

# 2024 届湖北省孝感市普通高中联考协作体数学高三第一学期期末复习检测模拟试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数  $z = (2+i)(1+i)$  ( $i$  是虚数单位), 则复数  $z$  在复平面内对应的点位于 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

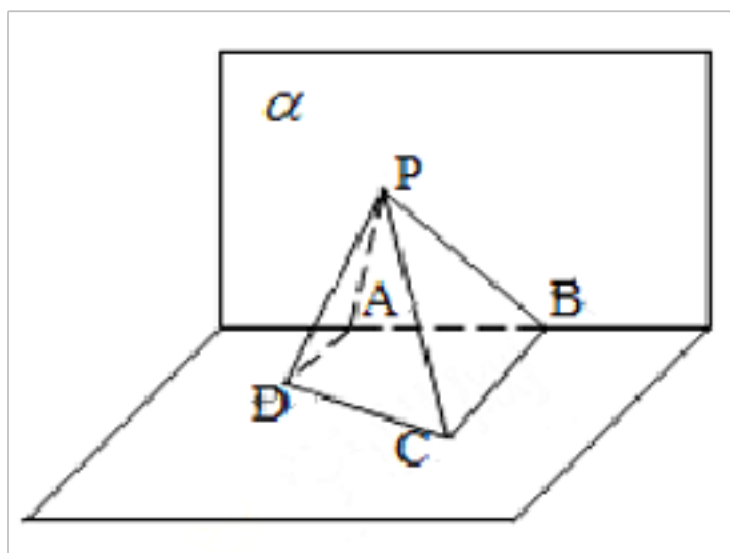
2. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,  $S_n$  为其前  $n$  项和,  $4 + a_5 = a_6 + a_{10}$ , 则  $S_{21} =$  ( )

- A. 7      B. 14      C. 28      D. 84

3. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $e$ , 抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点坐标为  $(1, 0)$ , 若  $e = p$ , 则双曲线  $C$  的渐近线方程为 ( )

- A.  $y = \pm\sqrt{3}x$       B.  $y = \pm 2\sqrt{2}x$   
 C.  $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$       D.  $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

4. 如图, 已知平面  $\alpha \perp \beta$ ,  $\alpha \cap \beta = l$ ,  $A, B$  是直线  $l$  上的两点,  $C, D$  是平面  $\beta$  内的两点, 且  $DA \perp l$ ,  $CB \perp l$ ,  $AD = 3$ ,  $AB = 6$ ,  $CB = 6$ .  $P$  是平面  $\alpha$  上的一动点, 且直线  $PD, PC$  与平面  $\alpha$  所成角相等, 则二面角  $P-BC-D$  的余弦值的最小值是 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D. 1

5. 已知方程  $x|x| + y|y| = -1$  表示的曲线为  $y = f(x)$  的图象, 对于函数  $y = f(x)$  有如下结论: ①  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上单调递减; ② 函数  $F(x) = f(x) + x$  至少存在一个零点; ③  $y = f(|x|)$  的最大值为 1; ④ 若函数  $g(x)$  和  $f(x)$  图象关于

原点对称，则  $y = g(x)$  由方程  $y|y| + x|x| = 1$  所确定；则正确命题序号为( )

- A. ①③                      B. ②③                      C. ①④                      D. ②④

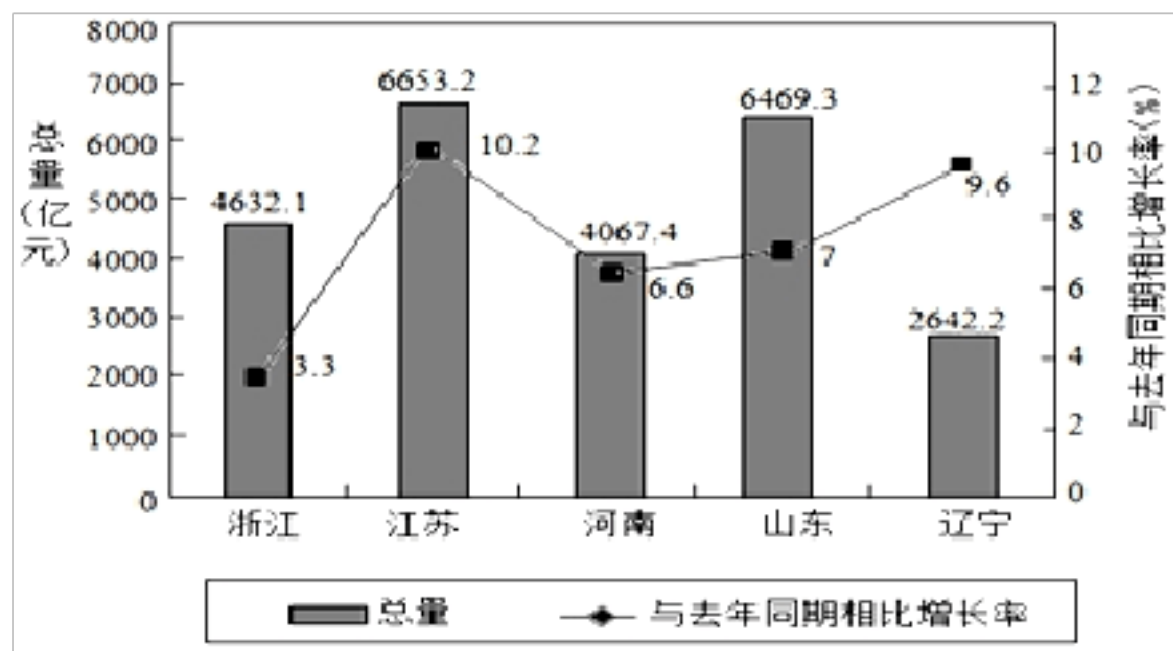
6. 在各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_5 a_6 = 3$ ，则  $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \dots + \log_3 a_{10} = ( )$

- A.  $1 + \log_3 5$               B. 6                          C. 4                          D. 5

7. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $[0, 2]$ ，则函数  $g(x) = f(2x) + \sqrt{8-2x}$  的定义域为 ( )

- A. 0,1                          B.  $[0, 2]$   
C.  $[1, 2]$                       D.  $[1, 3]$

8. 如图是 2017 年第一季度五省 GDP 情况图，则下列陈述中不正确的是 ( )

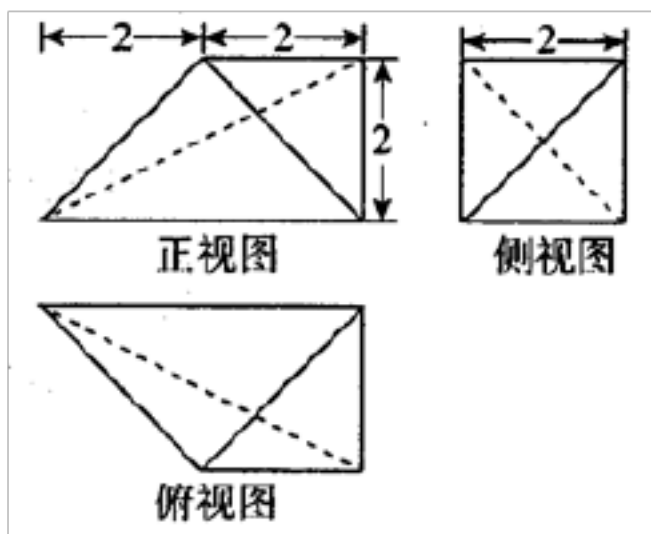


- A. 2017 年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 5 的是浙江省。  
B. 与去年同期相比，2017 年第一季度的 GDP 总量实现了增长。  
C. 2017 年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省只有 1 个  
D. 去年同期河南省的 GDP 总量不超过 4000 亿元.

9. 做抛掷一枚骰子的试验，当出现 1 点或 2 点时，就说这次试验成功，假设骰子是质地均匀的.则在 3 次这样的试验中成功次数  $X$  的期望为 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$                           B.  $\frac{1}{2}$                           C. 1                          D. 2

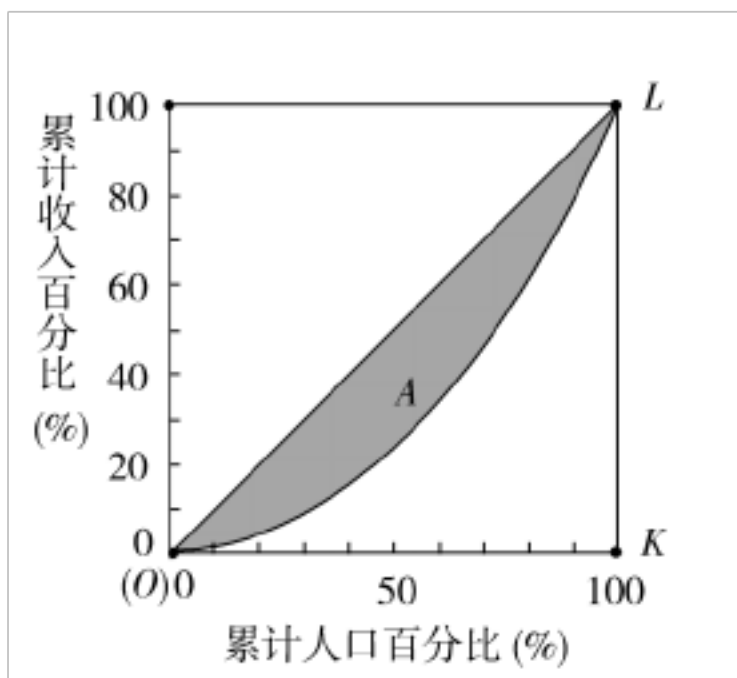
10. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为 ( )



A.  $\frac{11}{3}$   
C.  $\frac{13}{3}$

B. 4  
D. 5

11. 为了研究国民收入在国民之间的分配，避免贫富过分悬殊，美国统计学家劳伦茨提出了著名的劳伦茨曲线，如图所示.劳伦茨曲线为直线  $OL$  时，表示收入完全平等.劳伦茨曲线为折线  $OKL$  时，表示收入完全不平等.记区域  $A$  为不平等区域， $a$  表示其面积， $S$  为  $\triangle OKL$  的面积，将  $Gini = \frac{a}{S}$  称为基尼系数.



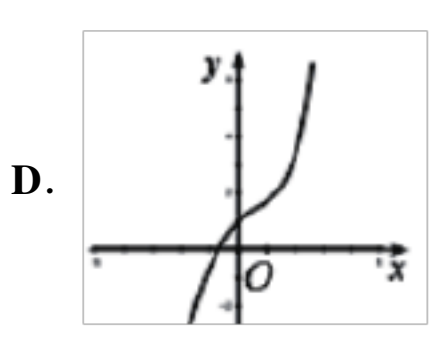
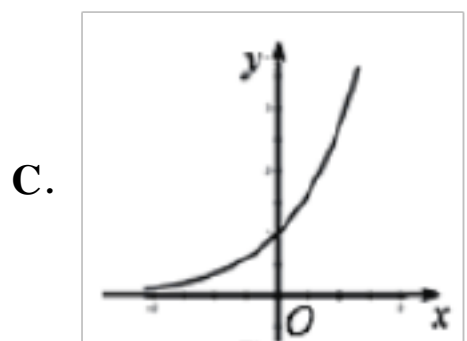
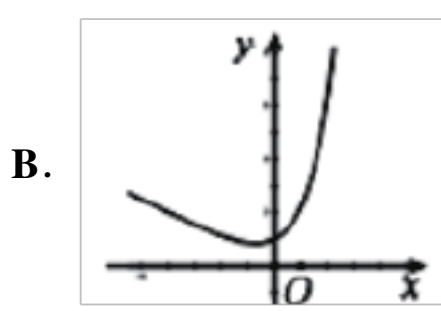
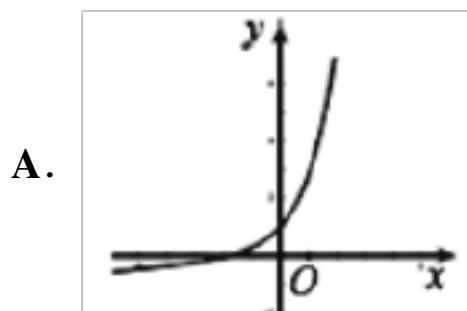
对于下列说法：

- ① Gini 越小，则国民分配越公平；
- ② 设劳伦茨曲线对应的函数为  $y = f(x)$ ，则对  $\forall x \in (0,1)$ ，均有  $\frac{f(x)}{x} > 1$ ；
- ③ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为  $y = x^2 (x \in [0,1])$ ，则  $Gini = \frac{1}{4}$ ；
- ④ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为  $y = x^3 (x \in [0,1])$ ，则  $Gini = \frac{1}{2}$ 。

其中正确的是：

- A. ①④      B. ②③      C. ①③④      D. ①②④

12. 函数  $f(x) = e^x + ax$  ( $a < 0$ ) 的图像可以是 ( )



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.  $(x-y)(x+2y)^4$  的展开式中， $x^3y^2$  的系数为\_\_\_\_\_。

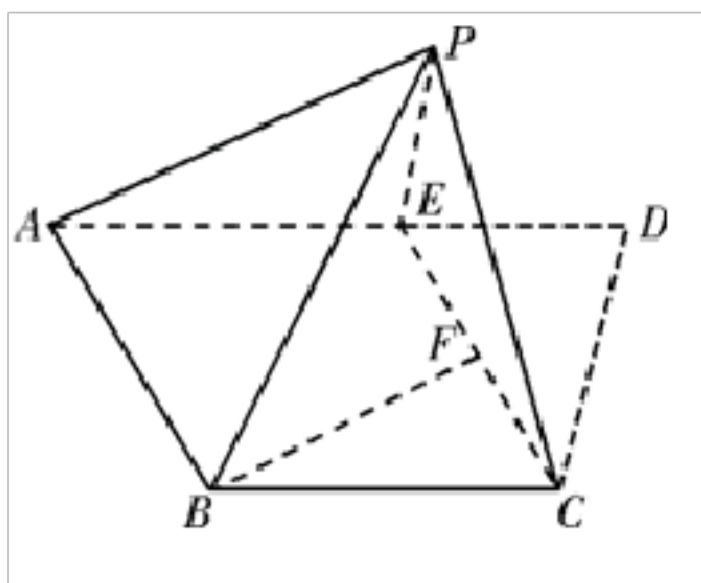
14. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 1 \\ 3x, & x \leq 1 \end{cases}$ ，若  $f(a) \geq 1$ ，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

15. 函数  $y = \ln(3^x - 2^x)$  的定义域为\_\_\_\_\_。

16. 在一底面半径和高都是  $2m$  的圆柱形容器中盛满小麦，有一粒带麦锈病的种子混入了其中。现从中随机取出的  $2m^3$  种子，则取出了带麦锈病种子的概率是\_\_\_\_\_。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，平面四边形  $ABCD$  中， $BC \parallel AD$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $E$  是  $AD$  上的一点， $AB = BC = 2DE$ ， $F$  是  $EC$  的中点，以  $EC$  为折痕把  $\triangle EDC$  折起，使点  $D$  到达点  $P$  的位置，且  $PC \perp BF$ 。



(1) 证明：平面  $PEC \perp$  平面  $ABCE$ ；

(2) 求直线  $PC$  与平面  $PAB$  所成角的正弦值。

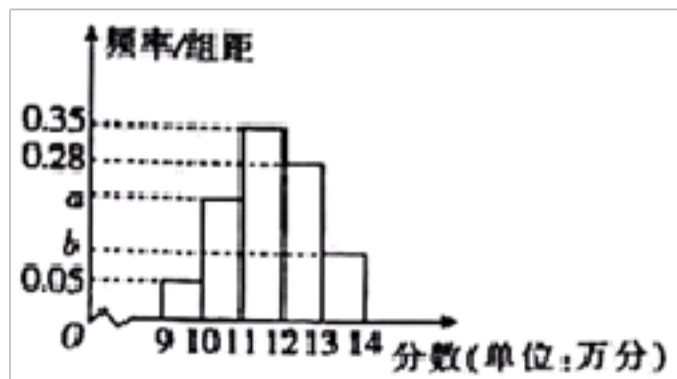
18. (12 分) 已知函数  $f(x) = \ln x - a(x-1)$ ， $a$  为实数，且  $a > 0$ 。

(I) 当  $a=1$  时，求  $f(x)$  的单调区间和极值；

(II) 求函数  $f(x)$  在区间  $[1, e]$  上的值域 (其中  $e$  为自然对数的底数)。

19. (12 分) 某芯片公司对今年新开发的一批 **5G** 手机芯片进行测评，该公司随机调查了 **100** 颗芯片，并将所得统计数

据分为  $[9,10)$ ,  $[10,11)$ ,  $[11,12)$ ,  $[12,13)$ ,  $[13,14]$  五个小组 (所调查的芯片得分均在  $[9,14]$  内), 得到如图所示的频率分布直方图, 其中  $a - b = 0.18$ .



(1) 求这 100 颗芯片评测分数的平均数 (同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替).

(2) 芯片公司另选 100 颗芯片交付给某手机公司进行测试, 该手机公司将每颗芯片分别装在 3 个工程手机中进行初测. 若 3 个工程手机的评分都达到 11 万分, 则认定该芯片合格; 若 3 个工程手机中只要有 2 个评分没达到 11 万分, 则认定该芯片不合格; 若 3 个工程手机中仅 1 个评分没有达到 11 万分, 则将该芯片再分别置于另外 2 个工程手机中进行二测, 二测时, 2 个工程手机的评分都达到 11 万分, 则认定该芯片合格; 2 个工程手机中只要有 1 个评分没达到 11 万分, 手机公司将认定该芯片不合格. 已知每颗芯片在各次置于工程手机中的得分相互独立, 并且芯片公司对芯片的评分方法及标准与手机公司对芯片的评分方法及标准都一致 (以频率作为概率). 每颗芯片置于一个工程手机中的测试费用均为 300 元, 每颗芯片若被认定为合格或不合格, 将不再进行后续测试, 现手机公司测试部门预算的测试经费为 10 万元, 试问预算经费是否足够测试完这 100 颗芯片? 请说明理由.

20. (12 分) 已知矩阵  $M = \begin{bmatrix} -1 & a \\ b & 4 \end{bmatrix}$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ ) 不存在逆矩阵, 且非零特征值对应的一个特征向量  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ , 求  $a, b$  的值.

21. (12 分) 已知  $f(x) = 2\ln(x+2) - (x+1)^2$ ,  $g(x) = k(x+1)$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 当  $k = 2$  时, 求证: 对于  $\forall x > -1$ ,  $f(x) < g(x)$  恒成立;

(3) 若存在  $x_0 > -1$ , 使得当  $x \in (-1, x_0)$  时, 恒有  $f(x) > g(x)$  成立, 试求  $k$  的取值范围.

22. (10 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 直线  $l$  与曲线  $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$  交于

$A, B$  两点.

(1) 求  $|AB|$  的长;

(2) 在以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立的极坐标系中, 设点  $P$  的极坐标为  $\left(2\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ , 求点  $P$  到线段  $AB$  中点  $M$  的距离.

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解题分析】

将  $z$  整理成  $a+bi$  的形式，得到复数所对应的点，从而可选出所在象限。

【题目详解】

解：  $z = (2+i)(1+i) = 2 + i^2 + 3i = 1 + 3i$ ，所以  $z$  所对应的点为  $(1,3)$  在第一象限

故选：A.

【题目点拨】

本题考查了复数的乘法运算，考查了复数对应的坐标.易错点是误把  $i^2$  当成 1 进行计算.

2、D

【解题分析】

利用等差数列的通项公式，可求解得到  $a_{11} = 4$ ，利用求和公式和等差中项的性质，即得解

【题目详解】

$$\because 4 + a_5 = a_6 + a_{10},$$

$$\therefore 4 + a_{11} - 6d = a_{11} - 5d + a_{11} - d$$

解得  $a_{11} = 4$ .

$$\therefore S_{21} = \frac{21(a_1 + a_{21})}{2} = 21a_{11} = 84.$$

故选：D

【题目点拨】

本题考查了等差数列的通项公式、求和公式和等差中项，考查了学生综合分析，转化划归，数学运算的能力，属于中档题.

3、A

【解题分析】

求出抛物线的焦点坐标，得到双曲线的离心率，然后求解  $a, b$  关系，即可得到双曲线的渐近线方程.

【题目详解】

抛物线  $y^2=2px$  ( $p>0$ ) 的焦点坐标为  $(1, 0)$ , 则  $p=2$ ,

又  $e=p$ , 所以  $e=\frac{c}{a}=2$ , 可得  $c^2=4a^2=a^2+b^2$ , 可得:  $b=\sqrt{3}a$ , 所以双曲线的渐近线方程为:  $y=\pm\sqrt{3}x$ .

故选: A.

【题目点拨】

本题考查双曲线的离心率以及双曲线渐近线方程的求法, 涉及抛物线的简单性质的应用.

4、B

【解题分析】

$\angle PBA$  为所求的二面角的平面角, 由  $\triangle DAP \sim \triangle CPB$  得出  $\frac{PA}{PB}$ , 求出  $P$  在  $\alpha$  内的轨迹, 根据轨迹的特点求出  $\angle PBA$  的最大值对应的余弦值

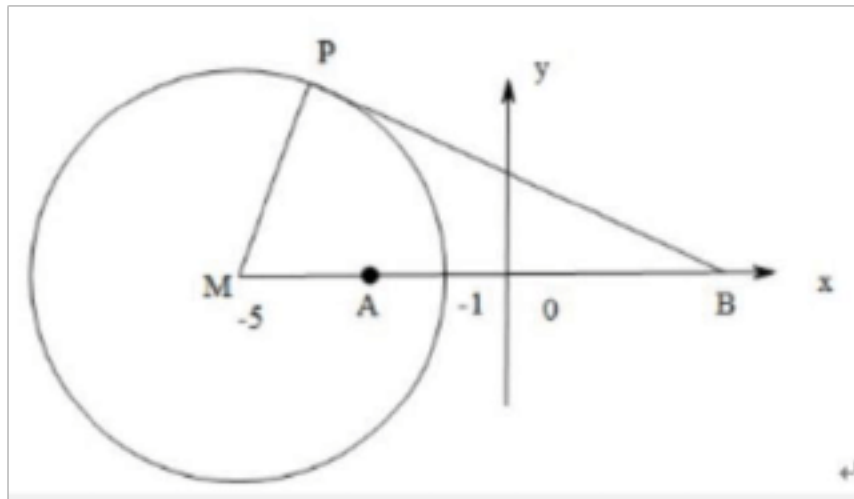
【题目详解】

$\because DA \perp l, \alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, AD \subset \beta$

$\therefore AD \perp \alpha$ , 同理  $BC \perp \alpha$

$\therefore \angle DPA$  为直线  $PD$  与平面  $\alpha$  所成的角,  $\angle CPB$  为直线  $PC$  与平面  $\alpha$  所成的角

$\therefore \angle DPA = \angle CPB$ , 又  $\angle DAP = \angle CBP = 90^\circ$



$\therefore \triangle DAP \sim \triangle CPB, \frac{PA}{PB} = \frac{DA}{BC} = \frac{1}{2}$

在平面  $\alpha$  内, 以  $AB$  为  $x$  轴, 以  $AB$  的中垂线为  $y$  轴建立平面直角坐标系

则  $A(-3,0), B(3,0)$ , 设  $P(x, y)(y>0)$

$\therefore 2\sqrt{(x+3)^2 + y^2} = \sqrt{(x-3)^2 + y^2}$ , 整理可得:  $(x+5)^2 + y^2 = 16$

$\therefore P$  在  $\alpha$  内的轨迹为  $M(-5,0)$  为圆心, 以 4 为半径的上半圆

$\because$  平面  $PBC \cap$  平面  $\beta = BC, PB \perp BC, AB \perp BC$

$\therefore \angle PBA$  为二面角  $P-BC-D$  的平面角,

$\therefore$  当  $PB$  与圆相切时,  $\angle PBA$  最大,  $\cos \angle PBA$  取得最小值

此时  $PM = 4$ ,  $MB = 8$ ,  $MP \perp PB$ ,  $PB = 4\sqrt{3}$

$$\cos \angle PBA = \frac{PB}{MB} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

故选  $B$

**【题目点拨】**

本题主要考查了二面角的平面角及其求法，方法有：定义法、三垂线定理及其逆定理、找公垂面法、射影公式、向量法等，依据题目选择方法求出结果.

5、 $C$

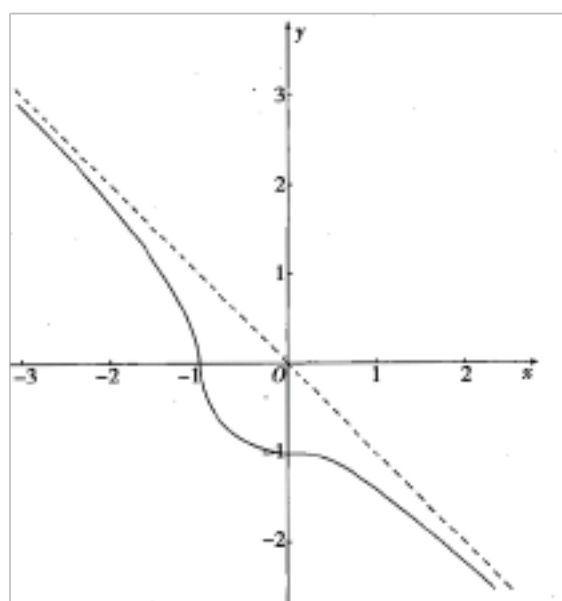
**【解题分析】**

分四类情况进行讨论，然后画出相对应的图象，由图象可以判断所给命题的真假性.

**【题目详解】**

- (1) 当  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  时,  $x^2 + y^2 = -1$ , 此时不存在图象;
- (2) 当  $x \geq 0$ ,  $y < 0$  时,  $y^2 - x^2 = 1$ , 此时为实轴为  $y$  轴的双曲线一部分;
- (3) 当  $x < 0$ ,  $y \geq 0$  时,  $x^2 - y^2 = 1$ , 此时为实轴为  $x$  轴的双曲线一部分;
- (4) 当  $x < 0$ ,  $y < 0$  时,  $x^2 + y^2 = 1$ , 此时为圆心在原点, 半径为  $1$  的圆的一部分;

画出  $y = f(x)$  的图象,



由图象可得:

对于①,  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上单调递减, 所以①正确;

对于②, 函数  $y = f(x)$  与  $y = -x$  的图象没有交点, 即  $F(x) = f(x) + x$  没有零点, 所以②错误;

对于③, 由函数图象的对称性可知③错误;

对于④, 函数  $g(x)$  和  $f(x)$  图象关于原点对称, 则  $x|x| + y|y| = -1$  中用  $-x$  代替  $x$ , 用  $-y$  代替  $y$ , 可得  $y|y| + x|x| = 1$ ,



所以④正确.

故选: C

**【题目点拨】**

本题主要考查了双曲线的简单几何性质, 函数的图象与性质, 函数的零点概念, 考查了数形结合的数学思想.

6、D

**【解题分析】**

由对数运算法则和等比数列的性质计算.

**【题目详解】**

$$\begin{aligned} \text{由题意 } \log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \cdots + \log_3 a_{10} &= \log_3 (a_1 a_2 \cdots a_{10}) \\ &= \log_3 (a_5 a_6)^5 = 5 \log_3 (a_5 a_6) = 5 \log_3 3 = 5. \end{aligned}$$

故选: D.

**【题目点拨】**

本题考查等比数列的性质, 考查对数的运算法则. 掌握等比数列的性质是解题关键.

7、A

**【解题分析】**

试题分析: 由题意, 得  $\begin{cases} 0 \leq 2x \leq 2 \\ 8 - 2^x \geq 0 \end{cases}$ , 解得  $0 \leq x \leq 1$ , 故选 A.

考点: 函数的定义域.

8、C

**【解题分析】**

利用图表中的数据进行分析即可求解.

**【题目详解】**

对于 A 选项: 2017 年第一季度 5 省的 GDP 增速由高到低排位分别是: 江苏、辽宁、山东、河南、浙江, 故 A 正确;

对于 B 选项: 与去年同期相比, 2017 年第一季度 5 省的 GDP 均有不同的增长, 所以其总量也实现了增长, 故 B 正确;

对于 C 选项: 2017 年第一季度 GDP 总量由高到低排位分别是: 江苏、山东、浙江、河南、辽宁, 2017 年第一季度 5 省的 GDP 增速由高到低排位分别是: 江苏、辽宁、山东、河南、浙江, 均居同一位的省有 2 个, 故 C 错误;

对于 D 选项: 去年同期河南省的 GDP 总量  $4067.4 \times \frac{1}{1+6.6\%} \approx 3815.57 < 4000$ , 故 D 正确.

故选: C.

**【题目点拨】**

本题考查了图表分析, 学生的分析能力, 推理能力, 属于基础题.

9、C

【解题分析】

每一次成功的概率为  $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ， $X$  服从二项分布，计算得到答案。

【题目详解】

每一次成功的概率为  $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ， $X$  服从二项分布，故  $E(X) = \frac{1}{3} \times 3 = 1$ 。

故选：C。

【题目点拨】

本题考查了二项分布求数学期望，意在考查学生的计算能力和应用能力。

10、B

【解题分析】

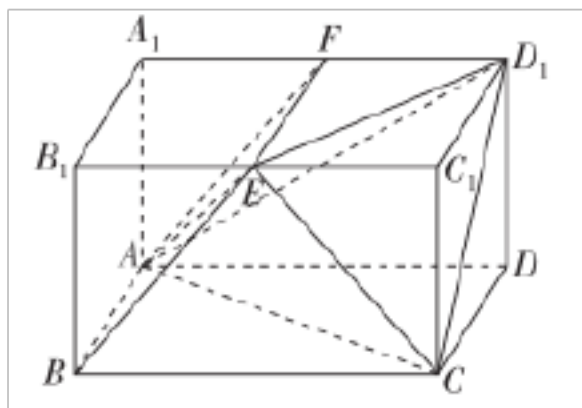
还原几何体的直观图，可将此三棱锥  $A-CD_1E$  放入长方体中，利用体积分割求解即可。

【题目详解】

如图，三棱锥的直观图为  $A-CD_1E$ ，体积

$$\begin{aligned} V_{A-CD_1E} &= V_{\text{长方体}AC_1D_1} - V_{BB_1E-AA_1F} - V_{E-ABC} - V_{E-CC_1D_1} - V_{E-AD_1F} - V_{D_1-ADC} \\ &= 2 \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 2 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = 4. \end{aligned}$$

故选：B。



【题目点拨】

本题主要考查了锥体的体积的求解，利用的体积分割的方法，考查了空间想象力及计算能力，属于中档题。

11、A

【解题分析】

对于①，根据基尼系数公式  $Gini = \frac{a}{S}$ ，可得基尼系数越小，不平等区域的面积  $a$  越小，国民分配越公平，所以①正确。

对于②，根据劳伦茨曲线为一条凹向横轴的曲线，由图得  $\forall x \in (0,1)$ ，均有  $f(x) < x$ ，可得  $\frac{f(x)}{x} < 1$ ，所以②错误。对于

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/127001142042006062>