

# 抚顺一中 2024-2025 学年度高二年级上学期十月测试

## 数 学

命题：高二数学组 （考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

### 第I卷

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知点  $A(-3, 1, -4)$ ，则点  $A$  关于  $x$  轴的对称点的坐标为（ ）

- A.  $(-3, -1, 4)$     B.  $(-3, -1, -4)$   
 C.  $(3, 1, 4)$     D.  $(3, -1, -4)$

2. 设直线  $l$  的方向向量  $\vec{v} = (x, 1, 2)$ ，平面  $\alpha$  的法向量  $\vec{n} = (-1, 1, 2)$ ，若  $l \perp \alpha$ ，则  $x =$ （ ）

- A.  $-1$     B.  $0$     C.  $5$     D.  $4$

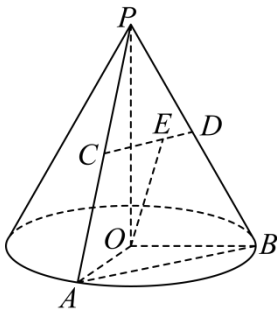
3. 直线  $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$  的倾斜角为（ ）

- A.  $\frac{\pi}{6}$     B.  $\frac{\pi}{4}$     C.  $\frac{\pi}{3}$     D.  $\frac{5\pi}{6}$

4. 设向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  不共面，则下列集合可作为空间的一个基底的是（ ）

- A.  $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{a}\}$     B.  $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{b}\}$     C.  $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{c}\}$     D.  $\{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\}$

5. 如图，在圆锥  $PO$  中，点  $A, B$  在底面圆周上，点  $C, D$  分别是母线  $PA, PB$  的中点， $\overline{CE} = 2\overline{ED}$ ，记  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OP} = \vec{c}$ ，则  $\overrightarrow{OE} =$ （ ）

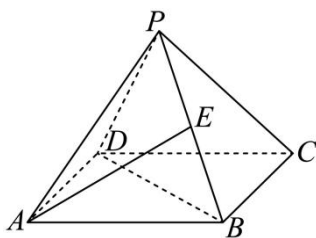


- A.  $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$     B.  $\frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$     C.  $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \vec{c}$     D.  $\frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

6. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1，且满足  $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{DA} + y\overrightarrow{DC} + (1 - x - y)\overrightarrow{DD_1}$ ，则  $|\overrightarrow{DE}|$  的最小值是（ ）

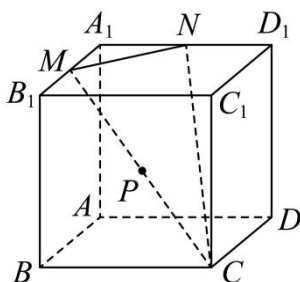
- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{2}{3}$

7. 如图所示的四棱锥  $P-ABCD$  中，底面  $ABCD$  为正方形，且各棱长均相等， $E$  是  $PB$  的中点，则异面直线  $AE$  与  $BD$  所成角的余弦值为 ( )



- A. 1                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

8. 如图，在棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $M$ ， $N$  分别是棱  $A_1B_1$ ， $A_1D_1$  的中点，点  $E$  在  $BD$  上，点  $F$  在  $B_1C_1$  上，且  $BE=CF$ ，点  $P$  在线段  $CM$  上运动，给出下列四个结论：



①当点  $E$  是  $BD$  中点时，直线  $EF \parallel$  平面  $DCC_1D_1$ ；

②直线  $B_1D_1$  到平面  $CMN$  的距离是  $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ；

③存在点  $P$ ，使得  $\angle B_1PD_1 = 90^\circ$ ；

④  $\triangle PDD_1$  面积的最小值是  $\frac{5\sqrt{5}}{6}$ 。

其中所有正确结论的个数是 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 在下列四个命题中，错误的有 ( )

- A. 坐标平面内的任何一条直线均有倾斜角和斜率

B. 直线  $x \sin \alpha + y + 2 = 0$  的倾斜角  $\theta$  的取值范围是  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$

C. 一条直线的斜率为  $\tan \alpha$ ，则这条直线的倾斜角为  $\alpha$

D. 直线  $y = 3x - 2$  在  $y$  轴上的截距为 2

10. 下列说法正确的是 ( )

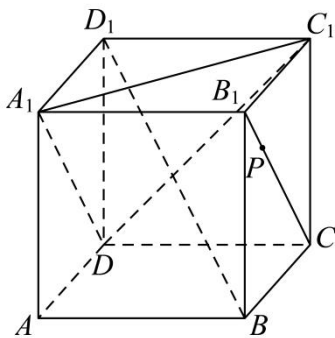
A. 空间中任意两非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$  共面

B. 直线的方向向量是唯一确定的

C. 若  $\vec{AB} = \lambda \vec{AC} + \mu \vec{AD}$  ( $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ )，则  $A, B, C, D$  四点共面

D. 在四面体  $ABCD$  中， $E, F$  为  $CB, CD$  中点， $G$  为  $EF$  中点，则  $\vec{AG} = -\frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{3}{4}\vec{AD}$

11. 如图，在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，点  $P$  在线段  $B_1C$  上运动，则下列结论正确的是 ( )



A. 直线  $BD_1 \perp$  平面  $A_1C_1D$

B. 三棱锥  $P - A_1C_1D$  的体积为定值

C. 异面直线  $AP$  与  $A_1D$  所成角的取值范围是  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$

D. 直线  $C_1P$  与平面  $A_1C_1D$  所成角的正弦值的最大值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

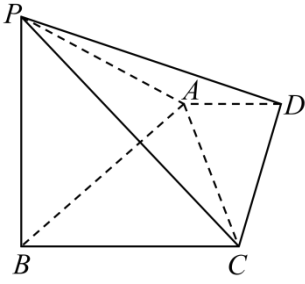
## 第II卷

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知空间向量  $\vec{a} = (2, -2, 1)$ ， $\vec{b} = (3, 0, 4)$ ，向量  $\vec{a}$  在向量  $\vec{b}$  上的投影向量坐标为\_\_\_\_\_.

13. 已知  $A(2, 4), B(1, 1)$ ，若直线  $l: kx + y + k - 2 = 0$  与线段  $AB$  有公共点，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 如图，在四棱锥  $P - ABCD$  中， $PB \perp$  平面  $ABCD$ ， $PB = AB = 2BC = 4$ ， $AB \perp BC$ ，则点  $C$  到直线  $PA$  的距离为\_\_\_\_\_.



四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

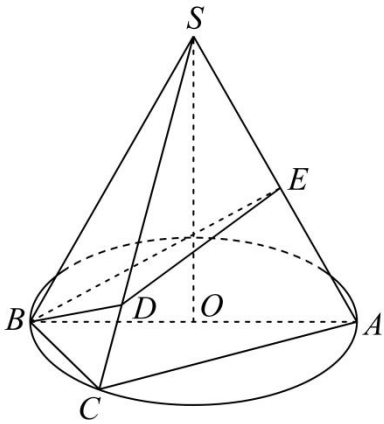
15. 已知空间中三点的坐标分别为  $A(3,0,-1)$ ,  $B(3,1,0)$ ,  $C(5,0,-2)$ , 且  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ .

- (1) 求向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  夹角的余弦值；
- (2) 若  $k\vec{a} + \vec{b}$  与  $\vec{a} - \vec{b}$  互相垂直，求实数  $k$  的值.

16. 求满足下列条件的直线方程.

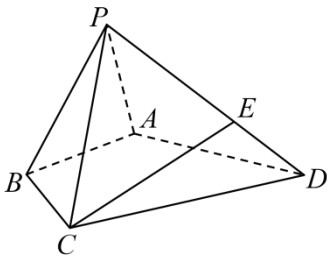
- (1) 经过点  $A(-1,-3)$ , 且斜率等于直线  $3x+8y-1=0$  斜率的 3 倍；
- (2) 过点  $M(0,4)$ , 且与两坐标轴围成的三角形的面积为 12.

17. 如图, 已知  $AB$  为圆锥  $SO$  底面的直径, 点  $C$  在圆锥底面的圆周上,  $BS = AB = 2$ ,  $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$ ,  $BE$  平分  $\angle SBA$ ,  $D$  是  $SC$  上一点, 且平面  $DBE \perp$  平面  $SAB$ .



- (1) 求证:  $SA \perp BD$ ;
- (2) 求平面  $EBD$  与平面  $BDC$  所成角的余弦值.

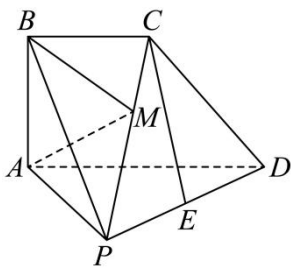
18. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面四边形  $ABCD$  满足  $AB = CB = \sqrt{2}$ ,  $AD = CD = \sqrt{5}$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ , 棱  $PD$  上的点  $E$  满足直线  $CE \parallel$  平面  $PAB$ .



(1) 求  $\frac{PE}{ED}$ ;

(2) 若  $PB = \sqrt{5}$ ,  $PD = 2\sqrt{2}$ , 且  $PA = PC$ , 求直线  $CE$  与平面  $PBC$  所成角的正弦值.

19. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 平面  $ABCD \perp$  平面  $PAD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AB = BC = PA = 1$ ,  $AD = 2$ ,  $\angle ADP = 30^\circ$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $E$  是  $PD$  的中点.



(1) 求证: 平面  $PDC \perp$  平面  $PAB$ ;

(2) 若点  $M$  在线段  $PC$  上, 异面直线  $BM$  和  $CE$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ , 求面  $MAB$  与面  $PCD$  夹角的余弦值.

弦值.

# 抚顺一中 2024-2025 学年度高二年级上学期十月测试

## 数 学

命题：高二数学组 （考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

### 第I卷

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知点  $A(-3, 1, -4)$ ，则点  $A$  关于  $x$  轴的对称点的坐标为 ( )

- A.  $(-3, -1, 4)$                                       B.  $(-3, -1, -4)$   
C.  $(3, 1, 4)$                                         D.  $(3, -1, -4)$

**【答案】** A

**【解析】**

**【分析】** 根据空间点关于坐标轴对称的知识确定正确选项.

**【详解】** 由题意可知：点  $A(-3, 1, -4)$  关于  $x$  轴的对称点的坐标为  $(-3, -1, 4)$ .

故选：A.

2. 设直线  $l$  的方向向量  $\vec{v} = (x, 1, 2)$ ，平面  $\alpha$  的法向量  $\vec{n} = (-1, 1, 2)$ ，若  $l \perp \alpha$ ，则  $x =$  ( )

- A. -1    B. 0    C. 5    D. 4

**【答案】** A

**【解析】**

**【分析】** 由法向量的概念结合向量共线定理即可求解.

**【详解】** 由  $l \perp \alpha$ ，则  $\vec{v} \parallel \vec{n}$ ，则存在非零常数  $\lambda$ ，使得  $\vec{v} = \lambda \vec{n}$ ，即 
$$\begin{cases} x = -\lambda \\ 1 = \lambda \\ 2 = 2\lambda \end{cases}$$
，解得  $x = -1$ .

故选：A.

3. 直线  $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$  的倾斜角为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$     B.  $\frac{\pi}{4}$     C.  $\frac{\pi}{3}$     D.  $\frac{5\pi}{6}$

**【答案】** D

**【解析】**

**【分析】** 利用斜率和倾斜角的关系即可求倾斜角.

【详解】设斜率为  $k$ ，倾斜角为  $\alpha$ ，

$$\because y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2}{3}\sqrt{3}, \therefore k = -\frac{\sqrt{3}}{3} = \tan \alpha, \alpha = \frac{5\pi}{6}.$$

故选：D.

4. 设向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  不共面，则下列集合可作为空间的一个基底的是 ( )

- A.  $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{a}\}$       B.  $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{b}\}$       C.  $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{c}\}$       D.  $\{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据空间向量的一组基底，要求三个向量不共面，判断选项即可.

【详解】易知  $2\vec{a} = (\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{b} - \vec{a}), 2\vec{b} = (\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{b} - \vec{a}), \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ ，

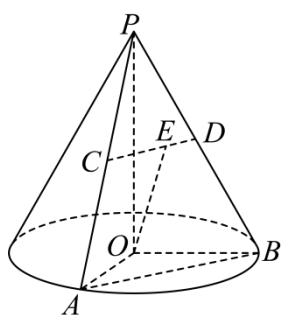
由向量共面定理，知  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{a}$  共面，同时  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{b}$  及  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{c}$  共面，易得选项 A、B、D 错误；

因为  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  不共面，结合上面的结论，所以  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{c}$  不共面，故可作为空间的一个基底.

故选：C.

5. 如图，在圆锥  $PO$  中，点  $A, B$  在底面圆周上，点  $C, D$  分别是母线  $PA, PB$  的中点， $\overline{CE} = 2\overline{ED}$ ，记

$\overline{OA} = \vec{a}, \overline{OB} = \vec{b}, \overline{OP} = \vec{c}$ ，则  $\overline{OE} =$  ( )



- A.  $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$       B.  $\frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$       C.  $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \vec{c}$       D.  $\frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用空间向量运算法则计算即可判断结果.

【详解】由题可知  $\overline{OE} = \overline{OC} + \overline{CE}$ ，

由  $\overline{CE} = 2\overline{ED}$  得  $\overline{CE} = \frac{2}{3}\overline{CD}, \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC}$ ，

因为点  $C, D$  分别是母线  $PA, PB$  的中点,

$$\text{所以 } \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OP}) = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}), \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}),$$

$$\begin{aligned} \text{则 } \overrightarrow{OE} &= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{2}{3}(\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) - \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c})\right] \\ &= \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) - \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c})\right] = \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}. \end{aligned}$$

故选: D

6. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1, 且满足  $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{DA} + y\overrightarrow{DC} + (1-x-y)\overrightarrow{DD_1}$ , 则  $|\overrightarrow{DE}|$  的最小值是 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{2}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】由空间向量的共面定理可得点  $E, A, C, D_1$  四点共面, 从而将求  $|\overrightarrow{DE}|$  的最小值转化为求点  $D$  到平面  $ACD_1$  的距离  $d$ , 再根据等体积法计算  $d$

【详解】因为  $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{DA} + y\overrightarrow{DC} + (1-x-y)\overrightarrow{DD_1}$ ,

由空间向量的共面定理可知, 点  $E, A, C, D_1$  四点共面,

即点  $E$  在平面  $ACD_1$  上, 所以  $|\overrightarrow{DE}|$  的最小值为点  $D$  到平面  $ACD_1$  的距离  $d$ ,

由正方体棱长为 1, 可得  $\triangle ACD_1$  是边长为  $\sqrt{2}$  的等边三角形,

$$\text{则 } S_{\triangle ACD_1} = \frac{1}{2} \times (\sqrt{2})^2 \times \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2},$$

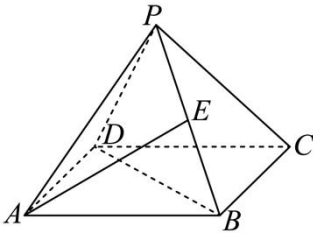
由等体积法得,  $V_{D-ACD_1} = V_{D_1-ACD}$ , 所以  $\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times d = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \Rightarrow d = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

所以的最小值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

故选: C

7. 如图所示的四棱锥  $P - ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为正方形, 且各棱长均相等,  $E$  是  $PB$  的中点, 则异面直线  $AE$  与  $BD$  所成角的余弦值为 ( )





- A. 1                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据给定条件，以  $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AP}\}$  为空间向量的一个基底，再利用空间向量夹角公式求解即得.

【详解】令四棱锥  $P-ABCD$  的各条棱长均为 2，则  $BD = 2\sqrt{2}$ ，由  $E$  是  $PB$  的中点，得  $AE = \sqrt{3}$ ，

显然  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AP}$  不共面， $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AP})$ ，又  $\angle BAD = 90^\circ$ ， $\angle PAD = \angle PAB = 60^\circ$ ，

$$\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AP}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP})$$

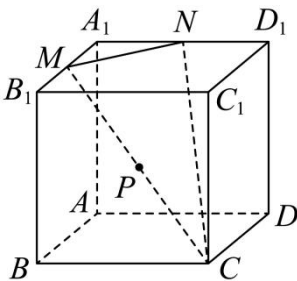
$$= \frac{1}{2}(2 \times 2 \times \cos 60^\circ - 2^2 - 2 \times 2 \times \cos 60^\circ) = -2,$$

$$\text{因此 } \cos \langle \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AE} \rangle = \frac{\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AE}}{|\overrightarrow{BD}| |\overrightarrow{AE}|} = \frac{-2}{2\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{6},$$

所以则异面直线  $AE$  与  $BD$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

故选：D

8. 如图，在棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $M, N$  分别是棱  $A_1B_1, A_1D_1$  的中点，点  $E$  在  $BD$  上，点  $F$  在  $B_1C_1$  上，且  $BE = CF$ ，点  $P$  在线段  $CM$  上运动，给出下列四个结论：



①当点  $E$  是  $BD$  中点时，直线  $EF \parallel$  平面  $DCC_1D_1$ ；

②直线  $B_1D_1$  到平面  $CMN$  的距离是  $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ；

③存在点  $P$ ，使得  $\angle B_1PD_1 = 90^\circ$ ；

④  $\triangle PDD_1$  面积的最小值是  $\frac{5\sqrt{5}}{6}$ 。

其中所有正确结论的个数是 ( )

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】建立空间直角坐标系，利用空间向量研究线面关系、夹角，异面直线距离、点面距离一一判定选项即可。

【详解】如图所示，建立空间直角坐标系，

则  $C(2,2,0), D(0,2,0), B_1(2,0,2), D_1(0,2,2), M(1,0,2), N(0,1,2)$ ，

对于①，此时易知  $E(1,1,0), F(2,1,1)$ ，即  $\overrightarrow{EF} = (1,0,1)$ ，

而平面  $DCC_1D_1$  的一个法向量为  $\overrightarrow{AD} = (0,2,0)$ ，显然  $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ ，即①正确；

对于②，易知  $MN // B_1D_1, B_1D_1 \not\subset$  平面  $CMN$ ，即  $B_1D_1 //$  平面  $CMN$ ，

则直线  $B_1D_1$  到平面  $CMN$  的距离即点  $B_1$  到平面  $CMN$  的距离，

此时  $\overrightarrow{MN} = (-1,1,0), \overrightarrow{CM} = (-1,-2,2), \overrightarrow{MB_1} = (1,0,0)$ ，

设平面  $CMN$  的一个法向量为  $\vec{m} = (a,b,c)$ ，则  $\begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{MN} = -a + b = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{CM} = -a - 2b + 2c = 0 \end{cases}$ ，

令  $a = 2 \Rightarrow b = 2, c = 3$ ，即  $\vec{m} = (2,2,3)$ ，

所以点  $B_1$  到平面  $CMN$  的距离  $d = \frac{|\overrightarrow{MB_1} \cdot \vec{m}|}{|\vec{m}|} = \frac{2}{\sqrt{17}} = \frac{2\sqrt{17}}{17}$ ，即②错误；

对于③，设  $\overrightarrow{CP} = \lambda \overrightarrow{CM} = (-\lambda, -2\lambda, 2\lambda) (\lambda \in [0,1])$ ，

则  $\overrightarrow{B_1P} = \overrightarrow{B_1C} + \overrightarrow{CP} = (0,2,-2) + (-\lambda, -2\lambda, 2\lambda) = (-\lambda, 2-2\lambda, 2\lambda-2)$ ，

$\overrightarrow{PD_1} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CD_1} = (\lambda, 2\lambda, -2\lambda) + (-2,0,2) = (\lambda-2, 2\lambda, 2-2\lambda)$ ，

所以  $\overrightarrow{B_1P} \cdot \overrightarrow{PD_1} = -\lambda(\lambda-2) + 2\lambda(2-2\lambda) - (2-2\lambda)^2 = -9\lambda^2 + 14\lambda - 4$ ，

若  $\angle B_1PD_1 = 90^\circ$ ，则  $-9\lambda^2 + 14\lambda - 4 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{9}$ ，

显然  $\lambda = \frac{7-\sqrt{13}}{9}$  时符合题意，故③正确；

对于④，当  $\triangle PDD_1$  面积最小时即  $P$  到  $DD_1$  距离最小时，

此距离亦即异面直线  $CM$  与  $DD_1$  的距离，易知  $DD_1 \parallel CC_1$ ，则  $DD_1 \parallel$  平面  $MC_1C$ ，

此距离即  $DD_1$  到平面  $MC_1C$  的距离，

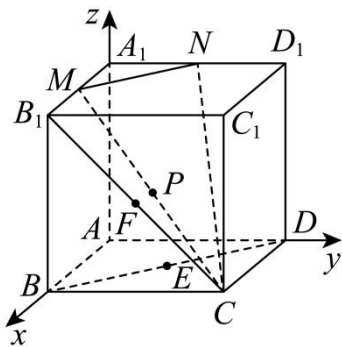
不妨设平面  $MC_1C$  的一个法向量为  $\vec{n} = (x, y, z)$ ，则  $\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{CM} = -x - 2y + 2z = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{CC_1} = 2z = 0 \end{cases}$ ，

令  $x = 2 \Rightarrow y = -1, z = 0$ ，即  $\vec{n} = (2, -1, 0)$ ，

则  $DD_1$  到平面  $MC_1C$  的距离  $d = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{DC}|}{|\vec{n}|} = \frac{4}{\sqrt{5}}$ ，

所以  $\triangle PDD_1$  面积的最小值为  $\frac{1}{2}d \times 2 = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ ，故④错误。

故选：C



二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 在下列四个命题中，错误的有 ( )

A. 坐标平面内的任何一条直线均有倾斜角和斜率

B. 直线  $x \sin \alpha + y + 2 = 0$  的倾斜角  $\theta$  的取值范围是  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$

C. 一条直线的斜率为  $\tan \alpha$ ，则这条直线的倾斜角为  $\alpha$

D. 直线  $y = 3x - 2$  在  $y$  轴上的截距为 2

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用倾斜角与斜率的关系可判定 A、B、C，利用截距的概念可判定 D。

【详解】对于 A，易知倾斜角为直角的直线不存在斜率，故 A 错误；

对于 B，易知  $\tan \theta = -\sin \alpha \in [-1, 1]$ ，所以  $\theta$  的取值范围是  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ ，

故 B 正确；

对于 C，如某直线的斜率为  $\tan(-60^\circ) = -\sqrt{3}$ ，该直线的倾斜角为  $120^\circ$ ，

而不能为  $-60^\circ$ ，故 C 错误；

对于 D，易知该直线在纵轴上的截距为  $-2$ ，故 D 错误。

故选：ACD

10. 下列说法正确的是 ( )

A. 空间中任意两非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$  共面

B. 直线的方向向量是唯一确定的

C. 若  $\vec{AB} = \lambda \vec{AC} + \mu \vec{AD} (\lambda, \mu \in R)$ ，则 A, B, C, D 四点共面

D. 在四面体 ABCD 中，E, F 为 CB, CD 中点，G 为 EF 中点，则  $\vec{AG} = -\frac{1}{4} \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AC} + \frac{3}{4} \vec{AD}$

【答案】AC

【解析】

【分析】由空间中任意两个向量  $\vec{a}, \vec{b}$  都共面判断 A；由直线的方向向量定义判断 B；由共面定理的推理判断 C；根据向量的平行四边形法则判断 D。

【详解】对于 A，空间中任意两个向量  $\vec{a}, \vec{b}$  都共面，故 A 正确；

对于 B，空间直线的方向用一个与该直线平行的非零向量来表示，该向量称为这条直线的方向向量，故 B 错误；

对于 C，因为  $\vec{AB} = \lambda \vec{AC} + \mu \vec{AD} (\lambda, \mu \in R)$ ，所以  $\vec{OB} - \vec{OA} = \lambda(\vec{OC} - \vec{OA}) + \mu(\vec{OD} - \vec{OA})$ ，

$\vec{OB} = \lambda \vec{OC} + (1 - \lambda - \mu) \vec{OA} + \mu \vec{OD}$ ，因为  $(1 - \lambda - \mu) + \lambda + \mu = 1$ ，所以 A, B, C, D 四点共面，故 C 正确；

对于 D，因为 E, F 为 CB, CD 中点，G 为 EF 中点，所以  $\vec{AE} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ ， $\vec{AF} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD})$ ，

$\vec{AG} = \frac{1}{2}(\vec{AE} + \vec{AF}) = \frac{1}{4} \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AC} + \frac{1}{4} \vec{AD}$ ，故 D 错误；

故选：AC

11. 如图，在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，点 P 在线段  $B_1C$  上运动，则下列结论正确的是 ( )

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/115042113211012004>