黄山市 2024 届高中毕业班第二次质量检测

数学试题

（考试时间：120 分钟　 满分：150 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上.

2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.写在试卷上无效.

3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带．不按以上要求作答的答案无效.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=(1-2\mathrm{i})(4-3\mathrm{i})$，则复数 z 在复平面内对应的点位于（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_2=3$，$S_7=14$，则数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 是（　　）

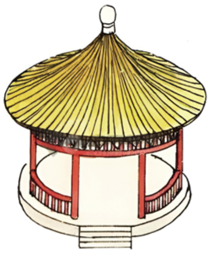
A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

3. 已知 $|\vec{a}|=2\sqrt{3}|\vec{b}|$，且 $\langle \vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{5\pi}{6}$，则 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为（　　）

A. $-\frac{1}{4}\vec{a}$　　B. $-3\vec{a}$

C. $\frac{1}{4}\vec{a}$　　D. $3\vec{a}$

4. 攒尖是中国古代建筑中屋顶的一种结构形式,宋代称为撮尖,清代称为攒尖.通常有圆形攒尖,三角攒尖,四角攒尖,八角攒尖,也有单檐和重檐之分,多见于亭阁式建筑,园林建筑.如图所示的建筑屋顶是圆形攒尖,可近似看作一个圆锥,已知其轴截面是底边长为 $6\,\mathrm{m}$,顶角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的等腰三角形,则该屋顶的面积约为（　　）.



A. $3\sqrt{3}\pi\,\text{m}^2$　　B. $6\pi\,\text{m}^2$　　C. $6\sqrt{3}\pi\,\text{m}^2$　　D. $12\sqrt{3}\pi\,\text{m}^2$

5. 若$a<x<3$是不等式$\log_{\frac{1}{2}}x>-1$成立的一个必要不充分条件，则实数a的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,0)$　　B. $(-\infty,0]$　　C. $[0,2)$　　D. $(2,3)$

6. 黄山是中国著名的旅游胜地，有许多值得打卡的旅游景点，其中包括黄山风景区，齐云山，宏村，徽州古城等.·甲，乙，丙3人准备前往黄山风景区，齐云山，宏村，徽州古城这4个景点游玩，其中甲和乙已经去过黄山风景区，本次不再前往黄山风景区游玩.若甲，乙，丙每人选择一个或两个景点游玩，则不同的选择有（　　）

A. 360种　　B. 420种　　C. 540种　　D. 600种

7. 已知双曲线$E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_2$作一条渐近线的垂线，垂足为A，延长$F_2A$与另一条渐近线交于点$B$，若$S_{\triangle BOF_1}=3S_{\triangle AOB}$($O$为坐标原点)，则双曲线的离心率为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

8. 已知实数a，b分别满足$\ln(a+1)=0.01$，$\mathrm{e}^b=1.01$，且$c=\frac{1}{101}$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $b<c<a$　　C. $c<b<a$　　D. $b<a<c$

二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9. 已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x\ (\omega>0)$图象上相邻两条对称轴之间的距离为$\frac{\pi}{2}$，则（　　）

A. 函数$f(x)$图象关于点$\left(-\frac{5\pi}{12},0\right)$对称

B. 函数$f(x)$图象关于直线$x=\frac{2\pi}{3}$对称

C. 函数$f(x)$在$[0,\frac{\pi}{2}]$上单调递增

D. 函数$f(x)$在$[\frac{7\pi}{12},\frac{7\pi}{3}]$上有4个零点

10. 下列论述正确的有（　　）

A. 若随机变量ξ,η满足$\eta=2\xi+1$，则$D(\eta)=2D(\xi)+1$

B. 若随机事件A，B满足：$P\left(A\right)=\frac{1}{2}$，$P\left(B\right)=\frac{2}{3}$，$P\left(A\cup B\right)=\frac{5}{6}$，则事件A与$B$相互独立

C. 基于小概率值α的检验规则是：当$\chi^2\geq x_\alpha$时，我们就推断H_0不成立，即认为X和Y不独立，该推断犯错误的概率不超过α；当$\chi^2<x_\alpha$时，我们没有充分证据推断H_0不成立，可以认为X和Y独立

D. 若y关于x的经验回归方程为$\hat{y}=0.3-0.7x$，则样本点$\left(2,-3\right)$的残差为-1.9

11. 已知数列$\{a_n\}$满足：$a_{n+1}=a_n^2+2a_n+\lambda\ (n\in\mathrm{N}^*)$，其中$\lambda\in\mathrm{R}$，下列说法正确的有（　　）

A. 当$a_1=2,\lambda=\frac{5}{4}$时，$a_n\geq n+1$

B. 当$\lambda\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$时，数列$\{a_n\}$是递增数列

C. 当$\lambda=-2$时，若数列$\left\{a_n\right\}$是递增数列，则$a_1\in\left(-\infty,-3\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

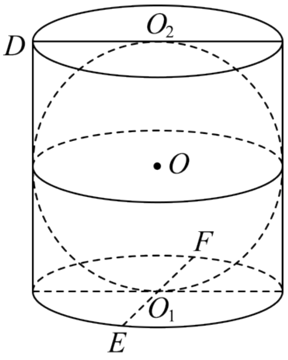
D. 当$a_1=3,\lambda=0$时，$\frac{1}{a_1+2}+\frac{1}{a_2+2}+\cdots+\frac{1}{a_n+2}<\frac{1}{3}$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 已知集合$A=\{x\mid y=\sqrt{x+2}\}$，$B=\{x\mid x^2+3x-4\leq 0\}$，则$\complement_{\mathrm{R}}\left(A\cap B\right)=$_________.

13. 若函数$f(x)=\sqrt{1-x^2}-k\left(x-1\right)-4$有两个零点，则实数$k$的取值范围是_________.

14. 如图，球O内切于圆柱O_1O_2，圆柱的高为2，EF为底面圆O_1的一条直径，D为圆O_2上任意一点，则平面DEF截球O所得截面面积最小值为_________；若M为球面和圆柱侧面交线上的一点，则$\triangle MEF$周长的取值范围为_________.



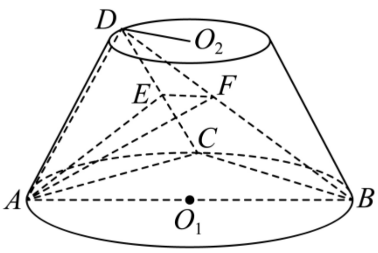
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．记$\triangle ABC$的内角 A，B，C的对边分别为a，b，c，向量$\vec{\mu}=(b,\sin A+\sin C)$，$\vec{v}=(\sin A+\sin B,a-c)$且$\vec{\mu}\perp\vec{v}$．

（1）求角C的大小；

（2）若$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，$\cos A\cos B=\dfrac{3}{4}$，求$c$．

16．如图，已知AB为圆台下底面圆O_1的直径，C是圆O_1上异于A,B的点，D是圆台上底面圆O_2上的点，且平面$DAC\perp$平面ABC，$DA=DC=AC=2$，$BC=4$，E是CD的中点，$\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FD}$．



（1）证明：$DO_2//BC$；

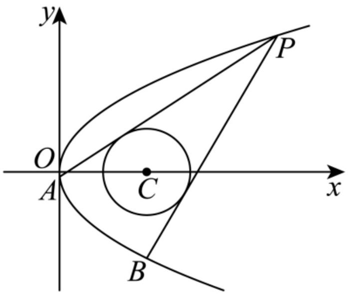
（2）求直线DB与平面AEF所成角的正弦值．

17．学校食堂为了减少排队时间，从开学第1天起，每餐只推出即点即取的米饭套餐和面食套餐．某同学每天中午都会在食堂提供的两种套餐中选择一种套餐，若他前1天选择了米饭套餐，则第2天选择米饭套餐的概率为$\dfrac{1}{3}$；若他前1天选择了面食套餐，则第2天选择米饭套餐的概率为$\dfrac{2}{3}$．已知他开学第1天中午选择米饭套餐的概率为$\dfrac{2}{3}$．

（1）求该同学开学第2天中午选择米饭套餐的概率；

（2）记该同学开学第$n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$天中午选择米饭套餐的概率为$P_n$．证明：当$n\geq 2$时，$P_n\leq\dfrac{14}{27}$．

18. 已知 P 为抛物线 $E: y^2=2x$ 上的动点，Q 为圆 $C:(x-a)^2+y^2=1(a>1)$ 上的动点，若 $|PQ|$ 的最小值为 $\sqrt{3}-1$.



（1）求 a 的值；

（2）若动点 P 在 x 轴上方，过 P 作圆 C 的两条切线分别交抛物线 E 于另外两点 A，B，且满足 $|PA|=|PB|$，求直线 AB 的方程.

19. 帕德近似是法国数学家亨利·帕德发明的用有理多项式近似特定函数的方法.给定两个正整数 m，n，函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的 $[m,n]$ 阶帕德近似定义为：$R(x)=\dfrac{a_0+a_1x+\cdots+a_mx^m}{1+b_1x+\cdots+b_nx^n}$，且满足：

$f(0)=R(0)$，$f'(0)=R'(0)$，$f''(0)=R''(0)$，$\cdots\cdots$，$f^{(m+n)}(0)=R^{(m+n)}(0)$，注：

$f''(x)=[f'(x)]'$，$f'''(x)=[f''(x)]'$，$f^{(4)}(x)=[f'''(x)]'$，$f^{(5)}(x)=[f^{(4)}(x)]'$，$\cdots\cdots$

已知函数 $f(x)=\ln(x+1)$.

（1）求函数 $f(x)=\ln(x+1)$ 在 $x=0$ 处的 $[1,1]$ 阶帕德近似 $R(x)$，并求 $\ln 1.1$ 的近似数(精确到 0.001)；

（2）在（1）的条件下：

①求证：$\dfrac{R(x)}{\ln(x+1)}<1$；

②若 $f(x)-m\left(\dfrac{x}{2}+1\right)R(x)\le 1-\cos x$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

参考答案

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数$z=(1-2\mathrm{i})(4-3\mathrm{i})$，则复数$z$在复平面内对应的点位于（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】C

【解析】

【分析】利用复数乘法运算求出复数z，再结合复数的意义求解作答.

【详解】$z=\left(1-2\mathrm{i}\right)\left(4-3\mathrm{i}\right)=-2-11\mathrm{i}$，复数$z$在复平面内对应的点为$\left(-2,-11\right)$，

所以数z在复平面内对应的点位于第三象限，

故选：C.

2. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，且$a_2=3$，$S_7=14$，则数列$\{a_n\}$的公差d是（　　）

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】利用等差数列的性质列方程，能求出公差.

【详解】数列$\{a_n\}$是等差数列，且$a_2=3$，$S_7=14$，

$\therefore\begin{cases}a_1+d=3\\7a_1+\frac{7\times6}{2}d=14\end{cases}$，解得$a_1=\frac{7}{2}$，$d=-\frac{1}{2}$，

则数列$\{a_n\}$的公差d是$-\frac{1}{2}$.

故选：B.

3. 已知$|\vec{a}|=2\sqrt{3}|\vec{b}|$，且$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{5\pi}{6}$，则$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量为（　　）

A. $-\frac{1}{4}\vec{a}$　　B. $-3\vec{a}$

C. $\frac{1}{4}\vec{a}$　　D. $3\vec{a}$

【答案】A

【解析】

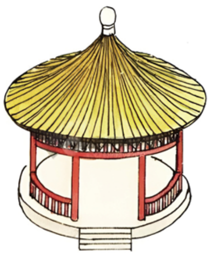
【分析】根据$|\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$进行求解，得到答案.

【详解】因为$|\vec{a}|=2\sqrt{3}|\vec{b}|$，$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{5\pi}{6}$，

所以$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量为$|\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\vec{a}=\frac{\sqrt{3}}{6}\cos\frac{5\pi}{6}\cdot\vec{a}=-\frac{1}{4}\vec{a}$.

故选：A.

4. 攒尖是中国古代建筑中屋顶的一种结构形式,宋代称为撮尖,清代称为攒尖.通常有圆形攒尖,三角攒尖,四角攒尖,八角攒尖,也有单檐和重檐之分,多见于亭阁式建筑,园林建筑.如图所示的建筑屋顶是圆形攒尖,可近似看作一个圆锥,已知其轴截面是底边长为$6\,\mathrm{m}$,顶角为$\frac{2\pi}{3}$的等腰三角形,则该屋顶的面积约为（　　）.



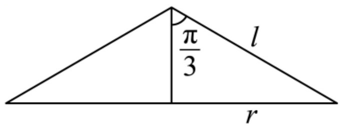
A. $3\sqrt{3}\pi\,\mathrm{m}^2$　　B. $6\pi\,\mathrm{m}^2$　　C. $6\sqrt{3}\pi\,\mathrm{m}^2$　　D. $12\sqrt{3}\pi\,\mathrm{m}^2$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意作出圆锥轴截面图像,根据图像求出圆锥底面半径r和母线l,根据侧面积公式πrl即可求解.

【详解】如图所示为该圆锥轴截面,



由题意,底面圆半径$r=3$,母线$l=\frac{3}{\sin\frac{\pi}{3}}=2\sqrt{3}$,

所以侧面积$\pi rl=\pi\times3\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}\pi\ \mathrm{m}^2$.

故选：C.

5. 若$a<x<3$是不等式$\log_{\frac{1}{2}}x>-1$成立的一个必要不充分条件，则实数a的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,0)$　　B. $(-\infty,0]$　　C. $[0,2)$　　D. $(2,3)$

【答案】B

【解析】

【分析】求出不等式$\log_{\frac{1}{2}} x > -1$成立的充要条件，根据充分必要条件关系判断.

【详解】$\log_{\frac{1}{2}} x > -1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} 2 \Leftrightarrow 0 < x < 2$，

因为$a < x < 3$是$\log_{\frac{1}{2}} x > -1$成立的必要不充分条件，

所以$a \le 0$.

故选：B.

6. 黄山是中国著名的旅游胜地，有许多值得打卡的旅游景点，其中包括黄山风景区，齐云山，宏村，徽州古城等.·甲，乙，丙3人准备前往黄山风景区，齐云山，宏村，徽州古城这4个景点游玩，其中甲和乙已经去过黄山风景区，本次不再前往黄山风景区游玩. 若甲，乙，丙每人选择一个或两个景点游玩，则不同的选择有（　　）

A. 360种　　B. 420种　　C. 540种　　D. 600种

【答案】A

【解析】

【分析】依题意分三步：分别计算甲，乙，丙每人的不同的选择方法，然后利用分步乘法计数原理计算即可.

【详解】依题意分三步：

第一步，甲的不同的选择有$\mathrm{C}_3^1 + \mathrm{C}_3^2 = 6$种；

第二步，乙的不同的选择也有$\mathrm{C}_3^1 + \mathrm{C}_3^2 = 6$种；

第三步，丙的不同的选择有$\mathrm{C}_4^1 + \mathrm{C}_4^2 = 10$种；

因此，根据分步乘法计数原理，得不同的选择有$6 \times 6 \times 10 = 360$种.

故选：A

7. 已知双曲线$E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0,\ b > 0)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_2$作一条渐近线的垂线，垂足为A，延长$F_2A$与另一条渐近线交于点$B$，若$S_{\triangle BOF_1} = 3S_{\triangle AOB}$($O$为坐标原点)，则双曲线的离心率为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用已知条件求出 A 点坐标，求出点 $F_1\left(-c,0\right)$ 到渐近线 $y=-\dfrac{b}{a}x$ 的距离 d，结合 $S_{\triangle BOF_1}=3S_{\triangle AOB}$ 可以得到点 A 到渐近线 $y=-\dfrac{b}{a}x$ 的距离为 $\dfrac{d}{3}$，进而利用点到直线的距离公式求出 a 与 c 的关系，然后求解双曲线的离心率.

【详解】由题意知，双曲线 E 的两条渐近线方程分别为 $y=\dfrac{b}{a}x$， $y=-\dfrac{b}{a}x$，

过点 F_2 且与渐近线 $y=\dfrac{b}{a}x$ 垂直的直线方程为 $y=-\dfrac{a}{b}\left(x-c\right)$，

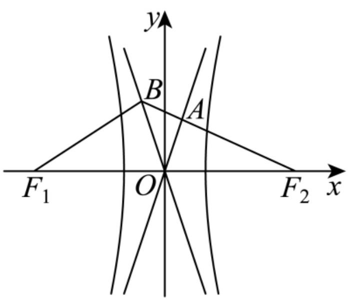
联立 $\begin{cases} y=\dfrac{b}{a}x \\ y=-\dfrac{a}{b}\left(x-c\right) \end{cases}$，可解得 $A\left(\dfrac{a^2}{c},\dfrac{ab}{c}\right)$，

点 $F_1\left(-c,0\right)$ 到渐近线 $y=-\dfrac{b}{a}x$ 的距离 $d=\dfrac{\dfrac{bc}{a}}{\sqrt{1+\left(-\dfrac{b}{a}\right)^2}}=b$，

因为 $S_{\triangle BOF_1}=3S_{\triangle AOB}$，所以点 A 到渐近线 $y=-\dfrac{b}{a}x$ 的距离为 $\dfrac{b}{3}$，

所以 $\dfrac{\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{a^2}{c}+\dfrac{ab}{c}}{\sqrt{1+\left(-\dfrac{b}{a}\right)^2}}=\dfrac{b}{3}$，即 $c^2=6a^2$，所以 $\dfrac{c}{a}=\sqrt{6}$，即双曲线的离心率为 $\sqrt{6}$.

故选：D



8. 已知实数 a，b 分别满足 $\ln\left(a+1\right)=0.01$，$\mathrm{e}^b=1.01$，且 $c=\dfrac{1}{101}$，则（　　）

A. $a<b<c$　　　　B. $b<c<a$　　　　C. $c<b<a$　　　　D. $b<a<c$

【答案】C

【解析】

【分析】构造函数 $g\left(x\right)=\mathrm{e}^x-x-1$，先求证 $\ln\left(x+1\right)\le x\le \mathrm{e}^x-1$，得 $b<a$，再构造函数

$f\left(x\right)=\ln x-\dfrac{x-1}{x}(x>0)$，利用导数求得 $b>c$，即可比较大小.

【详解】由 $\mathrm{e}^{b}=1.01$，$\ln\left(a+1\right)=0.01$，得 $b=\ln 1.01$，$a=\mathrm{e}^{0.01}-1$，

设 $g\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-x-1$，则 $g'\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-1$，

所以当 $x\in\left(-\infty,0\right)$ 时，$g'\left(x\right)<0$，$g\left(x\right)$ 单调递减，

当 $x\in\left(0,+\infty\right)$ 时，$g'\left(x\right)>0$，$g\left(x\right)$ 单调递增，所以 $g\left(x\right)\geq g\left(0\right)=0$，即 $\mathrm{e}^{x}-1\geq x$，

同理可证 $\ln\left(x+1\right)\leq x$，所以 $\ln\left(x+1\right)\leq x\leq \mathrm{e}^{x}-1$，

当 $x=0.01$ 时，可得 $\ln 1.01<\mathrm{e}^{0.01}-1$，即 $b<a$，

设 $f\left(x\right)=\ln x-\dfrac{x-1}{x}(x>0)$，则 $f'\left(x\right)=\dfrac{x-1}{x^{2}}$，

所以当 $x\in\left(0,1\right)$ 时，$f'\left(x\right)<0$，$f\left(x\right)$ 单调递减，

当 $x\in\left(1,+\infty\right)$ 时，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$ 单调递增，

所以 $f\left(1.01\right)>f\left(1\right)$，即 $\ln 1.01-\dfrac{0.01}{1.01}>\ln 1$，整理得 $\ln 1.01>\dfrac{1}{101}$，即 $b>c$，

所以 $c<b<a$.

故选：C

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x\ (\omega>0)$ 图象上相邻两条对称轴之间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$，则（　　）

A. 函数 $f(x)$ 图象关于点 $\left(-\dfrac{5\pi}{12},0\right)$ 对称

B. 函数 $f(x)$ 图象关于直线 $x=\dfrac{2\pi}{3}$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递增

D. 函数 $f(x)$ 在 $[\dfrac{7\pi}{12},\dfrac{7\pi}{3}]$ 上有 4 个零点

【答案】AD

【解析】

【分析】对函数利用辅助角公式进行化简，根据条件求出函数的周期和 ω，得到 $f\left(x\right)$ 的解析式，对于

A，将$\left(-\frac{5\pi}{12},0\right)$代入验证看是否为对称中心；对于 B，将$x=\frac{2\pi}{3}$代入检验是否为对称轴；对于 C，

$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，$2x-\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$，结合正弦函数的图象与性质，判断单调性；对于 D，求出$f(x)$在

$[\frac{7\pi}{12},\frac{7\pi}{3}]$的零点，判断个数即可.

【详解】$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega x-\frac{1}{2}\cos\omega x\right)=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$，

因为函数图象的两条相邻对称轴之间的距离为$\frac{\pi}{2}$，

所以$\frac{1}{2}T=\frac{\pi}{2}$，则$T=\pi$，所以$T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，解得$\omega=2$，

所以$f\left(x\right)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$.

对于 A 选项，$f\left(-\frac{5\pi}{12}\right)=2\sin\left[2\times\left(-\frac{5\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(-\pi\right)=0$，

所以函数$f(x)$图象关于点$\left(-\frac{5\pi}{12},0\right)$对称，故 A 正确；

对于 B 选项，$f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=2\sin\left(2\times\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=-1$，

所以函数$f(x)$图象不关于直线$x=\frac{2\pi}{3}$对称，故 B 错误；

对于 C 选项，当$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，$2x-\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$，

当$2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即$x=\frac{\pi}{3}$时，$f\left(x\right)_{\max}=2$，

结合正弦函数图象可知，函数$f(x)$在$[0,\frac{\pi}{2}]$上先增后减，故 C 错误；

对于 D 选项，令$f\left(x\right)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=0$，即$2x-\frac{\pi}{6}=k\pi\left(k\in Z\right)$，即$x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{12}\left(k\in Z\right)$，

当$x\in[\frac{7\pi}{12},\frac{7\pi}{3}]$时，$x$的值为$\frac{7\pi}{12},\frac{13\pi}{12},\frac{19\pi}{12},\frac{25\pi}{12}$，

所以函数$f(x)$在$[\frac{7\pi}{12},\frac{7\pi}{3}]$上有 4 个零点，故 D 正确，

故选：AD.

10. 下列论述正确的有（　　）

A. 若随机变量ξ,η满足$\eta=2\xi+1$，则$D(\eta)=2D(\xi)+1$

B. 若随机事件A，B满足：$P\left(A\right)=\frac{1}{2}$，$P\left(B\right)=\frac{2}{3}$，$P\left(A\cup B\right)=\frac{5}{6}$，则事件A与$B$相互独立

C. 基于小概率值α的检验规则是：当$\chi^2\geq x_\alpha$时，我们就推断H_0不成立，即认为X和Y不独立，该推断犯错误的概率不超过α；当$\chi^2<x_\alpha$时，我们没有充分证据推断H_0不成立，可以认为X和Y独立

D. 若y关于x的经验回归方程为$\hat{y}=0.3-0.7x$，则样本点$\left(2,-3\right)$的残差为-1.9

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据随机变量的方差性质可判定A；根据和事件与独立事件的概率公式可判定B；根据独立性检验的基本思想可判定C；根据残差的定义可判定D.

【详解】对于A，由题意可知$D(\eta)=4D(\xi)$，故A错误；

对于B，由题意可知$P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(AB\right)=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-P\left(AB\right)=\frac{5}{6}$，

所以$P\left(AB\right)=\frac{1}{3}=P\left(A\right)\cdot P\left(B\right)$，所以事件A与B相互独立，即B正确；

对于C，由独立性检验的基本思想可知其正确；

对于D，将样本点$(2,-3)$代入$\hat{y}=0.3-0.7x$得预测值为$0.3-0.7\times 2=-1.1$，

所以$-3-\left(-1.1\right)=-1.9$，故D正确.

故选：BCD.

11. 已知数列$\{a_n\}$满足：$a_{n+1}=a_n^2+2a_n+\lambda\ (n\in\mathrm{N}^*)$，其中$\lambda\in\mathrm{R}$，下列说法正确的有（　　）

A. 当$a_1=2,\lambda=\frac{5}{4}$时，$a_n\geq n+1$

B. 当$\lambda\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$时，数列$\{a_n\}$是递增数列

C. 当$\lambda=-2$时，若数列$\left\{a_n\right\}$是递增数列，则$a_1\in\left(-\infty,-3\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

D. 当$a_1=3,\lambda=0$时，$\frac{1}{a_1+2}+\frac{1}{a_2+2}+\cdots+\frac{1}{a_n+2}<\frac{1}{3}$

【答案】ACD

【解析】