

广东省深圳市 2024 届高三第二次调研考试（二模）数学试题

副标题

考试时间：**分钟 满分：**分

注意事项：

- 1、填写答题卡的内容用 2B 铅笔填写
- 2、提前 xx 分钟收取答题卡

一、选择题 本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。（共 8 题）

1. 已知 n 为正整数，且 $n^2 > 2^n$ ，则

- A. $n=1$ B. $n=2$ C. $n=3$ D. $n \geq 4$

2. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ，过点 A 且以 $\overline{DB_1}$ 为法向量的平面为 α ，则 α 截该正方体所得截面的形状为

- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

3. 对于任意集合 M, N, 下列关系正确的是

- A. $M \cup \complement_{M \cup N} N = M \cup N$
 B. $\complement_{M \cup N} (M \cap N) = (\complement_{M \cup N} M) \cup (\complement_{M \cup N} N)$
 C. $M \cap \complement_{M \cup N} N = M \cap N$
 D. $\complement_{M \cup N} (M \cap N) = (\complement_{M \cup N} M) \cap (\complement_{M \cup N} N)$

4. 已知 $a > 0$ ，且 $a \neq 1$ ，则函数 $y = \log_a \left(x + \frac{1}{a} \right)$ 的图象一定经过

- A. 一、二象限 B. 一、三象限 C. 二、四象限 D. 三、四象限

5. 已知 $z = \frac{2}{1+i}$ ，其中 i 为虚数单位，则 $\bar{z} \cdot (z-1) =$

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$

6. 已知某六名同学在 CMO 竞赛中获得前六名（无并列情况），其中甲或乙是第一名，丙不是前三名，则这六名同学获得的名次情况可能有

- A. 72 种 B. 96 种 C. 144 种 D. 288 种

保密★启用前

C. 满足条件的正实数 ω , 存在且唯一

D. $f(x)$ 是周期函数, 且最小正周期为 π

11. 设函数 $f(x) = [x]$ 的函数值表示不超过 x 的最大整数, 则在同一个直角坐标系中, 函数 $y = f(x)$ 的图象与圆 $(x-t)^2 + (y+t)^2 = 2t^2$ ($t > 0$) 的公共点个数可以是

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。 (共 3 题)

12. 已知样本 x_1, x_2, x_3 的平均数为 2, 方差为 1, 则 x_1^2, x_2^2, x_3^2 的平均数为_____.

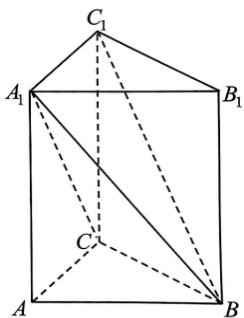
13. 已知圆锥的内切球半径为 1, 底面半径为 $\sqrt{2}$, 则该圆锥的表面积为_____.

注: 在圆锥内部, 且与底面和各母线均有且只有一个公共点的球, 称为圆锥的内切球.

14. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\tan \frac{B}{2} = 3 \tan \frac{C}{2}$, 双曲线 E 以 B, C 为焦点, 且经过点 A , 则 E 的两条渐近线的夹角为_____; $\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{C}{2}$ 的取值范围为_____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。 (共 5 题)

15. 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 $BB_1C_1C \perp$ 底面 ABC , 且 $AB = AC, A_1B = A_1C$.



(1) 证明: $AA_1 \perp$ 平面 ABC ;

(2) 若 $AA_1 = BC = 2, \angle BAC = 90^\circ$, 求平面 A_1BC 与平面 A_1BC_1 夹角的余弦值.

16. 已知函数 $f(x) = (ax+1)e^x$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 且 $f'(x) - f(x) = 2e^x$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线为 $y = kx + b$, 求 k, b 的值;

保密★启用前

【答案区】

1. 【答案】C

【解析】【解答】解：令 $a_n = \frac{n^2}{2^n}, n \in \mathbb{N}^*$ ，显然 $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = 1, a_3 = \frac{9}{8}$ ，

当 $n \geq 4$ 时， $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^2}{2n^2} = \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2 + n^2} < \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2 + 3n} < 1$ ，即 $a_{n+1} < a_n \leq a_4 = 1$ ，

因此当 $n \geq 4$ 时， $n^2 \leq 2^n$ ，

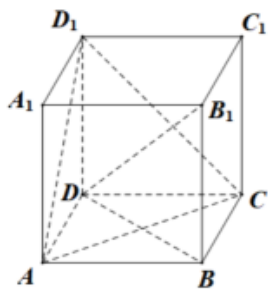
所以 n 为正整数，且 $n^2 > 2^n$ ，有 $n = 3$ 。

故答案为：C

【分析】根据给定条件，构造数列 $a_n = \frac{n^2}{2^n}$ ，探讨该数列单调性即得。

2. 【答案】A

【解析】【解答】解：连接 AC, AD_1, CD_1, BD 如图所示：



因为 $BB_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AC \subset$ 平面 $ABCD$ ，

所以 $BB_1 \perp AC$ ，

又四边形 $ABCD$ 为正方形，所以 $BD \perp AC$ ，

又 $BB_1 \cap BD = B$ ， $BB_1, BD \subset$ 平面 BB_1D ，

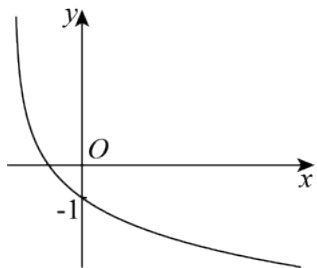
所以 $AC \perp$ 平面 BB_1D ，

因为 $B_1D \subset$ 平面 BB_1D ，

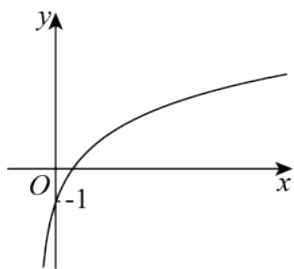
所以 $AC \perp B_1D$ ，

同理可证明 $AD_1 \perp B_1D$ ，

保密★启用前



则当 $a > 1$ 时, 函数图象过一、三、四象限;



所以函数 $y = \log_a\left(x + \frac{1}{a}\right)$ 的图象一定经过三、四象限.

故答案为: D

【分析】由函数 $y = \log_a\left(x + \frac{1}{a}\right)$ 过 $(0, -1)$ 点, 分类可解.

5. 【答案】B

【解析】【解答】解: 由题意知, $z = \frac{2}{1+i} = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1-i$,

所以 $\bar{z} = 1+i$,

所以 $\bar{z}(z-1) = (1+i)(1-i-1) = 1-i$.

故答案为: B

【分析】根据复数的乘、除法运算可得 $z = 1-i$, 进而 $\bar{z} = 1+i$, 结合复数的乘法计算即可求解.

6. 【答案】C

【解析】【解答】解: 由题意, 丙可能是 4, 5, 6 名, 有 3 种情况,

若甲是第一名, 则获得的名次情况可能是 $C_3^1 A_4^4 = 72$ 种,

若乙是第一名, 则获得的名次情况可能是 $C_3^1 A_4^4 = 72$ 种,

所以所有符合条件的可能是 $72 + 72 = 144$ 种.

故答案为: C.

保密★启用前

又 $f'(x) = 1 + e^x > 0$, 所以 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增,

即 $f(x_1) = f(\ln x_2)$, 所以 $x_1 = \ln x_2$,

且 $|x_1 - x_2| = |\ln x_2 - e^{x_1}| = |\ln x_2 - x_2|$,

令 $h(x) = \ln x - x$, $x \in (0, +\infty)$,

则 $h'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$, 其中 $x > 0$,

令 $h'(x) = 0$, 则 $x = 1$,

当 $x \in (0, 1)$ 时, $h'(x) > 0$, 则 $h(x)$ 单调递增,

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $h'(x) < 0$, 则 $h(x)$ 单调递减,

所以当 $x = 1$ 时, $h(x)$ 有极大值, 即最大值,

所以 $h(x) \leq h(1) = -1$, $|h(x)| \geq 1$,

所以 $|x_1 - x_2|_{\min} = |\ln x_2 - x_2|_{\min} = |-1| = 1$.

故答案为: B

【分析】根据题意, 由条件可得 $f(x_1) = f(\ln x_2)$, 即可得到 $x_1 = \ln x_2$, 构造函数 $h(x) = \ln x - x$, 求导得其最值, 即可得到结果.

9. 【答案】A,B

【解析】【解答】解: A: 当 $m \perp \beta$, $m \subset \alpha$ 时, $\alpha \perp \beta$;

当 $n \perp \alpha$, $n \subset \beta$ 时, $\alpha \perp \beta$, 故 A 正确;

B: 当 $m // \beta$, $n // \alpha$ 时, 又 m, n 为异面直线, 所以 $\alpha // \beta$, 故 B 正确;

C: 当 $\alpha \perp \beta$ 时, 由 $m \subset \alpha$, 得 $m // \beta$ 或 m 与 β 相交;

当 $\alpha \perp \beta$ 时, 由 $n \subset \beta$, 得 $n // \alpha$ 或 n 与 α 相交, 故 C 错误;

D: 当 α, β 不平行时, 可能 $m // \beta$ 或 m 与 β 相交, $n // \alpha$ 或 n 与 α 相交, 故 D 错误.

故答案为: AB

【分析】根据线线、线面和面面之间的基本关系, 结合选项依次判断即可.

10. 【答案】A,C,D

保密★启用前

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/118051021006006076>

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____