

高中数学易错题

一. 选择题 (共 6 小题)

1. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=4$, $AC=3$, P 是 AB 上一点, 则点 P 到 AC , BC 的距离乘积的最大值是 ()
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 边 $AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 它所对的角为 15° , 则此三角形的外接圆直径为 ()
 A. 缺条件, 不能求出 B. $\sqrt{3}-1$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ D. $\sqrt{3}+1$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 边 a, b, c 分别为 3、4、5, P 为 $\triangle ABC$ 内任一点, 点 P 到三边距离之和为 d , 则 d 的取值范围是 ()
 A. $3 < d < 4$ B. $\frac{12}{5} < d < \frac{17}{5}$ C. $\frac{12}{5} < d < \frac{18}{5}$ D. $\frac{12}{5} < d < 4$

4. 在平面直角坐标系 xoy 中, 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-6, 0)$ 和 $C(6, 0)$, 顶点 B 在双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$ 的左支上, 则 $\frac{\sin B}{\sin A - \sin C}$ 等于 ()
 A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{11}{6}$ C. $\frac{11}{25}$ D. $\frac{6}{5}$

5. (2009•闸北区二模) 过点 $A(1, -2)$, 且与向量 $\vec{m} = (4, -3)$ 平行的直线的方程是 ()
 A. $4x - 3y - 10 = 0$ B. $4x + 3y + 10 = 0$ C. $3x + 4y + 5 = 0$ D. $3x - 4y + 5 = 0$

6. (2011•江西模拟) 下面命题:

- ① 当 $x > 0$ 时, $2^x + \frac{1}{2^x}$ 的最小值为 2;
- ② 过定点 $P(2, 3)$ 的直线与两坐标轴围成的面积为 13, 这样的直线有四条;
- ③ 将函数 $y = \cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 可以得到函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象;
- ④ 已知 $\triangle ABC$, $\angle A = 60^\circ$, $a = 4$, 则此三角形周长可以为 12.

其中正确的命题是 ()
 A. ①②④ B. ②④ C. ②③ D. ③④

二. 填空题 (共 10 小题)

7. $Rt\triangle ABC$ 中, AB 为斜边, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 9$, $S_{\triangle ABC} = 6$, 设 P 是 $\triangle ABC$ (含边界) 内一点, P 到三边 AB, BC, AC 的距离分别为 x, y, z , 则 $x+y+z$ 的取值范围是_____.

8. (2011•武进区模拟) 在 $\triangle ABC$ 中, $a \cos \frac{2C}{2} + c \cos \frac{2A}{2} = \frac{3}{2}b$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S = a \sin C$, 则 $a+c$ 的值=_____.

9. 锐角三角形 ABC 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c . 边长 a, b 是方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 的两个根, 且 $2\sin(A+B) - \sqrt{3} = 0$, 则 c 边的长是

10. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $BC=5, \angle A=\frac{\pi}{3}$, M 为 BC 边的中点, 则 $|AM|$ 的取值范围是_____.

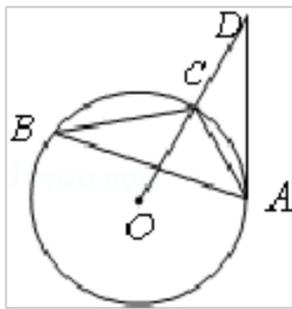
11. 一个等腰直角三角形的三个顶点分别在正三棱柱的三条侧棱上, 已知正三棱柱的底面边长为2, 则该三角形的斜边长为_____.

12. 三角形 ABC 中, 若 $2\vec{AB} \cdot \vec{BC} + AB^2 = 0$, 且 $b=2$, 一个内角为 30° , 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

13. $\triangle ABC$ 中, $AB=AC, \cos B=\frac{3}{4}$, 则 $\cos A$ 的值是_____.

14. (2010•湖南模拟) 已知点 P 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形内一点, 它到三边的距离分别为 x, y, z , 则 x, y, z 所满足的关系式为_____.

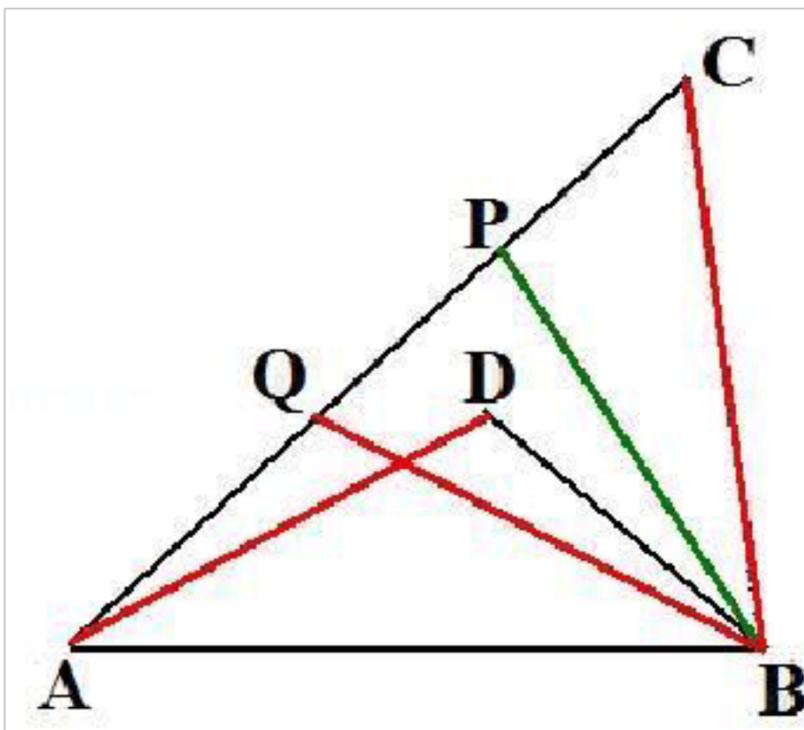
15. (2013•东莞二模) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 D 在 OC 的延长线上, AD 切 $\odot O$ 于 A , 若 $\angle ABC=30^\circ, AC=2$, 则 AD 的长为_____.



16. 三角形 ABC 中, 三个内角 B, A, C 成等差数列, $\angle B=30^\circ$, 三角形面积为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 则 $b=$ _____.

三. 解答题 (共 12 小题)

17. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=b, BC=a, a < b$, D 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $AD=a, \angle ADB + \angle C = \pi$, 问 $\angle C$ 为何值时, 四边



形 $ABCD$ 的面积最大, 并求出最大值.

18. (2010•福建模拟) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , $\sin\frac{C}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

- (1) 求 $\sin C$;
- (2) 若 $c=2$, $\sin B=2\sin A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. 已知外接圆半径为6的 $\triangle ABC$ 的边长为 a, b, c , 角 B, C 和面积 S 满足条件: $S=a^2 - (b-c)^2$ 和 $\sin B + \sin C = \frac{4}{3}$

(a, b, c 为角 A, B, C 所对的边)

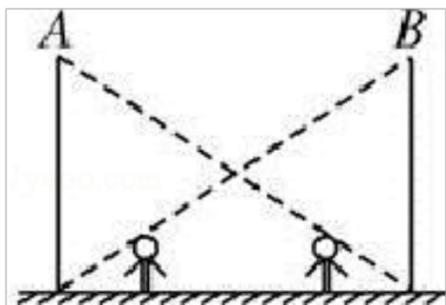
- (1) 求 $\sin A$;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

20. (2010•东城区模拟) 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 是三角形的三个内角, a, b, c 是三个内角对应的三边, 已知 $b^2+c^2 - a^2=bc$.

- (1) 求角 A 的大小;
- (2) 若 $\sin^2 B + \sin^2 C = 2\sin^2 A$, 且 $a=1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. 小迪身高1.6m, 一天晚上回家走到两路灯之间, 如图所示, 他发现自己的身影的顶部正好在A路灯的底部, 他又向前走了5m, 又发现身影的顶部正好在B路灯的底部, 已知两路灯之间的距离为10m, (两路灯的高度是一样的) 求:

- (1) 路灯的高度.
- (2) 当小迪走到B路灯下, 他在A路灯下的身影有多长?



22. (2008•徐汇区二模) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan B = \sqrt{3}$, $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AC = 3\sqrt{6}$.

- (1) 求 AB ;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

23. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $c = \sqrt{3}$, $b = 1$, $B = 30^\circ$.

- (1) 求出角 C 和 A ;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积 S ;
- (3) 将以上结果填入下表.

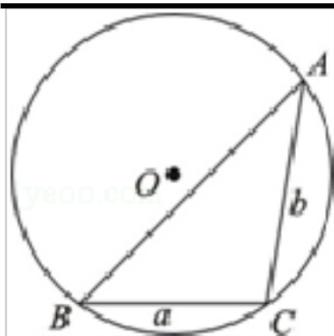
C	A	S
---	---	---

情况①

情况②

24. (2007•上海) 通常用 a, b, c 表示 $\triangle ABC$ 的三个内角 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对边的边长, R 表示 $\triangle ABC$ 外接圆半径.

- (1) 如图所示, 在以 O 为圆心, 半径为2的 $\odot O$ 中, BC 和 BA 是 $\odot O$ 的弦, 其中 $BC=2$, $\angle ABC=45^\circ$, 求弦 AB 的长;
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle C$ 是钝角, 求证: $a^2+b^2 < 4R^2$;
- (3) 给定三个正实数 a, b, R , 其中 $b \leq a$, 问: a, b, R 满足怎样的关系时, 以 a, b 为边长, R 为外接圆半径的 $\triangle ABC$ 不存在, 存在一个或两个(全等的三角形算作同一个)? 在 $\triangle ABC$ 存在的情况下, 用 a, b, R 表示 c .



25. (2010•郑州二模) 在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别是角 A 、 B 、 C 的对边, $\vec{m} = (2b - \sqrt{3}c, \cos C)$, $\vec{n} = (\sqrt{3}a, \cos A)$, 且 $\vec{m} \parallel \vec{n}$.

- (I) 求角 A 的大小;
 (II) 求 $2\cos^2 B + \sin(A - 2B)$ 的最小值.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, A 、 B 、 C 是三角形的内角, a 、 b 、 c 是三内角对应的三边, 已知 $a = 2\sqrt{3}$, $c = 2$, $\frac{\sin A \cos B}{\sin B \cos A} = \frac{2c - b}{b}$.

- (1) 求 $\angle A$;
 (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

27. 在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别是角 A 、 B 、 C 的对边, 且 $(2a + c) \cos B + b \cos C = 0$.

- (I) 求角 B 的值;
 (II) 若 $a + c = 4$, 求 $\triangle ABC$ 面积 S 的最大值.

28. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆半径 $R = \sqrt{2}$, a 、 b 、 c 分别为 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边, 向量 $\vec{m} = (\sin A - \sin C, b - a)$,

$\vec{n} = (\sin A + \sin C, \frac{\sqrt{2}}{4} \sin B)$, 且 $\vec{m} \perp \vec{n}$.

- (1) 求 $\angle C$ 的大小;
 (2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

高中数学易错题

参考答案与试题解析

一. 选择题 (共 6 小题)

1. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=4$, $AC=3$, P 是 AB 上一点, 则点 P 到 AC , BC 的距离乘积的最大值是 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

考点: 三角形中的几何计算.

专题: 计算题.

分析: 设点 P 到 AC , BC 的距离分别是 x 和 y , 最上方小三角形和最大的那个三角形相似, 它们对应的边有此比例关系, 进而求得 x 和 y 的关系式, 进而表示出 xy 的表达式, 利用二次函数的性质求得 xy 的最大值.

解答: 解: 如图, 设点 P 到 AC , BC 的距离分别是 x 和 y ,
最上方小三角形和最大的那个三角形相似,

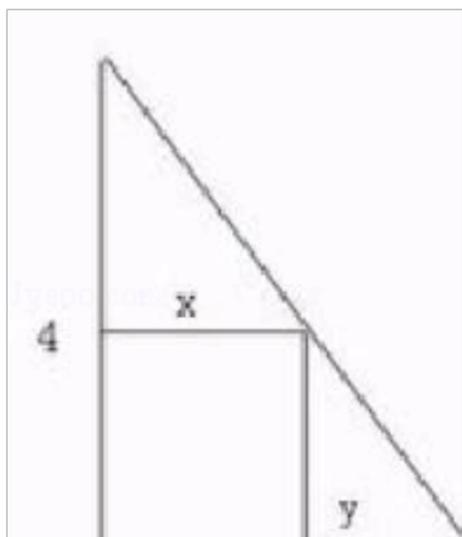
它们对应的边有此比例关系, 即 $\frac{x}{3} = \frac{4-y}{4}$,

所以 $4x=12-3y$, $y=\frac{12-4x}{3}$, 求 xy 最大, 也就是那个矩形面积最大.

$$xy=x \cdot \frac{12-4x}{3} = -\frac{4}{3}(x^2-3x),$$

\therefore 当 $x=\frac{3}{2}$ 时, xy 有最大值 3

故选 B.



点评: 本题主要考查了三角函数的几何计算. 解题的关键是通过题意建立数学模型, 利用二次函数的性质求得问题的答案.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 边 $AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 它所对的角为 15° , 则此三角形的外接圆直径为 ()

- A. 缺条件, 不能求出 B. $\sqrt{3}-1$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ D. $\sqrt{3}+1$

考点: 三角形中的几何计算.

专题: 计算题.

分析: 直接利用正弦定理, 两角差的正弦函数, 即可求出三角形的外接圆的直径即可.

解答:

解: 由正弦定理可知: $2R = \frac{AB}{\sin 15^\circ} = \frac{AB}{\sin(45^\circ - 30^\circ)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{3}-1}{2})} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1.$

故选 D.

点评: 本题是基础题, 考查三角形的外接圆的直径的求法, 正弦定理与两角差的正弦函数的应用, 考查计算能力.

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 边 a, b, c 分别为 3、4、5, P 为 $\triangle ABC$ 内任一点, 点 P 到三边距离之和为 d , 则 d 的取值范围是 ()

A. $3 < d < 4$

B. $\frac{12}{5} < d < \frac{17}{5}$

C. $\frac{12}{5} < d < \frac{18}{5}$

D. $\frac{12}{5} < d < 4$

考点: 三角形中的几何计算.

专题: 数形结合; 转化思想.

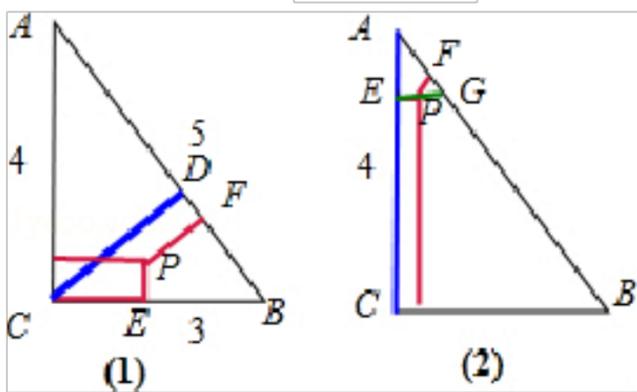
分析: 画出图形, 利用点到直线的距离之间的转化, 三角形两边之和大于第三边, 求出最小值与最大值.

解答: 解: 由题意 $\triangle ABC$ 中, 边 a, b, c 分别为 3、4、5, P 为 $\triangle ABC$ 内任一点, 点 P 到三边距离之和为 d ,

在图 (1) 中, $d = CE + PE + PF > CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5}$,

在图 (2) 中, $d = CE + EP + FP < CE + EG < AC = 4$;

$\therefore d$ 的取值范围是 $\frac{12}{5} < d < 4$;



故选 D.

点评: 本题是中档题, 考查不等式的应用, 转化思想, 数形结合, 逻辑推理能力, 注意, P 为 $\triangle ABC$ 内任一点, 不包含边界.

4. 在平面直角坐标系 xoy 中, 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-6, 0)$ 和 $C(6, 0)$, 顶点 B 在双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$ 的左支

上, 则 $\frac{\sin B}{\sin A - \sin C}$ 等于 ()

A. $\frac{5}{6}$

B. $\frac{11}{6}$

C. $\frac{11}{25}$

D. $\frac{6}{5}$

考点: 三角形中的几何计算.

专题: 计算题.

分析: 由题意可知双曲线的焦点坐标就是 A, B , 利用正弦定理以及双曲线的定义化简 $\frac{\sin B}{\sin A - \sin C}$ 即可得到答案.

解答: 解: 由题意可知双曲线的焦点坐标就是 A, B , 由双曲线的定义可知 $BC - AB = 2a = 10$, $c = 6$,

$$\frac{\sin B}{\sin A - \sin C} = \frac{AC}{BC - AB} = \frac{2c}{2a} = \frac{6}{5};$$

故选 D.

点评: 本题是基础题, 考查双曲线的定义, 正弦定理的应用, 考查计算能力, 常考题型.

5. (2009•闸北区二模) 过点 $A(1, -2)$, 且与向量 $\vec{m} = (4, -3)$ 平行的直线的方程是 ()

A. $4x - 3y - 10 = 0$

B. $4x + 3y + 10 = 0$

C. $3x + 4y + 5 = 0$

D. $3x - 4y + 5 = 0$

考点： 三角形中的几何计算.

专题： 计算题.

分析： 通过向量求出直线的斜率，利用点斜式方程求出最新的方程即可.

解答： 解：过点 A (1, -2)，且与向量 $\vec{m} = (4, -3)$ 平行的直线的斜率为 $-\frac{3}{4}$,

所以所求直线的方程为： $y+2 = -\frac{3}{4}(x-1)$ ，即： $3x+4y+5=0$.

故选 C.

点评： 本题是基础题，考查直线方程的求法，注意直线的方向向量与直线的斜率的关系，考查计算能力.

6. (2011•江西模拟) 下面命题：

①当 $x>0$ 时， $2^x + \frac{1}{2^x}$ 的最小值为 2；

②过定点 P (2, 3) 的直线与两坐标轴围成的面积为 13，这样的直线有四条；

③将函数 $y=\cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，可以得到函数 $y=\sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象；

④已知 $\triangle ABC$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $a=4$ ，则此三角形周长可以为 12.

其中正确的命题是 ()

A. ①②④

B. ②④

C. ②③

D. ③④

考点： 三角形中的几何计算；恒过定点的直线.

专题： 应用题.

分析： ①由于基本不等式等号成立的条件不具备，故 $2^x + \frac{1}{2^x}$ 的最小值大于 2，故①不正确.

②设过定点 P (2, 3) 的直线的方程，求出它与两坐标轴的交点，根据条件可得 $4k^2+14k+9=0$ ，或 $4k^2 - 38k+9=0$. 而这两个方程的判别式都大于 0，故每个方程都有两个解，故满足条件的直线有四条.

③将函数 $y=\cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，可以得到函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象，故③不正确.

④若 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $a=4$ ，则此三角形周长可以为 12，此时，三角形是等边三角形.

解答： 解：① $\because 2^x + \frac{1}{2^x} \geq 2\sqrt{1}=2$ ，(当且仅当 $x=0$ 时，等号成立)，故当 $x>0$ 时， $2^x + \frac{1}{2^x}$ 的最小值大于 2，故①不正确.

②设过定点 P (2, 3) 的直线的方程为 $y - 3 = k(x - 2)$ ，它与两坐标轴的交点分别为 $(2 - \frac{3}{k}, 0)$ ， $(0, 3 - 2k)$ ，

根据直线与两坐标轴围成的面积为 $13 = \frac{1}{2} |(2 - 3k) \times (2 - \frac{3}{k})|$ ，化简可得 $4k^2+14k+9=0$ ，或

$4k^2 - 38k+9=0$. 而这两个方程的判别式都大于 0，故每个方程都有两个解，故满足条件的直线有四条，故②

正确.

③将函数 $y=\cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，可以得到函数 $y=\cos 2(x - \frac{\pi}{6}) = \sin[\frac{\pi}{2} - (2x - \frac{\pi}{3})]$
 $= \sin(\frac{\pi}{6} - 2x) = -\sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象，故③不正确.

④已知 $\triangle ABC$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $a=4$ ，则此三角形周长可以为 12，此时，三角形是等边三角形，故④正确.
故选 B.

点评： 本题基本不等式取等号的条件，过定点的直线，三角函数的图象变换，诱导公式的应用，检验基本不等式等号成立的条件，是解题的易错点.

二. 填空题 (共 10 小题)

7. Rt $\triangle ABC$ 中, AB 为斜边, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 9$, $S_{\triangle ABC} = 6$, 设 P 是 $\triangle ABC$ (含边界) 内一点, P 到三边 AB, BC, AC 的距离分别为 x, y, z, 则 $x+y+z$ 的取值范围是 $[\frac{12}{5}, 4]$.

考点: 向量在几何中的应用; 三角形中的几何计算.

专题: 综合题.

分析: 设三边分别为 a, b, c, 利用正弦定理和余弦定理结合向量条件利用三角形面积公式即可求出三边长. 欲求 $x+y+z$ 的取值范围, 利用坐标法, 将三角形 ABC 放置在直角坐标系中, 通过点到直线的距离将求 $x+y+z$ 的范围转化为 $x+y+z = \frac{m+2n+12}{5}$, 然后结合线性规划的思想方法求出范围即可.

解答: 解: $\triangle ABC$ 为 Rt $\triangle ABC$, 且 $\angle C = 90^\circ$,
 设三角形三内角 A、B、C 对应的三边分别为 a, b, c,

$$\therefore \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cos A = 9 & (1) \\ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \sin A = 6 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \div (2), \text{ 得 } \tan A = \frac{4}{3} = \frac{a}{b},$$

令 $a=4k$, $b=3k$ ($k>0$)

则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab = 6 \Rightarrow k=1 \therefore$ 三边长分别为 3, 4, 5.

以 C 为坐标原点, 射线 CA 为 x 轴正半轴建立直角坐标系,

则 A、B 坐标为 (3, 0), (0, 4), 直线 AB 方程为 $4x+3y-12=0$.

设 P 点坐标为 (m, n), 则由 P 到三边 AB、BC、AC 的距离为 x, y, z. 可知 $x+y+z = m+n + \frac{|4m+3n-12|}{5}$,

$$\text{且 } \begin{cases} m \geq 0 \\ n \geq 0 \\ 4m+3n-12 \leq 0 \end{cases},$$

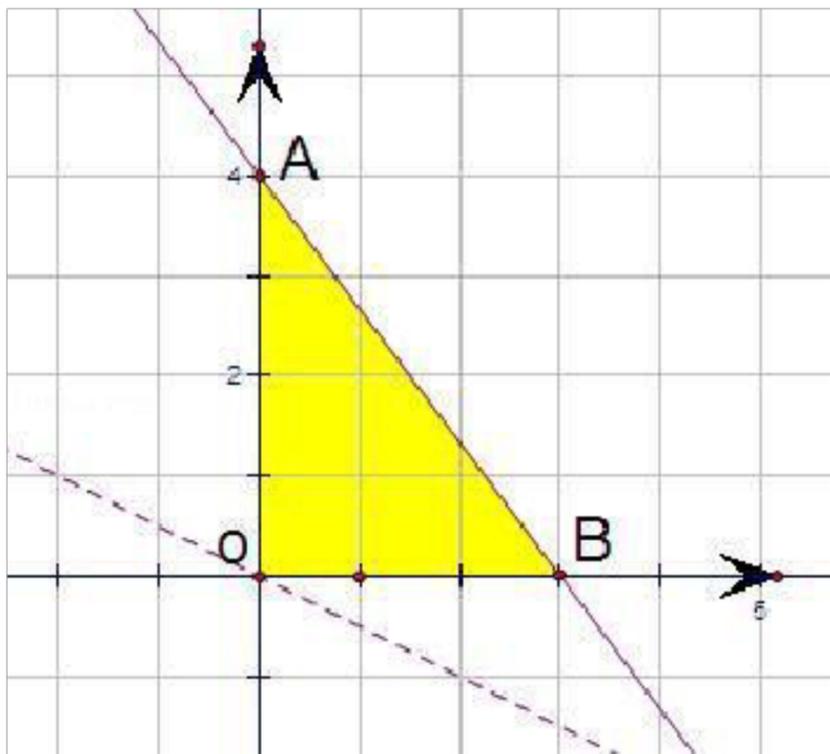
$$\text{故 } x+y+z = \frac{m+2n+12}{5},$$

令 $d=m+2n$, 由线性规划知识可知, 如图:

当直线分别经过点 A、O 时, $x+y+z$ 取得最大、最小值.

故 $0 \leq d \leq 8$, 故 $x+y+z$ 的取值范围是 $[\frac{12}{5}, 4]$.

故答案为: $[\frac{12}{5}, 4]$.



点评: 本题主要考查了解三角形中正弦定理、余弦定理、平面向量数量积的运算、简单线性规划思想方法的应用, 综合性强, 难度大, 易出错.

8. (2011•武进区模拟) 在 $\triangle ABC$ 中, $a\cos\frac{2C}{2}+c\cos\frac{2A}{2}=\frac{3}{2}b$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S=asinC$, 则 $a+c$ 的值=4.

考点: 二倍角的余弦; 三角形中的几何计算.

专题: 计算题.

分析: 首先根据三角形的面积公式求出 b 的值, 然后将所给的式子写成

$$\frac{a(2\cos\frac{2C}{2}-1+1)}{2} + \frac{c(2\cos\frac{2A}{2}-1+1)}{2} = 3$$

进而得到 $a\cos C+c\cos A+a+c=6$, 再根据在三角形中

$a\cos C+c\cos A=b=2$, 即可求出答案.

解答: 解: $\because S=\frac{1}{2}absinC=asinC$

$$\therefore b=2$$

$$\therefore a\cos\frac{C}{2}+c\cos\frac{A}{2}=3$$

$$\therefore \frac{a(2\cos\frac{2C}{2}-1+1)}{2} + \frac{c(2\cos\frac{2A}{2}-1+1)}{2} = 3$$

$$\text{即 } a(\cos C+1)+c(\cos A+1)=6$$

$$\therefore a\cos C+c\cos A+a+c=6$$

$$\therefore a\cos C+c\cos A=b=2$$

$$\therefore 2+a+c=6$$

$$\therefore a+c=4$$

故答案为: 4.

点评: 本题考查了二倍角的余弦以及三角形中的几何运算, 解题的关键是巧妙的将所给的式子写成

$$\frac{a(2\cos\frac{2C}{2}-1+1)}{2} + \frac{c(2\cos\frac{2A}{2}-1+1)}{2} = 3$$

的形式, 属于中档题.

9. 锐角三角形 ABC 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c . 边长 a, b 是方程 $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$ 的两个根, 且

$$2\sin(A+B)-\sqrt{3}=0, \text{ 则 } c \text{ 边的长是}$$

$$c = \sqrt{6}$$

考点： 三角形中的几何计算.

专题： 计算题.

分析： 先根据 $2\sin(A+B) - \sqrt{3} = 0$ 求得 $\sin(A+B)$ 的值，进而求得 $\sin C$ 的值，根据同角三角函数的基本关系求得 $\cos C$ ，根据韦达定理求得 $a+b$ 和 ab 的值，进而求得 a^2+b^2 ，最后利用余弦定理求得 c 的值.

解答： 解： $\because 2\sin(A+B) - \sqrt{3} = 0,$

$$\therefore \sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \sin C = \sin(\pi - A - B) = \sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos C = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$$

$\therefore a, b$ 是方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 的两根

$$\therefore a+b = 2\sqrt{3}, ab = 2,$$

$$\therefore a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 8$$

$$\therefore c = \sqrt{a^2+b^2 - 2ab\cos C} = \sqrt{8 - 4 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{6}$$

故答案为： $\sqrt{6}$

点评： 本题主要考查了三角形中的几何计算，余弦定理的应用，韦达定理的应用. 考查了考生综合运用基础知识的能力.

10. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $BC=5, \angle A = \frac{\pi}{3}$ ， M 为 BC 边的中点， 则 $|AM|$ 的取值范围是 $(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}]$.

考点： 三角形中的几何计算； 正弦定理.

专题： 计算题； 解三角形.

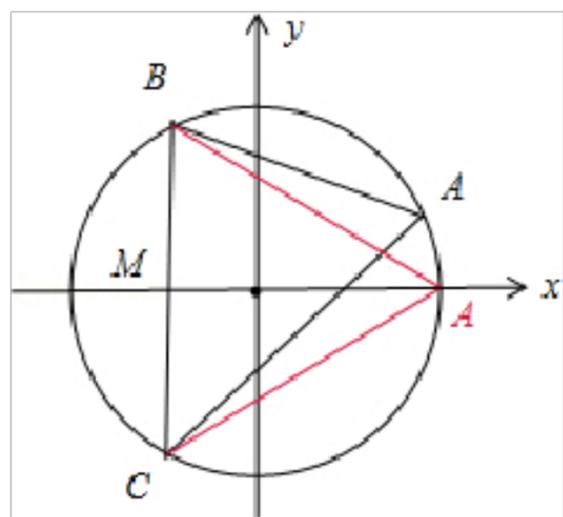
分析： 构造以 BC 为正三角形的外接圆， 如图满足 $BC=5, \angle A = \frac{\pi}{3}$ ， 即可观察推出 $|AM|$ 的取值范围.

解答： 解： 构造以 BC 为正三角形的外接圆， 如图，

显然 $BC=5, \angle A = \frac{\pi}{3}$ 满足题意， 由图可知红 A 处， $|AM|$ 值最大为 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ，

A 与 B (C) 接近时 $|AM|$ 最小， 所以 $|AM| \in (\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}]$.

故答案为： $(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}]$.



点评： 本题考查三角形中的几何计算，构造法的应用，也可以利用 A 的轨迹方程，两点间距离公式求解.

11. 一个等腰直角三角形的三个顶点分别在正三棱柱的三条侧棱上，已知正三棱柱的底面边长为 2，则该三角形的斜边长为

$2\sqrt{3}$.

考点：棱柱的结构特征；三角形中的几何计算.

专题：计算题.

分析：由于正三棱柱的底面 ABC 为等边三角形，我们把一个等腰直角三角形 DEF 的三个顶点分别在正三棱柱的三条侧棱上，结合图形的对称性可得，该三角形的斜边 EF 上的中线 DG 的长等于底面三角形的高，从而得出等腰直角三角形 DEF 的中线长，最后得到该三角形的斜边长即可.

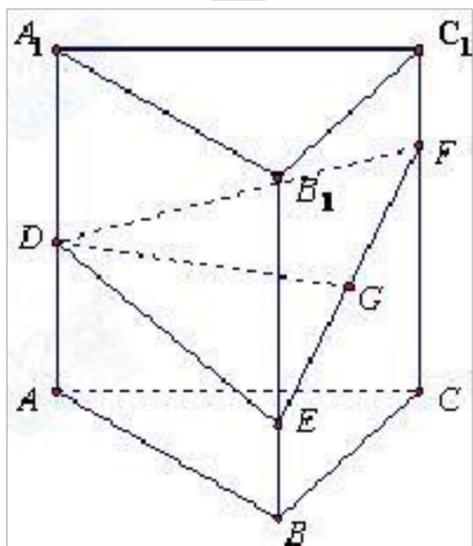
解答：解：一个等腰直角三角形 DEF 的三个顶点分别在正三棱柱的三条侧棱上， $\angle EDF=90^\circ$ ，

已知正三棱柱的底面边长为 $AB=2$ ，

则该三角形的斜边 EF 上的中线 $DG=\sqrt{3}$ ，

\therefore 斜边 EF 的长为 $2\sqrt{3}$.

故答案为： $2\sqrt{3}$.



点评：本小题主要考查棱柱的结构特征、三角形中的几何计算等基础知识，考查空间想象力。属于基础题。

12. 三角形 ABC 中，若 $2\vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{AB}^2 = 0$ ，且 $b=2$ ，一个内角为 30° ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 1 或 $\sqrt{3}$ 。

考点：三角形中的几何计算.

专题：计算题.

分析：先利用 $2\vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{AB}^2 = 0$ ，转化得到 $2a\cos B=c$ ；再借助于余弦定理得 $a=b=2$ ；再分 $\angle A=30^\circ$ 以及 $\angle C=30^\circ$ 两种情况分别求出对应的面积.

解答：解：因为 $2\vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{AB}^2 = 0$ ，转化为边长和角

所以有 $2a\cos B=c$

$$\text{可得：} \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{c}{2a} \Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = b = 2.$$

$$\text{当 } \angle A = 30^\circ = \angle B \text{ 时，} \angle C = 120^\circ, \text{ 此时 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin C = \sqrt{3};$$

$$\text{当 } \angle C = 30^\circ \text{ 时，} \angle A = \angle B = 75^\circ, \text{ 此时 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin C = 1.$$

故答案为： $\sqrt{3}$ 或 1.

点评：本题主要考查余弦定理的应用以及三角形中的几何计算。解决本题的关键在于利用 $2\vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{AB}^2 = 0$ ，转化得到 $2a\cos B=c$ ；再借助于余弦定理得 $a=b=2$ 。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/126013205102010051>