实验二 离散信号与系统的频谱分析

一、实验目的

1. 掌握离散傅里叶变换（ DFT ）及快速傅里叶变换（ FFT）的计算机实现方 法。

2. 检验序列 DFT 的性质。

3. 掌握利用 DFT （FFT）计算序列线性卷积的方法。

4. 学习用 DFT 对连续信号和时域离散信号进行谱分析的方法，了解可能出现 的分析误差，以便在实际中正确应用 DFT。

5. 了解采样频率对谱分析的影响。

6. 了解利用 FFT 进行语音信号分析的方法。

二、实验设备

1.计算机

2.Matlab 软件 7.0以上版本。

三、实验内容

1. 对不同序列进行离散傅里叶变换并进行分析；DFT 共轭对称性质的应用（通过 1 次 N 点 FFT 计算 2 个 N 点实序列的 DFT）。

2. 线性卷积及循环卷积的关系，以及利用 DFT（ FFT）进行线性卷积的方法。

3. 比较计算序列的 DFT 和 FFT 的运算时间。

4. 利用 FFT 实现带噪信号检测。

5. 利用 FFT 计算信号频谱及功率谱。

6. 扩展部分主要是关于离散系统采样频率、时域持续时间、谱分辨率等参数之间的关系，频谱的内插恢复，对语音信号进行简单分析。

四、实验原理

1. 序列的离散傅里叶变换及性质

离散傅里叶变换的定义： X(k) DFT [x(n)] n0 x n()e j N nk , 0 N1

离散傅里叶变换的性质：

（1）DFT 的共轭对称性。若 x（n） x_{ep}（n） x_{op}（n）， X（k） DFT x（n），则：

$DFT\,[\,x_{ep}(\,n)]\quad X_R(k)$， $DFT[x_{op}(n)]\qquad jX_I(k)$。

(2) 实序列 DFT 的性质。若 $x(n)$ 为实序列，则其离散傅里叶变换 $X(k)$为共轭对称，即 $X(k)\ X_*(N\ k),0\ k\ N\ 1$ 。

(3) 实偶序列 DFT 的性质。若 $x(n)$ 为实偶序列，则其离散傅里叶变换 $X(k)$ 为实偶对称，即 $X(k)\ X(N\ k),0\ k\ N\ 1$。

(4) 实奇序列 DFT 的性质。若 $x(n)$ 为实奇序列，则其离散傅里叶变换 $X(k)$ 为纯虚奇对称，即 $X(k)\ X(N\ k),0\ k\ N\ 1$。

2. 利用 DFT 计算线性卷积 时域循环卷积定理：设有限长序列为 $x_1(n)$和 $x_2(n)$，它们的 N 点 DFT 分别为

$X_1(k)$ 和 $X_2(k)$，如果 $X(k)\ X_1(k)\ X_2(k)$，则其 IDFT 为两序列的循环卷积

$$x(n)\ IDFT[\,X(k)]\qquad \sum_{m0}^{N1} x_1(m)x_2((n\ m))_N R_N(n)$$。

循环卷积和线性卷积的关系：循环卷积是线性卷积周期延拓的主值序列。当循环卷积的点数大于等于线性卷积的长度，这时循环卷积等于线性卷积，就可以利用 DFT 计算线性卷积，方法如图 4-1 所示。

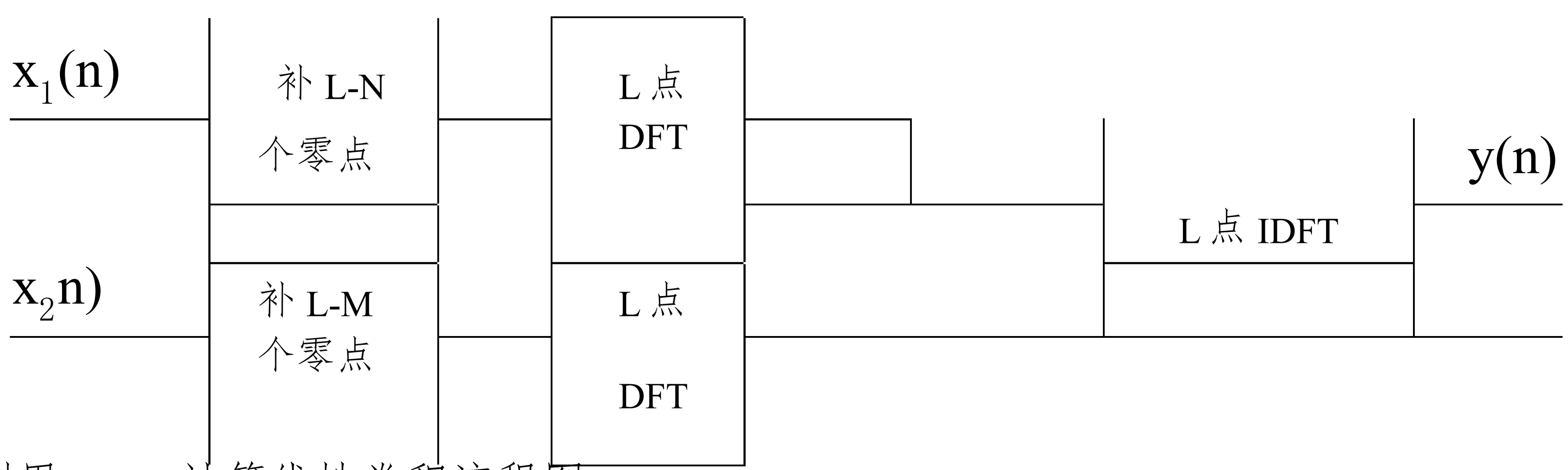


图 4-1 利用 DFT 计算线性卷积流程图

3、利用 DFT 对信号进行谱分析

(1)用 DFT 进行谱分析的参数选择

用 DFT 进行连续信号谱分析时参数的选择要遵循一定的原则。

$$f_s\ 2f_c \qquad T_P \qquad T_{P\,min} \qquad ,\ T\ \ \frac{1}{f_s}\ \ \frac{1}{2f_c}$$

(2)用 DFT 进行谱分析的误差问题

由于 DFT 计算频谱仅限于离散点上的频谱， 而采样点之间的频谱函数值是不 知道的。因此会引起栅栏效应，解决方法是：对有限长序列在原数据末尾补 0，对无限长序列增大截取长度和 DFT 变换区间长度。 由于实际中信号可能是无限长 的，而 DFT 处理的是有限长序列，因此实际中经常要把观测的时域信号截断，相 当于时域加窗， 会引起截断效应， 表现为频谱泄露和谱间干扰， 解决的方法是增 加窗长、改变窗函数形状。 栅栏效应和谱分辨率是不同的概念，对信号补 0，可 以减小栅栏效应，但是由于截断已经使频谱变模糊了，所以补零后虽采样间隔 变小，但得到的频谱包络仍是变模糊的频谱，因此频率分辨率没有提高，要提 高频率分辨率，必须使时域截取长度增加。

4. DFT 和 FFT 的运算量

离散傅里叶变换在实际应用中非常重要， 利用它可以计算信号的频谱、 功率 谱和线性卷积等。但其计算量太大 (与 N 的平方成正比), 很难实时地处理问题 , 因 此引出了快速傅里叶变换 (FFT) 。

设序列的长度为 N，则计算 DFT 和计算 FFT 的运算量如表 4.1 所示。

表 4.1 DFT 和 FFT 运算量比较

	计算 DFT	计算 FFT
复数乘法次数	N^2	N(N 1)
复数加法次数	$\frac{N}{2}\log_2 N$	$N\log_2 N$

5. 周期图法计算信号功率谱 周期图法是一种估计信号功率谱密度的方法。因为序列的 DFT 隐含有周期 性，所以这种功率谱也有周期性， 称为周期图。该方法的优点是能应用离散傅里 叶变换的快速算法来进行估值。定义如式(4-1) 所示。

$$P_N = \frac{1}{N}|X(k)|^2 = \frac{1}{N}X(k)X^*(k) \qquad (4\text{-}1)$$

6. 信噪比

设纯净信号为 s(n)，噪声信号为 v(n)，带噪信号为 x(n)，则信噪比的定义如 式(4-2) 所示，单位为 dB

N1

N1 | s(n) | 2

SNR 10log N (4-2)

Nn0 1

1 2

N n0

五、实验步骤

1. 序列的离散傅里叶变换及分析 分别对复序列，实序列，实偶序列， 变换，得

到实验结果并对其特点进行分析 实奇序列，虚奇序列进行离散傅里叶

实验所需序列自选。

```
x1n=[1 1 1 1];

x2n=[1 2 3 4]; xn=x1n+1i*x2n;

Xk=fft(xn,4);

k=0:3;wk=2*k/4;

subplot(3,2,1);

h=stem(wk,abs(Xk),'o','fill');

set(h,'LineWidth',3)

title('复序列的 4 点 DFT 的幅频特性图 ');

幅度');

Xk1=fft(x1n,4);

k=0:3;wk=2*k/4;

subplot(3,2,2);

h=stem(wk,abs(Xk1),'o','fill');

set(h,'LineWidth',3)

title('实序列的 4 点 DFT 的幅频特性图 ');

幅度'); Xk2=fft(x2n,4);

k=0:3;wk=2*k/4;

subplot(3,2,1);

h=stem(wk,abs(Xk2),'o','fill');
set(h,'LineWidth',3)
title('复序列的 4 点 DFT 的幅频特性图 ');


ylabel(' 幅度 ');
```

```
Xk3=(0.5)*(Xk+conj(Xk(mod(-k,4)+1)));
k=0:3;wk=2*k/4;
subplot(3,2,3);
h=stem(wk,abs(Xk3),'o','fill');
set(h,'LineWidth',3)
title('实偶序列的幅频特性图 ')；

ylabel('幅度')；
Xk4=(0.5)*(Xk-conj(Xk(mod(-k,4)+1)));
k=0:3;wk=2*k/4;
subplot(3,2,4);
h=stem(wk,abs(Xk4),'o','fill');
set(h,'LineWidth',3)
title('实奇序列的幅频特性图 ')；

ylabel('幅度')；
Xk5=-1i*(0.5)*(Xk-conj(Xk(mod(-k,4)+1)));
k=0:3;wk=2*k/4;
subplot(3,2,5);
h=stem(wk,abs(Xk5),'o','fill');
set(h,'LineWidth',3)
title('虚奇序列的幅频特性图 ')；

ylabel('幅度')；
```

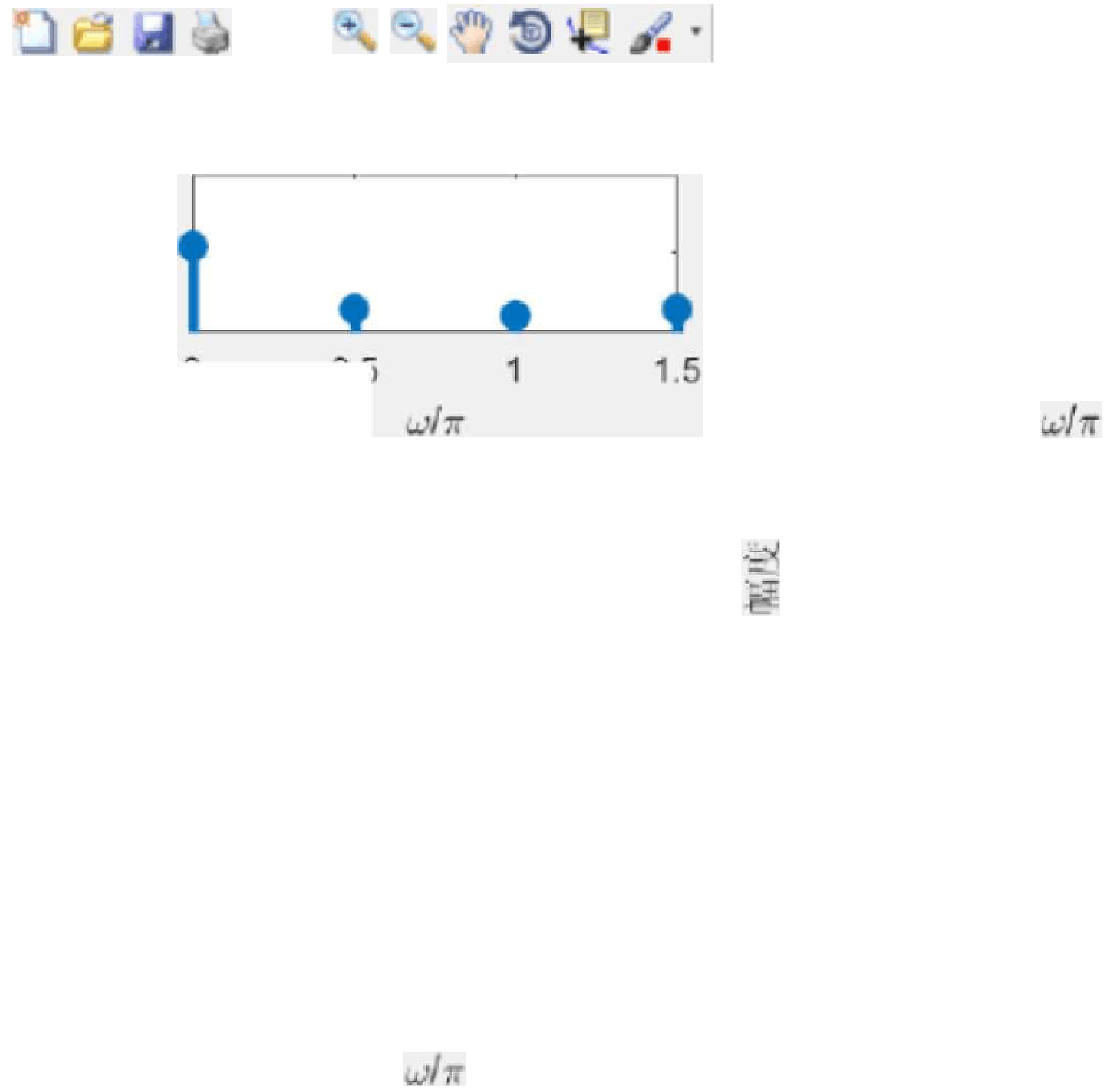
2. 利用共轭对称性，设计高效算法计算 2 个 N 点实序列的 DFT 。

用一个 N 点 FFT 计算两个长度为 N 的实序列 N 点离散傅里叶变换，并将结果和直接使用两个 N 点 DFT 得到的结果进行比较。

```
x1n=[1 1 1 1];
x2n=[1 2 3 4];
xn=x1n+1i*x2n;
Xk=fft(xn,4);
```

```
k=0:3;wk=2*k/4;
subplot(3,2,1);
h=stem(wk,abs(Xk),'o','fill');
set(h,'LineWidth',3)
title('xn 的 4 点 DFT 的幅频特性图 ')；

ylabel(' 幅度 ')；
Xk3=(0.5)*(Xk+conj(Xk(mod(-k,4)+1)));
k=0:3;wk=2*k/4;
subplot(3,2,2);
h=stem(wk,abs(Xk3),'o','fill');
set(h,'LineWidth',3)
title(' 经计算的 X1k 的幅频特性图 ')；

ylabel(' 幅度 ')；
Xk4=-1i*(0.5)*(Xk-conj(Xk(mod(-k,4)+1)));
k=0:3;wk=2*k/4;
subplot(3,2,3);
h=stem(wk,abs(Xk4),'o','fill');
set(h,'LineWidth',3)
title(' 经计算的 X2k 的幅频特性图 ')；

ylabel(' 幅度 ')；
Xk1=fft(x1n,4);
k=0:3;wk=2*k/4;
subplot(3,2,4);
h=stem(wk,abs(Xk1),'o','fill');
set(h,'LineWidth',3)
```

```
title('x1n 的 4 点 DFT 的幅频特性图 ')；


ylabel(' 幅度 ')；

Xk2=fft(x2n,4);

k=0:3;wk=2*k/4;

subplot(3,2,5);

h=stem(wk,abs(Xk2),'o','fill');

set(h,'LineWidth',3)

title('x2n 的 4 点 DFT 的幅频特性图

ylabel(' 幅度 ')；
```

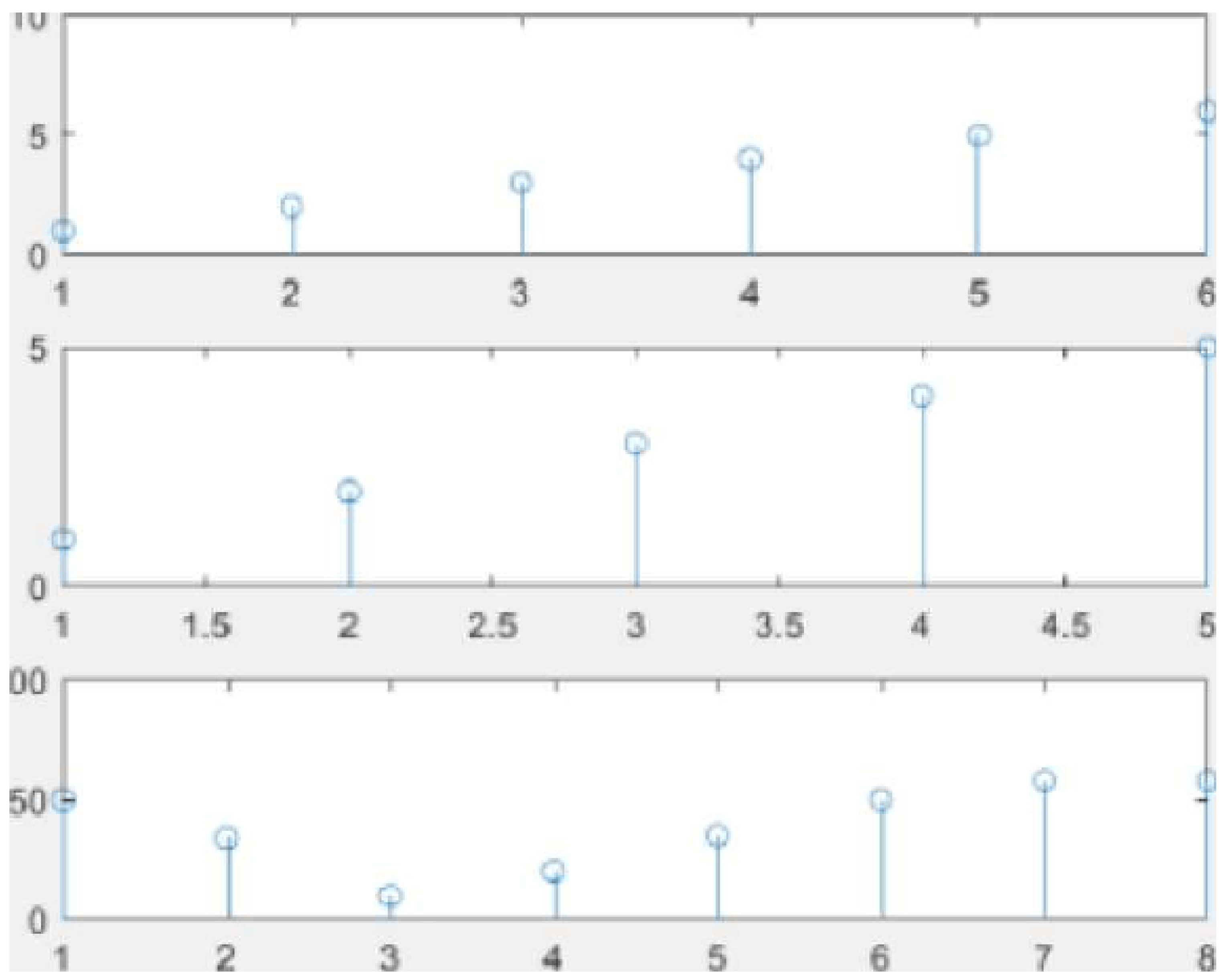


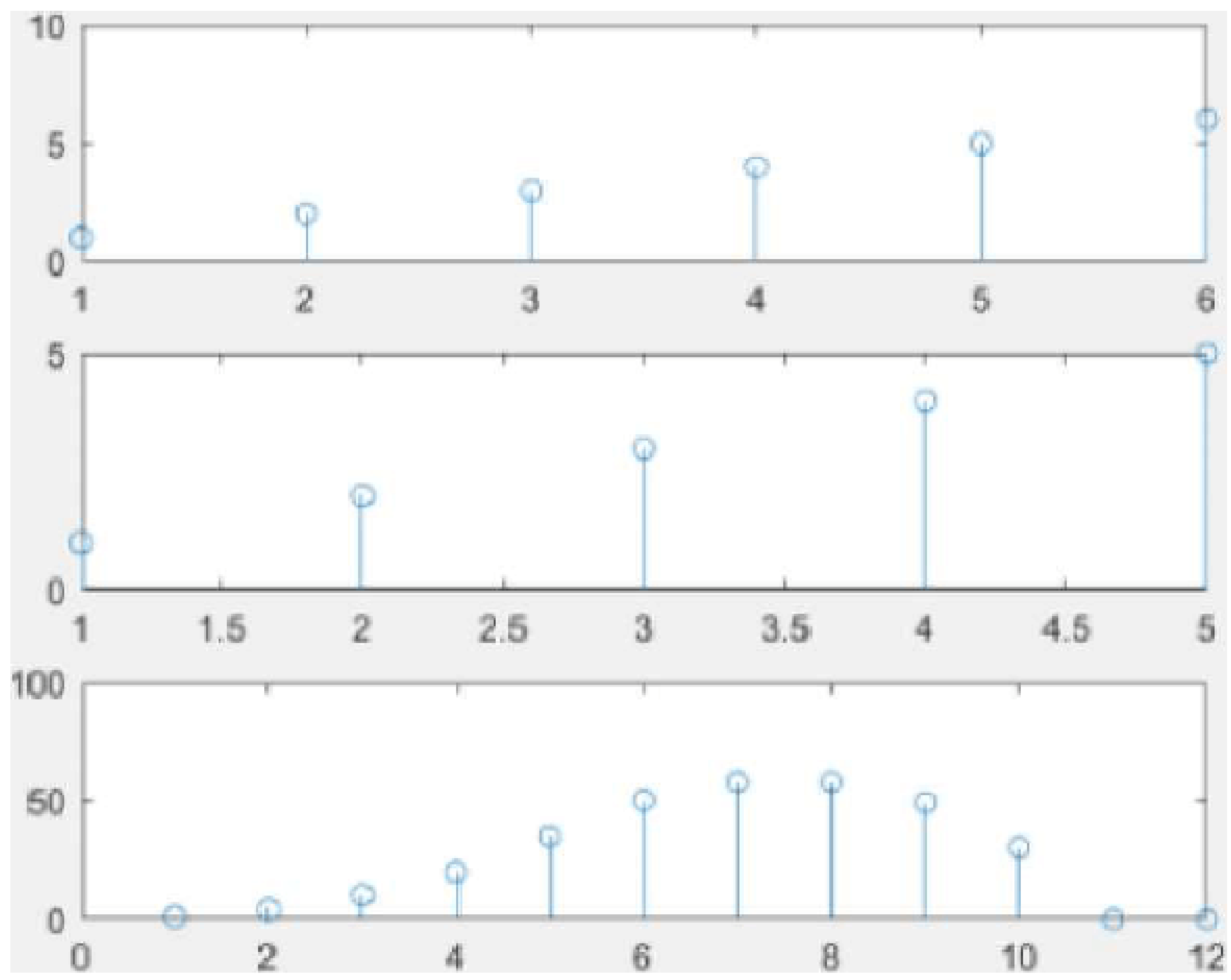
3. 线性卷积及循环卷积的实现及二者关系分析 计算两序列的线性卷积及循环卷积，循环卷积采用 2 种计算方法(时域、频 域方法)。设序列 x1 长度为 M，序列 x2 长度为 N，循环卷积长度为 L，分别计算 L 大于、等于、小于(M+N-1) 时的循环卷积。序列 x1、x2、L 自选，得到实验结 果并对线性卷积及循环卷积的关系进行分析。

```
x1=[1,2,3,4,5,6];
x2=[1,2,3,4,5];
N=12;
y=circonv(x1,x2,N);
subplot(3,1,1)
stem(x1)
subplot(3,1,2)
```

stem(x2) subplot(3,1,3)

stem(y)





N=8

N=12 k1=1:6;

f1=[1,2,3,4,5,6];

k2=1:5;

f2=[1,2,3,4,5];

[f,k]= lsjuanji (f1,f2,k1,k2);

subplot(3,1,1)

stem(f1)

subplot(3,1,2)