复习题17

R · 八年级下册

知识框图

互逆定理

勾股定理

勾股定理的逆定理

直角三角形边长的数量关系

直角三角形的判定

知识回顾

回顾思考：

1.直角三角形三边的长有什么特殊的关系?

2.赵爽证明勾股定理运用了什么思想方法?

3.已知一个三角形的三边长，怎样判断它是不是直角三角形? 你作判断的依据是什么?

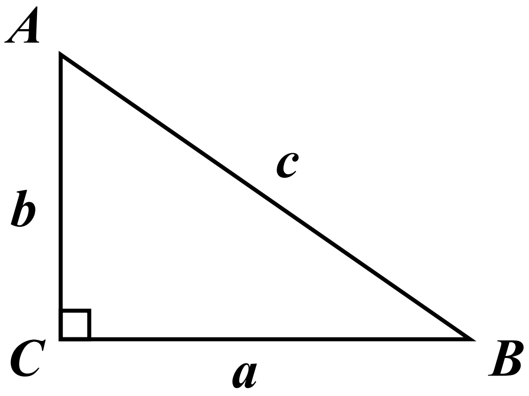
4.证明勾股定理的逆定理运用了什么方法?

5.一个命题成立，它的逆命题未必成立. 请举例说明.

勾股定理

如果直角三角形的两条直角边长分别为a，b，斜边长为c，那么$a^2+b^2=c^2$.

即直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方.



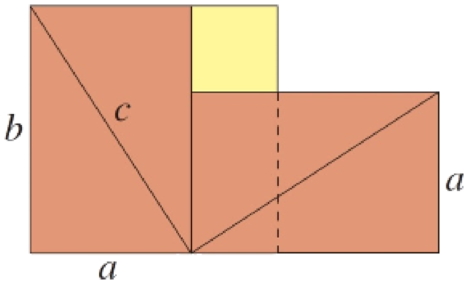
几何语言：

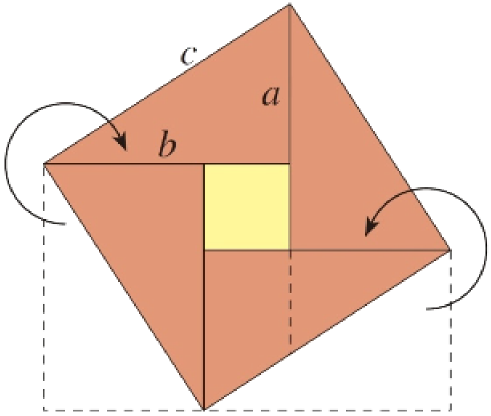
在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，

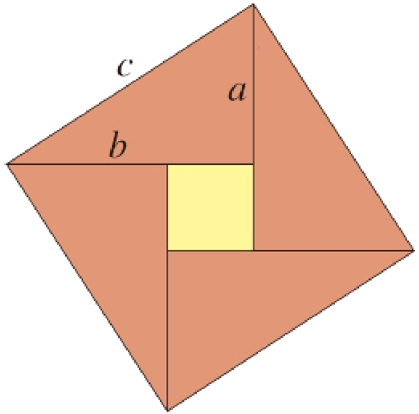
$\therefore a^2+b^2=c^2$.

勾股定理的证明

赵爽弦图







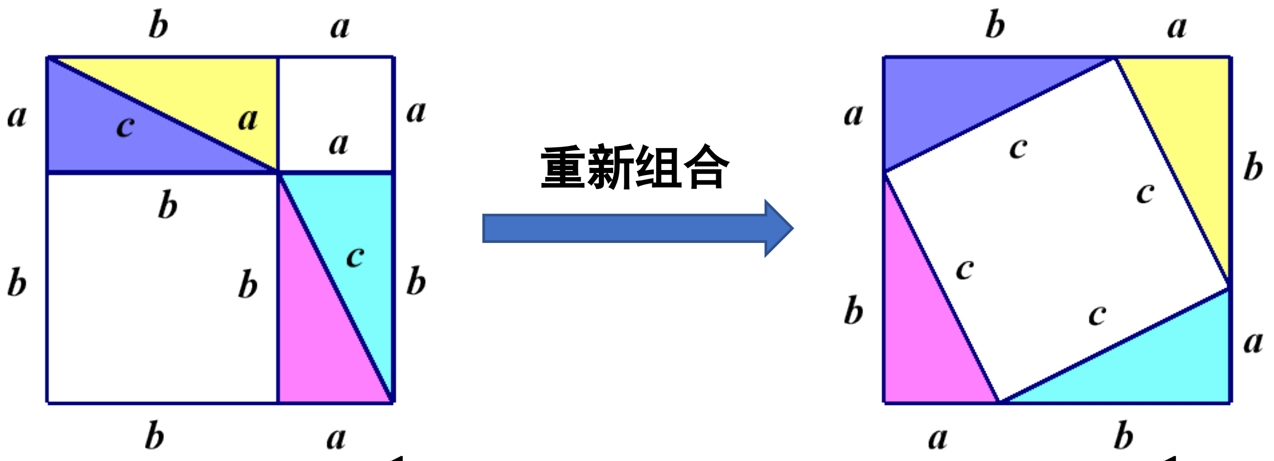
$S_{大正方形}=c^2=(b-a)^2+4\times\frac{1}{2}ab$

化简结果，得$c^2=a^2+b^2$.

数学思想：

数形结合思想
特殊到一般的思想
转化思想
分类讨论思想

毕达哥拉斯：利用拼接图形的面积法

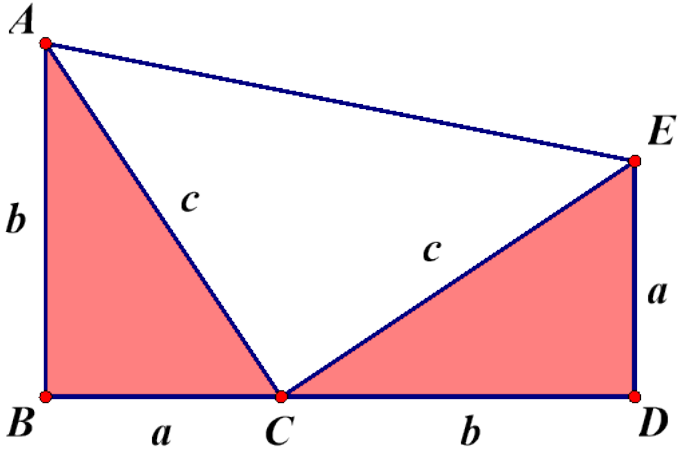


$$S_{左}=a^2+b^2+4\times\frac{1}{2}ab$$

$$S_{右}=c^2+4\times\frac{1}{2}ab$$

$$\because S_{左}=S_{右}\qquad \therefore a^2+b^2=c^2$$

加菲尔德：梯形面积法



题设：$\mathrm{Rt}\triangle ABC\cong\mathrm{Rt}\triangle CDE$

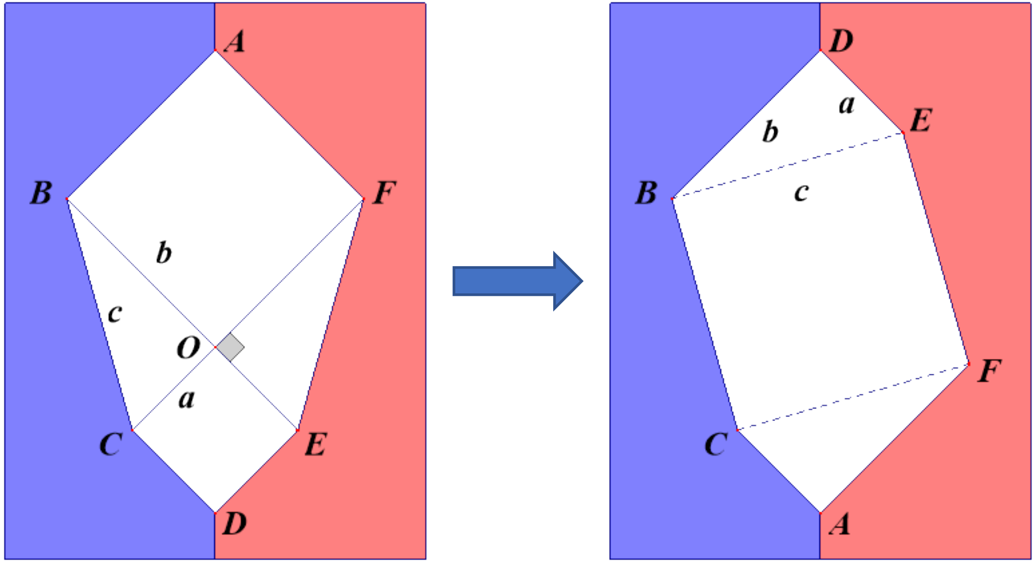
易证：$\triangle ACE$为直角三角形，四边形$ABDE$为梯形

$S_{梯形ABDE}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle CDE}+S_{\triangle ACE}$

即$\frac{1}{2}(a+b)(a+b)=\frac{1}{2}\times2\times ab+\frac{1}{2}c^2$

化简得：$a^2+b^2=c^2$

达芬奇证明方法：



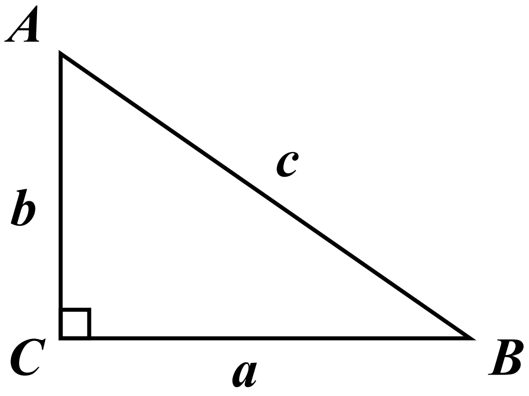
思考：如何判定一个三角形是直角三角形呢？

1.有一个内角为直角的三角形是直角三角形.

2.两个内角互余的三角形是直角三角形.

3.如果三角形的三边长a，b，c满足$a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形.

勾股定理的**逆定理**



几何语言： $\because a^2+b^2=c^2$，

$\therefore \triangle ABC$是直角三角形.

试判断下列边长组成的三角形是否为直角三角形：

（1）$a=2$，$b=3$，$c=4$；　$2^2+3^2\neq4^2$，不是直角三角形.

（2）$a=6$，$b=8$，$c=10$；　$6^2+8^2=10^2$，是直角三角形.

（3）$a=5$，$b=13$，$c=17$.

$5^2+13^2\neq17^2$，不是直角三角形.

像这样，能成为直角三角形三条边长的正整数，称为勾股数.

互逆命题

勾股定理	**题设**：一个三角形是直角三角形.	→	**结论**：两条直角边的平方和等于斜边的平方. $(a^2+b^2=c^2)$
勾股定理的逆定理	**题设**：一个三角形的三边长a，b，c满足$a^2+b^2=c^2$.	→	**结论**：这个三角形是直角三角形.

若两个命题的题设、结论正好**相反**，则这两个命题叫做**互逆命题**.

题设：一个三角形是直角三角形.

→

结论：两条直角边的平方和等于斜边的平方. ($a^2+b^2=c^2$)

题设：一个三角形的三边长a，b，c满足$a^2+b^2=c^2$.

→

结论：这个三角形是直角三角形.

如果把其中一个叫原命题，那么另一个叫做它的逆命题.

如果一个定理的逆命题经过证明是正确的，那么它也是一个定理，称这两个定理互为逆定理.

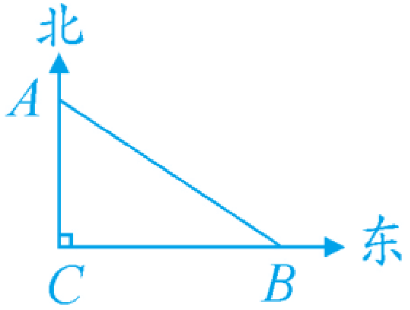
复习巩固

1.两人从同一地点同时出发，一人以20 m/min的速度向北直行，一人以30 m/min的速度向东直行.10 min后他们相距多远(结果取整数)？【选自教材第38页 复习题17 第1题】

解：如图，设两人从C点出发，10分钟后分别到达A、B两点，依据题意有：$\angle C=90°$，$AC=10\times20=200$(m)，$BC=10\times30=300$(m)，

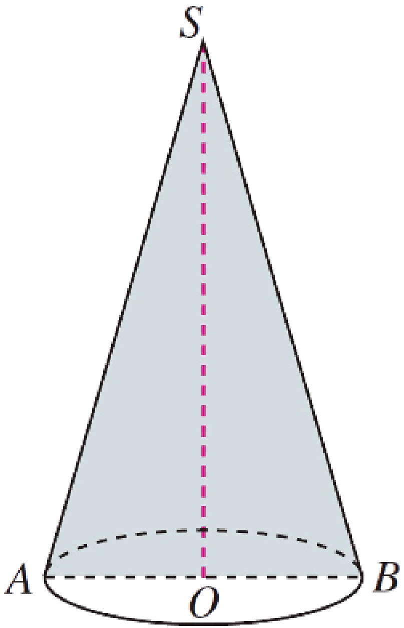
连接AB，在Rt$\triangle ABC$中，由勾股定理：$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{130000}\approx361$(m).

∴10分钟后他们相距约为361m.



【选自教材第38页 复习题17 第2题】

2.如图，过圆锥的顶点S和底面圆的圆心O的平面截圆锥得截面$\triangle SAB$，其中$SA=SB$，AB是圆锥底面圆O的直径.已知$SA=7\ \text{cm}$，$AB=4\ \text{cm}$，求截面$\triangle SAB$的面积.



解：由勾股定理得，$SA^2=SO^2+(\frac{AB}{2})^2$，

则$7^2=SO^2+(\frac{4}{2})^2$，$\therefore SO=3\sqrt{5}$cm，

$\therefore S_{\triangle SAB}=\frac{1}{2}AB\cdot SO=\frac{1}{2}\times4\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

$\therefore$截面$\triangle SAB$的面积为$6\sqrt{5}\ \text{cm}^2$.