# 第九讲 三角函数图像与性质

目录



**热点题型归纳**

## 题型 01 三角函数单调性

**【解题攻略】**

$A$，$\omega$，$\varphi$ 对函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的影响

（1）函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ （$A>0$，$\omega>0$）中参数 $A$．$\varphi$、$\omega$ 的作用

| 参数 | 作用 |
|---|---|
| $A$ | $A$ 决定了函数的值域以及函数的最大值和最小值，通常称 $A$ 为振幅. |
| $\varphi$ | $\varphi$ 决定了 $x=0$ 时的函数值，通常称 $\varphi$ 为初相，$\omega x+\varphi$ 为相位. |
| $\omega$ | $\omega$ 决定了函数的周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$. |

（2）图象的变换

（1）振幅变换

要得到函数 $y=A\sin x$（$A>0$，$A\neq1$）的图象，只要将函数 $y=\sin x$ 的图象上所有点的纵坐标伸长（当 $A>1$ 时）或缩短（当 $0<A<1$ 时）到原来的 $A$ 倍（横坐标不变）即可得到.

（2）平移变换

要得到函数 $y=\sin(x+\varphi)$ 的图象，只要将函数 $y=\sin x$ 的图象上所有点向左（当 $\varphi>0$ 时）或向右（当 $\varphi<0$ 时）平行移动$|\varphi|$个单位长度即可得到.

（3）周期变换

要得到函数 $y=\sin\omega x$（$x\in R$）（其中 $\omega>0$ 且 $\omega\neq1$）的图象，可以把函数 $y=\sin x$ 上所有点的横坐标缩短（当 $\omega>1$ 时）或伸长（当 $0<\omega<1$ 时）到原来的$\dfrac{1}{\omega}$_倍（纵坐标不变）即可得到.

**【典例 1-1】**（2023·全国·模拟预测）已知函数 $f(x)=\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-x\right),g(x)=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，则使得 $f(g(x))$ 和 $g(f(x))$ 都单调递增的一个区间是（　）

A. $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right)$　　B. $\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right)$　　C. $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{2\pi}{3}\right)$　　D. $\left(\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}\right)$

【典例 1-2】已知函数 $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$，则 $f(x)$（　）

A．在（0，$\pi$）单调递减　　B．在（0，$\pi$）单调递增

C．在（$-\frac{\pi}{2}$，0）单调递减　　D．在（$-\frac{\pi}{2}$，0）单调递增

【变式 1-1】（2022 上·福建莆田·高三校考）函数 $f(x)=\ln\left(\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ 的单调递增区间为（　）

A．$\left(\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right)(k\in Z)$　　B．$\left(-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right)(k\in Z)$

C．$\left(\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{7\pi}{12}+k\pi\right)(k\in Z)$　　D．$\left(\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{5\pi}{6}+k\pi\right)(k\in Z)$

【变式 1-2】（2023·全国·模拟预测）函数 $f(x)=\cos x\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x\right)-\frac{1}{2}$ 在下列某个区间上单调递增，这个区间是（　）

A．$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$　　B．$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$　　C．$\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$　　D．$\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$

【变式 1-3】（2023·黑龙江齐齐哈尔·统考二模）“$0<t<\frac{\pi}{6}$”是“函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 在区间 $(-t,t)$ 上单调递增”的（　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

## 题型 02 求周期

【解题攻略】

求周期方法

1. 直接法：

形如 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 或者 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 函数的周期 $T=\frac{2\pi}{|\omega|}$．$y=A\tan(\omega x+\varphi)$ 的周期是 $T=\frac{\pi}{|\omega|}$

2. 观察法：

形如　$y=\sin|x|$　　$y=\cos|x|$　　$y=\left|\tan\frac{x}{2}\right|$ 等等诸如此类的带绝对值型，可以通过简图判定是否有周期，以及最小正周期的值

3.恒等变形转化法。

4.定义证明法

【典例 1-1】（2023 下·湖南长沙·高三长沙一中校考阶段练习）设函数 $f(x)=a\cos^2x+b\sin x+\tan x$，则 $f(x)$ 的最小正周期（　）

A．与 $a$ 有关，且与 $b$ 有关　　B．与 $a$ 有关，但与 $b$ 无关

C．与 $a$ 无关，且与 $b$ 无关　　D．与 $a$ 无关，但与 $b$ 有关

【典例 1-2】（2023 上·福建厦门·高三福建省厦门第二中学校考阶段练习）以下函数中最小正周期为 $\pi$ 的个数是（　）

$y=|\sin x|$　　$y=\sin|x|$　　$y=\cos|x|$　　$y=\left|\tan\frac{x}{2}\right|$

A．1　　B．2　　C．3　　D．4