

# 第九讲 三角函数图像与性质

## 目录

题型 01 三角函数单调性 .....	1
题型 02 求周期 .....	2
题型 03 非同名函数平移 .....	3
题型 04 对称轴最值应用 .....	4
题型 05 对称中心最值应用 .....	5
题型 06 辅助角最值 .....	6
题型 07 正余弦换元型最值 .....	7
题型 08 一元二次型换元最值 .....	8
题型 09 分式型最值 .....	8
题型 10 最值型综合 .....	9
题型 11 恒等变形：求角 .....	9
题型 12 恒等变形：拆角求值（分式型） .....	10
题型 13 恒等变形：拆角求值（复合型） .....	11
题型 14 恒等变形：拆角求值（正切型对偶） .....	11
高考练场 .....	12

## 热点题型归纳

### 题型 01 三角函数单调性

#### 【解题攻略】

$A, \omega, \varphi$  对函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  图象的影响

(1) 函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0$ ) 中参数  $A, \varphi, \omega$  的作用

参数	作用
$A$	$A$ 决定了函数的值域以及函数的最大值和最小值，通常称 $A$ 为振幅.
$\varphi$	$\varphi$ 决定了 $x=0$ 时的函数值，通常称 $\varphi$ 为初相， $\omega x + \varphi$ 为相位.
$\omega$	$\omega$ 决定了函数的周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

(2) 图象的变换

(1) 振幅变换

要得到函数  $y = A \sin x$  ( $A > 0, A \neq 1$ ) 的图象，只要将函数  $y = \sin x$  的图象上所有点的纵坐标伸长（当  $A > 1$  时）或缩短（当  $0 < A < 1$  时）到原来的  $A$  倍（横坐标不变）即可得到.

(2) 平移变换

要得到函数  $y = \sin(x + \varphi)$  的图象，只要将函数  $y = \sin x$  的图象上所有点向左（当  $\varphi > 0$  时）或向右（当  $\varphi < 0$  时）平行移动  $|\varphi|$  个单位长度即可得到.

(3) 周期变换

要得到函数  $y = \sin \omega x$  ( $x \in \mathbb{R}$ )（其中  $\omega > 0$  且  $\omega \neq 1$ ）的图象，可以把函数  $y = \sin x$  上所有点的横坐标缩短（当  $\omega > 1$  时）或伸长（当  $0 < \omega < 1$  时）到原来的  $\frac{1}{\omega}$  倍（纵坐标不变）即可得到.

**【典例 1-1】** (2023·全国·模拟预测) 已知函数  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right), g(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ , 则使得  $f(g(x))$  和  $g(f(x))$  都单调递增的一个区间是 ( )

- A.  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$       B.  $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$       C.  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right)$       D.  $\left(\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right)$

**【典例 1-2】** 已知函数  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ , 则  $f(x)$  ( )

- A. 在  $(0, \pi)$  单调递减  
 B. 在  $(0, \pi)$  单调递增  
 C. 在  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  单调递减  
 D. 在  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  单调递增

**【变式 1-1】** (2022 上·福建莆田·高三校考) 函数  $f(x) = \ln\left(\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)\right)$  的单调递增区间为 ( )

- A.  $\left(\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi\right) (k \in \mathbb{Z})$   
 B.  $\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi\right) (k \in \mathbb{Z})$   
 C.  $\left(\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi\right) (k \in \mathbb{Z})$   
 D.  $\left(\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi\right) (k \in \mathbb{Z})$

**【变式 1-2】** (2023·全国·模拟预测) 函数  $f(x) = \cos x(\sqrt{3}\sin x + \cos x) - \frac{1}{2}$  在下列某个区间上单调递增, 这个区间是 ( )

- A.  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$   
 B.  $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$   
 C.  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$   
 D.  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

**【变式 1-3】** (2023·黑龙江齐齐哈尔·统考二模) “ $0 < t < \frac{\pi}{6}$ ”是“函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$  在区间  $(-t, t)$  上单调递增”的 ( )

- A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

## 题型 02 求周期

### 【解题攻略】

求周期方法

1. 直接法:

形如  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  或者  $y = A\cos(\omega x + \varphi)$  函数的周期  $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$ ,  $y = A\tan(\omega x + \varphi)$  的周期是  $T = \frac{\pi}{|\omega|}$

2. 观察法:

形如  $y = \sin|x|$   $y = \cos|x|$   $y = \left|\tan\frac{x}{2}\right|$  等等诸如此类的带绝对值型, 可以通过简图判定是否有周

期, 以及最小正周期的值

3. 恒等变形转化法。

4. 定义证明法

**【典例 1-1】** (2023 下·湖南长沙·高三长沙一中校考阶段练习) 设函数  $f(x) = a\cos^2 x + b\sin x + \tan x$ , 则  $f(x)$  的最小正周期 ( )

- A. 与  $a$  有关, 且与  $b$  有关  
 B. 与  $a$  有关, 但与  $b$  无关  
 C. 与  $a$  无关, 且与  $b$  无关  
 D. 与  $a$  无关, 但与  $b$  有关

**【典例 1-2】** (2023 上·福建厦门·高三福建省厦门第二中学校考阶段练习) 以下函数中最小正周期为  $\pi$  的个数是 ( )

$y = |\sin x|$   $y = \sin|x|$   $y = \cos|x|$   $y = \left|\tan\frac{x}{2}\right|$

- A. 1  
 B. 2  
 C. 3  
 D. 4

---

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/126211011043010110>