n-1}$，

从而由$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 10$得，$a_1 \cdot \dfrac{q^6 - 1}{q - 1} = 10$，

由 $a_1a_2a_3a_4a_5a_6=8$ 得， $a_1^2q^5=2$ ，

则 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5}+\frac{1}{a_6}=\frac{1}{a_1}\cdot\frac{1-\frac{1}{q^6}}{1-\frac{1}{q}}=\frac{1}{a_1^2q^5}\cdot\frac{a_1\left(q^6-1\right)}{q-1}=\frac{10}{2}=5$,

故选：D.

7. 过抛物线 C： $y^2=4x$ 的焦点 F 作直线 l_1， l_2，其中 l_1 与 C 交于 M，N 两点，l_2 与 C 交于 P、Q 两点，则 $\frac{1}{|FM|}+\frac{1}{|FN|}+\frac{1}{|FP|}+\frac{1}{|FQ|}=$（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】设出直线方程，与抛物线方程联立，设 $M\left(x_1,y_1\right)$， $N\left(x_2,y_2\right)$，结合根与系数的关系和抛物线定义化简 $\frac{1}{|MF|}+\frac{1}{|NF|}$，同理得 $\frac{1}{|FP|}+\frac{1}{|FQ|}$，得解.

【详解】由题意知 l_1 的斜率不为 0，

设 $l_1:x=my+1$ 与 $y^2=4x$ 联立，得 $y^2-4my-4=0$，

因直线过焦点，所以 $\Delta>0$，

设 $M\left(x_1,y_1\right)$， $N\left(x_2,y_2\right)$，则 $y_1+y_2=4m$， $y_1y_2=-4$，

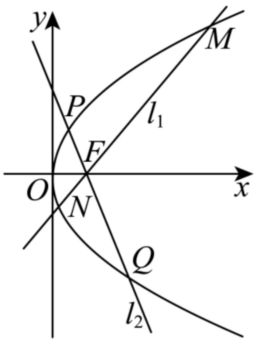
于是 $\frac{1}{|MF|}+\frac{1}{|NF|}=\frac{1}{x_1+1}+\frac{1}{x_2+1}=\frac{x_1+x_2+2}{\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right)}=\frac{x_1+x_2+2}{x_1x_2+x_1+x_2+1}$,

而 $x_1x_2=\left(my_1+1\right)\left(my_2+1\right)=m^2y_1y_2+m\left(y_1+y_2\right)+1=-4m^2+4m^2+1=1$,

所以 $\frac{1}{|MF|}+\frac{1}{|NF|}=\frac{x_1+x_2+2}{x_1x_2+x_1+x_2+1}=1$,

同理 $\frac{1}{|FP|}+\frac{1}{|FQ|}=1$， 所以 $\frac{1}{|FM|}+\frac{1}{|FN|}+\frac{1}{|FP|}+\frac{1}{|FQ|}=2$.

故选：B.



8. 若 $\forall x\in\mathbf{R}$， $x^2\geq -\frac{1}{2}\cos 2\omega x+\frac{1}{2}$，则实数 ω 的最大值为（　　）

A. 1　　　　B. 0　　　　C. $\frac{\pi}{3}$　　　　D. $\frac{\pi}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】首先根据两角和公式化简可得 $x^2\geq\sin^2\omega x$，由 $y=x,y=\sin\omega x$ 都为奇函数且 $|\sin\omega x|\leq 1$，只需 $\forall x\in[0,1]$， $x\geq\sin\omega x$ 即可，可变为 $\omega\leq\frac{\omega x}{\sin\omega x}$，再设函数 $g(x)=x-\sin x$，得到经典不等式 $x\geq\sin x$ 即可得到答案. .

【详解】因为 $y=-\frac{1}{2}\cos 2\omega x+\frac{1}{2}$ 为偶函数，不妨先取 $\omega>0$，

由 $x^2\geq-\frac{1}{2}\cos2\omega x+\frac{1}{2}$ 得 $x^2\geq\sin^2\omega x$，即 $|x|\geq|\sin\omega x|$，

根据 $y=\sin\omega x$ 为奇函数，且其值域为 $[-1,1]$，

则只需 $\forall x\in[0,1]$， $x\geq\sin\omega x$，

则 $\omega x\geq\omega\sin\omega x$，当 $\sin\omega x\leq 0$ 时，不等式恒成立，

当 $\sin\omega x>0$ 时， $\omega\leq\frac{\omega x}{\sin\omega x}$，

令 $g(x)=x-\sin x$， $x>0$，

则 $g'(x)=1-\cos x\geqslant 0$，则 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

则 $g(x)>g(0)=0$. 则 $x>\sin x$，则 $\frac{\omega x}{\sin\omega x}>1$，则 $0<\omega\leq 1$，

而 $\omega=0$ 时， $x\geq 0$ 在 $x\in[0,1]$ 上恒成立；

当 $\omega=1$ 时，根据 $g(x)=x-\sin x$ 单调性知 $x\geq\sin x$ 在 $x\in[0,1]$ 上恒成立，

综上 ω 的最大值为 1.

故选：A.

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分

9. 已知双曲线 E：$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 过点 $P(4,\sqrt{3})$，则（　　）

A. 双曲线 E 的实轴长为 4

B. 双曲线 E 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. 双曲线 E 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$

D. 过点 P 且与双曲线 E 仅有 1 个公共点的直线恰有 1 条

【答案】AB

【解析】

【分析】由点在双曲线上代入可得双曲线方程，然后可得实轴长可判断 A 正确，由离心率的定义可得 B 正确，由渐近线方程可得 C 错误；由两条与渐近线平行，斜率相等，一条与双曲线相切，直曲联立，由判别式为零可得 D 错误.

【详解】由 $\frac{4^2}{a^2}-(\sqrt{3})^2=1$ 得 $a^2=4$，$\therefore \frac{x^2}{4}-y^2=1$.

对 A，$2a=4$，故 A 正确；

对 B，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，故 B 正确；

对 C，由 $\frac{x^2}{4}-y^2=0$ 得 $y=\pm\frac{1}{2}x$，故 C 错误；

对 D，有 3 条，两条与渐近线平行，分别为 $l_1: y-\sqrt{3}=-\frac{1}{2}\left(x-4\right)$，$l_2: y-\sqrt{3}=\frac{1}{2}\left(x-4\right)$，

第三条与双曲线相切，设切线的斜率为 k，

则 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}-y^2=1\\ y-\sqrt{3}=k\left(x-4\right)\end{cases}$，消去 y 可得 $x^2-4\left[k\left(x-4\right)+\sqrt{3}\right]^2=4$，

$\left(1-4k^2\right)x^2+\left(32k^2-8\sqrt{3}k\right)x-64k^2+32\sqrt{3}k-16=0$，$k\neq\pm\frac{1}{2}$，

令 $\Delta=0$，解得 $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $l_3: x-\sqrt{3}y-1=0$，故 D 错误.

故选：AB.

10. 张同学从学校回家要经过 2 个路口，假设每个路口等可能遇到红灯或绿灯，每个路口遇到红绿灯相互独立，记事件 A："第 1 个路口遇到绿灯"，事件 B："第 2 个路口遇到绿灯"，则（　　）

A. $P(A)=\frac{1}{2}$　　　　B. $P(AB)=\frac{1}{4}$

C. $P(B|\overline{A})=\frac{1}{4}$　　　　D. $P(A+B)=\frac{3}{4}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】A 选项，直接得到 $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$；B 选项，根据独立事件的概率乘法公式得到 B 正确；C 选项，利用独立事件概率乘法公式和条件概率得到答案；D 选项，根据 $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ 得到 D 正确.

【详解】对 A，$P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$，$\therefore$A 正确；

对 B，A，B 相互独立，$P(AB)=P(A)P(B)=\frac{1}{4}$，$\therefore$B 选项正确；

对 C，因为 A，B 相互独立，所以 $\overline{A},B$ 也互相独立，

故 $P(B|\overline{A})=\frac{P(B\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{P(B)P(\overline{A})}{1-P(A)}=\frac{\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)}{1-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$，$\therefore$C 选项错误；

对 D，$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{3}{4}$，$\therefore$D 选项正确.

故选：ABD.

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$，对任意 $x,y\in\mathbf{R}$ 有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$，其中 $f(1)=\frac{1}{2}$；当 $x>0$ 时，$f(x)>0$，则（　　）

A. $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调递增函数

B. $f(x)$ 为奇函数

C. 若函数 $f(x)$ 为正比例函数，则函数 $g(x)=\frac{f(x)}{\mathrm{e}^x}$ 在 $x=0$ 处取极小值

D. 若函数 $f(x)$ 为正比例函数，则函数 $h(x)=f(x)-2\sin x-1$ 只有一个非负零点

【答案】AB

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/108067124120006072