

## 2024 届北京市西城区数学高三上期末学业质量监测试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 正  $\triangle ABC$  的边长为 2, 将它沿  $BC$  边上的高  $AD$  翻折, 使点  $B$  与点  $C$  间的距离为  $\sqrt{3}$ , 此时四面体  $A-BCD$  的外接球表面积为 ( )

- A.  $\frac{10\pi}{3}$       B.  $4\pi$       C.  $\frac{13\pi}{3}$       D.  $7\pi$

2. 在  $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$  的展开式中, 含  $x^3$  的项的系数是 ( )

- A. 74      B. 121      C. -74      D. -121

3. “ $\sin x = \frac{1}{2}$ ”是“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

4. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$ ,  $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}$ ,  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$  且在  $(0, \pi)$  上是单调函数, 则下列说法正确的是 ( )

- A.  $\omega = \frac{1}{2}$       B.  $f\left(-\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$   
C. 函数  $f(x)$  在  $\left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right]$  上单调递减      D. 函数  $f(x)$  的图像关于点  $\left(\frac{5\pi}{4}, 0\right)$  对称

5. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | y = \lg(1-x)\}$ ,  $B = \left\{x | y = \frac{1}{\sqrt{x}}\right\}$  则  $(\complement_U A) \cap B =$  ( )

- A.  $(1, +\infty)$       B.  $(0, 1)$       C.  $(0, +\infty)$       D.  $[1, +\infty)$

6. 双曲线  $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$  的渐近线与圆  $(x-3)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$  相切, 则  $r$  等于 ( )

- A.  $\sqrt{3}$       B. 2  
C. 3      D. 6

7. 已知  $y = \log_2(x^2 - 2x + 17)$  的值域为  $[m, +\infty)$ , 当正数  $a, b$  满足  $\frac{2}{3a+b} + \frac{1}{a+2b} = m$  时, 则  $7a+4b$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{9}{4}$                       B. 5                      C.  $\frac{5+2\sqrt{2}}{4}$                       D. 9

8. 复数的  $z = -1 - 2i$  ( $i$  为虚数单位) 在复平面内对应的点位于 ( )

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

9. 已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3, & a_n \text{ 为奇数} \\ 2a_n + 1, & a_n \text{ 为偶数} \end{cases}$ , 则  $a_6 =$  ( )

- A. 16                      B. 25                      C. 28                      D. 33

10. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$  ( $\omega > 0, 0 < \phi < \frac{\pi}{3}$ ) 满足  $f(x + \pi) = f(x), f(\frac{\pi}{12}) = 1$ , 则  $f(-\frac{\pi}{12})$  等于 ( )

- A.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  的直线  $l$  交双曲线的右支于点  $P$ , 以双曲线的实轴为直径的圆与直线  $l$  相切, 切点为  $H$ , 若  $|F_1P| = 3|F_1H|$ , 则双曲线  $C$  的离心率为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C.  $2\sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{13}$

12. 若复数  $z$  满足  $(1+i)z = |3+4i|$ , 则  $z$  的虚部为 ( )

- A. 5                      B.  $\frac{5}{2}$                       C.  $-\frac{5}{2}$                       D. -5

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 设函数  $f(x) = |\ln x + a| + |x + b| (a, b \in R)$ , 当  $x \in [1, e]$  时, 记  $f(x)$  最大值为  $M(a, b)$ , 则  $M(a, b)$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

14. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C: xy = \sqrt{3}$  上任意一点  $P$  到直线  $l: x + \sqrt{3}y = 0$  的距离的最小值为 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $F_1, F_2$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 过点  $F_1$  作直线  $l$  与圆  $x^2 + y^2 = a^2$  相切于点  $A$ , 且与双曲线的右支相交于点  $B$ , 若  $A$  是  $BF_1$  上的一个靠近点  $F_1$  的三等分点, 且  $|BF_2| = 10$ , 则四边形  $AOF_2B$  的面积为 \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \phi)$ , 对于任意  $x$  都有  $f(\frac{\pi}{6} + x) = f(\frac{\pi}{6} - x)$ , 则  $f(\frac{\pi}{6})$  的值为 \_\_\_\_\_.

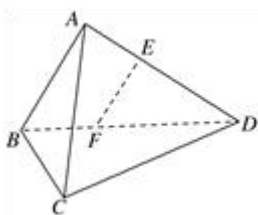
三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足,  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 4$ , 且  $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0 (n \in \mathbf{N}^*)$ .

(1) 求证: 数列  $\{a_{n+1} - a_n\}$  为等比数列, 并求出数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = 2n \cdot a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

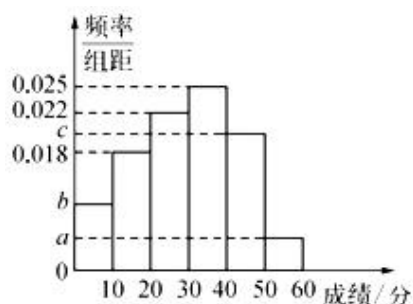
18. (12分) 如图, 在三棱锥  $A-BCD$  中,  $AB \perp AD$ ,  $BC \perp BD$ , 平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ , 点  $E, F$  ( $E$  与  $A, D$  不重合) 分别在棱  $AD, BD$  上, 且  $EF \perp AD$ .



求证: (1)  $EF \parallel$  平面  $ABC$ ;

(2)  $AD \perp AC$ .

19. (12分) 为调研高中生的作文水平. 在某市普通高中的某次联考中, 参考的文科生与理科生人数之比为  $1:4$ , 且成绩分布在  $[0, 60]$  的范围内, 规定分数在  $50$  以上 (含  $50$ ) 的作文被评为“优秀作文”, 按文理科用分层抽样的方法抽取  $400$  人的成绩作为样本, 得到成绩的频率分布直方图, 如图所示. 其中  $a, b, c$  构成以  $2$  为公比的等比数列.



(1) 求  $a, b, c$  的值;

(2) 填写下面  $2 \times 2$  列联表, 能否在犯错误的概率不超过  $0.01$  的情况下认为“获得优秀作文”与“学生的文理科”有关?

	文科生	理科生	合计
获奖	6		
不获奖			
合计			400

(3) 将上述调查所得的频率视为概率, 现从全市参考学生中, 任意抽取  $2$  名学生, 记“获得优秀作文”的学生人数为  $X$ , 求  $X$  的分布列及数学期望.

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a+b+c+d$ .

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20. (12分) 已知  $\{a_n\}$  是等差数列, 满足  $a_1 = 3$ ,  $a_4 = 12$ , 数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1 = 4$ ,  $b_4 = 20$ , 且  $\{b_n - a_n\}$  是等比数列.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式;

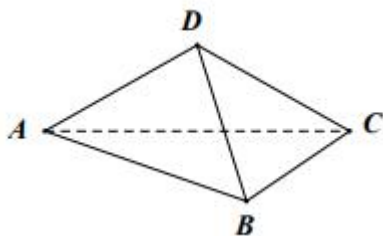
(2) 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = e^{ax} \sin x$ .

(1) 若  $f(x)$  在  $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$  上单调递增, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $a=1$ , 对  $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , 恒有  $f(x) \geq bx$  成立, 求实数  $b$  的最小值.

22. (10分) 如图, 在四面体  $DABC$  中,  $AB \perp BC$ ,  $DA = DC = DB$ .



(1) 求证: 平面  $ABC \perp$  平面  $ACD$ ;

(2) 若  $\angle CAD = 30^\circ$ , 二面角  $C-AB-D$  为  $60^\circ$ , 求异面直线  $AD$  与  $BC$  所成角的余弦值.

## 参考答案

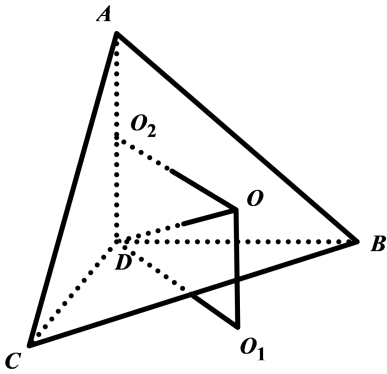
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、D

**【解析】**

如图所示，设  $AD$  的中点为  $O_2$ ， $\triangle BCD$  的外接圆的圆心为  $O_1$ ，四面体  $A-BCD$  的外接球的球心为  $O$ ，连接  $OO_1, OO_2, OD$ ，利用正弦定理可得  $DO_1 = 1$ ，利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形  $OO_2DO_1$  为平行四边形，最后利用勾股定理可求外接球的半径，从而可得外接球的表面积。

**【详解】**



如图所示，设  $AD$  的中点为  $O_2$ ， $\triangle BCD$  外接圆的圆心为  $O_1$ ，四面体  $A-BCD$  的外接球的球心为  $O$ ，连接  $OO_1, OO_2, OD$ ，则  $OO_1 \perp$  平面  $BCD$ ， $OO_2 \perp AD$ 。

因为  $CD = BD = 1, BC = \sqrt{3}$ ，故  $\cos \angle BDC = \frac{2-3}{2 \times 1 \times 1} = -\frac{1}{2}$ ，

因为  $\angle BDC \in (0, \pi)$ ，故  $\angle BDC = \frac{2\pi}{3}$ 。

由正弦定理可得  $2DO_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{2\pi}{3}} = 2$ ，故  $DO_1 = 1$ ，又因为  $AD = \sqrt{3}$ ，故  $DO_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

因为  $AD \perp DB, AD \perp CD, DB \cap CD = D$ ，故  $AD \perp$  平面  $BCD$ ，所以  $OO_1 \parallel AD$ ，

因为  $AD \perp$  平面  $BCD$ ， $DO_1 \subset$  平面  $BCD$ ，故  $AD \perp DO_1$ ，故  $OO_2 \parallel DO_1$ ，

所以四边形  $OO_2DO_1$  为平行四边形，所以  $OO_1 = DO_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

所以  $OD = \sqrt{\frac{3}{4} + 1} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ，故外接球的半径为  $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ，外接球的表面积为  $4\pi \times \frac{7}{4} = 7\pi$ 。

故选：D。

**【点睛】**

本题考查平面图形的折叠以及三棱锥外接球表面积的计算，还考查正弦定理和余弦定理，折叠问题注意翻折前后的变量与不变量，外接球问题注意先确定外接球的球心的位置，然后把半径放置在可解的直角三角形中来计算，本题有一

定的难度.

2、D

【解析】

根据  $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ ，利用通项公式得到含  $x^3$  的项为： $(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)(-x)^3$ ，进而得到其系数，

【详解】

因为在  $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ ，

所以含  $x^3$  的项为： $(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)(-x)^3$ ，

所以含  $x^3$  的项的系数是  $-(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)$ ，

$$= -(10 + 20 + 35 + 56) = -121,$$

故选：D

【点睛】

本题主要考查二项展开式及通项公式和项的系数，还考查了运算求解的能力，属于基础题，

3、B

【解析】

$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in Z)$  或  $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} (k \in Z)$ ，从而明确充分性与必要性.

【详解】

由  $\sin x = \frac{1}{2}$  可得： $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in Z)$  或  $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} (k \in Z)$ ，

即  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in Z)$  能推出  $\sin x = \frac{1}{2}$ ，

但  $\sin x = \frac{1}{2}$  推不出  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in Z)$

$\therefore$  “ $\sin x = \frac{1}{2}$ ”是“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in Z)$ ”的必要不充分条件

故选 B

【点睛】

本题考查充分性与必要性，简单三角方程的解法，属于基础题.

4、B

【解析】

根据函数  $f(x)$ ，在  $(0, \pi)$  上是单调函数，确定  $0 < \omega \leq 1$ ，然后一一验证，

A. 若  $\omega = \frac{1}{2}$ ，则  $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x + \varphi\right)$ ，由  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ，得  $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ ，但  $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{4}\right) \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$ . B. 由

$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}$ ， $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ，确定  $f(x) = 2 \sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{2\pi}{3}\right)$ ，再求解  $f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$  验证. C. 利用整体法根据正弦函数的单调

性判断. D. 计算  $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$  是否为 0.

### 【详解】

因为函数  $f(x)$ ，在  $(0, \pi)$  上是单调函数，

所以  $\frac{T}{2} \geq \pi$ ，即  $\frac{2\pi}{\omega} \geq 2\pi$ ，所以  $0 < \omega \leq 1$ ，

若  $\omega = \frac{1}{2}$ ，则  $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x + \varphi\right)$ ，又因为  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ，即  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2} + \varphi\right) = 0$ ，解得  $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ ，而

$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{4}\right) \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，故 A 错误.

由  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{\omega\pi}{2} + \varphi\right) = 0$ ，不妨令  $\frac{\omega\pi}{2} + \varphi = \pi$ ，得  $\varphi = \pi - \frac{\pi\omega}{2}$

由  $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，得  $\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$  或  $\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$

当  $\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$  时， $\omega = \frac{2k\pi}{3} + 2$ ，不合题意.

当  $\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$  时， $\omega = \frac{2k\pi}{3} + \frac{2}{3}$ ，此时  $f(x) = 2 \sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{2\pi}{3}\right)$

所以  $f\left(-\frac{\pi}{8}\right) = 2 \sin\left(\frac{2}{3} \times \left(-\frac{\pi}{8}\right) + \frac{2\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(\frac{2}{3} \times \left(-\frac{\pi}{8}\right) + \frac{2\pi}{3}\right) = 2 \sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ ，故 B 正确.

因为  $x \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right]$ ， $\frac{2}{3}x + \frac{2\pi}{3} \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ ，函数  $f(x)$ ，在  $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$  上是单调递增，故 C 错误.

$f\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 2 \sin\left(\frac{2}{3} \times \frac{5\pi}{4} + \frac{2\pi}{3}\right) = 2 \sin \frac{3\pi}{2} = \sqrt{3} \neq 0$ ，故 D 错误.

故选：B

### 【点睛】

本题主要考查三角函数的性质及其应用，还考查了运算求解的能力，属于较难的题.

5、D

【解析】

根据函数定义域的求解方法可分别求得集合  $A, B$ ，由补集和交集定义可求得结果.

【详解】

$$\because A = \{x | 1 - x > 0\} = (-\infty, 1), \quad B = (0, +\infty), \quad \therefore \complement_U A = [1, +\infty),$$

$$\therefore (\complement_U A) \cap B = [1, +\infty).$$

故选：D.

【点睛】

本题考查集合运算中的补集和交集运算问题，涉及到函数定义域的求解，属于基础题.

6、A

【解析】

由圆心到渐近线的距离等于半径列方程求解即可.

【详解】

双曲线的渐近线方程为  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ ，圆心坐标为  $(3, 0)$ . 由题意知，圆心到渐近线的距离等于圆的半径  $r$ ，即  $r = \frac{|\pm \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 - 0|}{\sqrt{(\pm \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + 1}} = \sqrt{3}$ .

答案：A

【点睛】

本题考查了双曲线的渐近线方程及直线与圆的位置关系，属于基础题.

7、A

【解析】

利用  $y = \log_2(x^2 - 2x + 17)$  的值域为  $[m, +\infty)$ ，求出  $m$ ，再变形，利用 1 的代换，即可求出  $7a + 4b$  的最小值.

【详解】

解：  $\because y = \log_2(x^2 - 2x + 17) = \log_2[(x-1)^2 + 16]$  的值域为  $[m, +\infty)$ ，

$$\therefore m = 4,$$

$$\therefore \frac{4}{6a+2b} + \frac{1}{a+2b} = 4,$$

$$\therefore 7a + 4b = \frac{1}{4}[(6a+2b) + (a+2b)] \left( \frac{4}{6a+2b} + \frac{1}{a+2b} \right)$$



$$= \frac{1}{4} \left[ 5 + \frac{6a+2b}{a+2b} + \frac{4(a+2b)}{6a+2b} \right] \geq \frac{1}{4} \times (5+4) = \frac{9}{4},$$

当且仅当  $\frac{6a+2b}{a+2b} = \frac{4(a+2b)}{6a+2b}$  时取等号,

$$\therefore 7a+4b \text{ 的最小值为 } \frac{9}{4}.$$

故选: A.

**【点睛】**

本题主要考查了对数复合函数的值域运用,同时也考查了基本不等式中“1的运用”,属于中档题.

8、C

**【解析】**

所对应的点为  $(-1, -2)$  位于第三象限.

**【考点定位】** 本题只考查了复平面的概念,属于简单题.

9、C

**【解析】**

依次递推求出  $a_6$  得解.

**【详解】**

$$n=1 \text{ 时, } a_2 = 1+3 = 4,$$

$$n=2 \text{ 时, } a_3 = 2 \times 4 + 1 = 9,$$

$$n=3 \text{ 时, } a_4 = 9 + 3 = 12,$$

$$n=4 \text{ 时, } a_5 = 2 \times 12 + 1 = 25,$$

$$n=5 \text{ 时, } a_6 = 25 + 3 = 28.$$

故选: C

**【点睛】**

本题主要考查递推公式的应用,意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

10、C

**【解析】**

设  $f(x)$  的最小正周期为  $T$ , 可得  $nT = \pi, n \in \mathbf{N}^*$ , 则  $\omega = 2n, n \in \mathbf{N}^*$ , 再根据  $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1$  得

$$\phi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi - n \cdot \frac{\pi}{6}, k \in Z, n \in N^*, \text{ 又 } 0 < \phi < \frac{\pi}{3}, \text{ 则可求出 } n - 12k = 2, \text{ 进而可得 } f\left(-\frac{\pi}{12}\right).$$

【详解】

解：设  $f(x)$  的最小正周期为  $T$ ，因为  $f(x + \pi) = f(x)$ ，

$$\text{所以 } nT = \pi, n \in N^*, \text{ 所以 } T = \frac{\pi}{n} = \frac{2\pi}{\omega}, n \in N^*,$$

$$\text{所以 } \omega = 2n, n \in N^*,$$

$$\text{又 } f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1, \text{ 所以当 } x = \frac{\pi}{12} \text{ 时, } \omega x + \phi = n \cdot \frac{\pi}{6} + \phi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,$$

$$\therefore \phi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi - n \cdot \frac{\pi}{6}, k \in Z, n \in N^*, \text{ 因为 } 0 < \phi < \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore 0 < \frac{\pi}{2} + 2k\pi - n \cdot \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3},$$

整理得  $1 < n - 12k < 3$ ，因为  $n - 12k \in Z$ ，

$$\therefore n - 12k = 2,$$

$$\therefore \phi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi - (2 + 12k) \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}, \text{ 则 } n \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\therefore \frac{n\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } f\left(-\frac{\pi}{12}\right) &= \sin\left[2n \cdot \left(-\frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{6}\right] = \sin\left(-\frac{n\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= \sin\left(-\frac{\pi}{3} - 2k\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

故选：C.

【点睛】

本题考查三角形函数的周期性和对称性，考查学生分析能力和计算能力，是一道难度较大的题目.

11、A

【解析】

在  $\triangle PF_1F_2$  中，由余弦定理，得到  $|PF_2|$ ，再利用  $|PF_1| - |PF_2| = 2a$  即可建立  $a, b, c$  的方程.

【详解】

由已知， $|HF_1| = \sqrt{F_1O^2 - OH^2} = \sqrt{c^2 - a^2} = b$ ，在  $\triangle PF_1F_2$  中，由余弦定理，得

$$|PF_2| = \sqrt{PF_1^2 + F_1F_2^2 - 2PF_1 \cdot F_1F_2 \cdot \cos \angle PF_1F_2} = \sqrt{4c^2 + 9b^2 - 2 \times 2c \times 3b \times \frac{b}{c}} =$$

$\sqrt{4a^2 + b^2}$ ，又  $|PF_1| = 3|HF_1| = 3b$ ， $|PF_1| - |PF_2| = 2a$ ，所以  $3b - \sqrt{4a^2 + b^2} = 2a$ ，

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2} \therefore e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的计算问题，处理双曲线离心率问题的关键是建立  $a, b, c$  三者间的关系，本题是一道中档题.

12、C

【解析】

把已知等式变形，再由复数代数形式的乘除运算化简得答案.

【详解】

$$\text{由 } (1+i)z = |3+4i| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\text{得 } z = \frac{5}{1+i} = \frac{5(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{5}{2} - \frac{5}{2}i,$$

$$\therefore z \text{ 的虚部为 } -\frac{5}{2}.$$

故选 C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数的基本概念，是基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、 $\frac{e}{2}$

【解析】

易知  $f(x) = \max\{|\ln x + a + x + b|, |\ln x + a - x - b|\}$ ，设  $G(x) = |\ln x - x + a - b|$ ， $F(x) = |\ln x + x + a + b|$ ，利用绝对值不等式的性质即可得解.

【详解】

$$f(x) = \max\{|\ln x + a + x + b|, |\ln x + a - x - b|\},$$

$$\text{设 } G(x) = |\ln x - x + a - b|, F(x) = |\ln x + x + a + b|,$$

$$\text{令 } h(x) = \ln x - x, h'(x) = \frac{1}{x} - 1$$

当  $x \in [1, e]$  时， $h'(x) \leq 0$ ，所以  $h(x)$  单调递减

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/116052022045010201>