2024 年高考数学模拟试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0．5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若 x 、y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2\le 0 \\ x-y+1\ge 0 \\ y\le 0 \end{cases}$ ，则 $z=3x+2y$ 的最大值为（　　）

A． 5　　**B．** 9　　**C．** 6　　**D．** 12

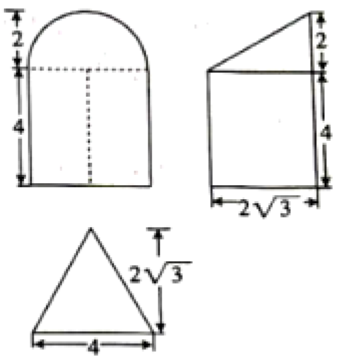
2．中心在原点，对称轴为坐标轴的双曲线 C 的两条渐近线与圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 都相切，则双曲线 C 的离心率是（　　）

A． 2 或 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　**B．** 2 或 $\sqrt{3}$　　**C．** $\sqrt{3}$ 或 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　**D．** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

3．已知随机变量 X 服从正态分布 $N\left(1,4\right)$，$P\left(X>2\right)=0.3$，$P\left(X<0\right)=$（　　）

A． 0.2　　**B．** 0.3　　**C．** 0.7　　**D．** 0.8

4．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A． $16\sqrt{3}+\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$　　**B．** $16\sqrt{3}+\dfrac{4\pi}{3}$　　**C．** $\dfrac{16\sqrt{3}+4\sqrt{3}\pi}{3}$　　**D．** $16\sqrt{3}+\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$

5．已知函数 $f(x)=\dfrac{x^3+\sin x}{(1+x)(m-x)+e^x+e^{-x}}$ 为奇函数，则 $m=$（　　）

A． $\dfrac{1}{2}$　　**B．** 1　　**C．** 2　　**D．** 3

6．下列函数中，既是偶函数又在区间 $\left(0,+¥\right)$ 上单调递增的是（　　）

A． $y=\sqrt{x}$　　**B．** $f\left(x\right)=x\sin x$　　**C．** $f\left(x\right)=x^2+\left|x\right|$　　**D．** $y=\left|x+1\right|$

7．设 i 为虚数单位，则复数 $z=\dfrac{2}{1-i}$ 在复平面内对应的点位于(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

8．设集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x|-2x^2+5x+3>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{0,1\}$

C．$\{1,2\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

9．已知 A,B 是球 O 的球面上两点,$\angle AOB=90°$,C 为该球面上的动点.若三棱锥 $O-ABC$ 体积的最大值为 36,则球 O 的表面积为（ ）

A．36π　　B．64π　　C．144π　　D．256π

10．已知复数 $z=\dfrac{2}{1+i}$，其中 i 为虚数单位，则 $|z|=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{2}$

11．已知 m，n 为异面直线，m⊥平面 α，n⊥平面 β，直线 l 满足 l ⊥m，l ⊥n，$l\not\subset\alpha, l\not\subset\beta$, 则（ ）

A．α∥β 且 l ∥α　　B．α⊥β 且 l ⊥β

C．α 与 β 相交，且交线垂直于 l　　D．α 与 β 相交，且交线平行于 l

12．在 ΔABC 中，M 是 BC 的中点，$AM=1$，点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$ 等于（ ）

A．$\dfrac{4}{9}$　　B．$-\dfrac{4}{9}$　　C．$\dfrac{4}{3}$　　D．$-\dfrac{4}{3}$

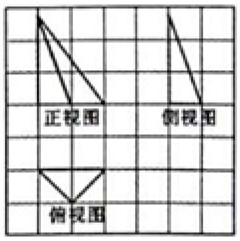
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $2b\cos B=a\cos C+c\cos A$，若 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是______.

14．已知向量 $\vec{m}=(1,1)$，$\vec{n}=(2,-1)$，$\vec{g}=(1,\lambda)$，若 $\vec{g}\perp(2\vec{m}+\vec{n})$，则 $\lambda=$______.

15．若关于 x 的不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(4^{x+1}+\lambda\cdot 2^x)<0$ 在 $x>0$ 时恒成立，则实数 λ 的取值范围是_____

16．我国古代数学名著《九章算术》对立体几何有深入的研究，从其中一些数学用语可见，譬如“憋臑”意指四个面都是直角三角形的三棱锥.某“憋臑”的三视图（图中网格纸上每个小正方形的边长为 1）如图所示，已知几何体高为 $2\sqrt{2}$，则该几何体外接球的表面积为__________.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，P,Q 为椭圆 C 上两点，圆 $O:x^2+y^2=r^2(r>0)$．

（1）若 $PF\perp x$ 轴，且满足直线 AP 与圆 O 相切，求圆 O 的方程；

（2）若圆 O 的半径为 $\sqrt{3}$，点 P,Q 满足 $k_{OP}\cdot k_{OQ}=-\dfrac{3}{4}$，求直线 PQ 被圆 O 截得弦长的最大值.

18．（12 分）如图 1，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，E 是 AD 的中点，F 是 CD 的中点，现将三角形 DEF 沿 EF 翻折成如图 2 所示的五棱锥 $P-ABCFE$．

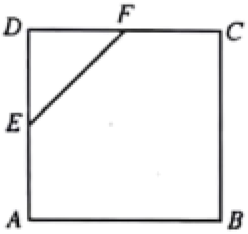


图1

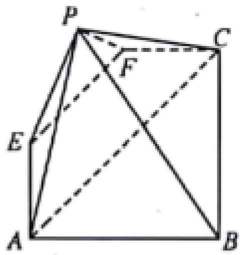


图2

（1）求证：$AC\parallel$ 平面 PEF；

（2）若平面 $PEF\perp$ 平面 $ABCFE$，求直线 PB 与平面 PAE 所成角的正弦值.

19．（12 分）已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）．

（1）求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的普通方程；

（2）已知点 $M(1,0)$，直线 l 与曲线 C 交于 A、B 两点，求 $||MA|-|MB||$．

20．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 为公差不为零的等差数列，S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 a_1、a_2、a_5 成等比数列，$S_7=49$.设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且满足 $\log_2(T_n+2)=\sqrt{S_{n+1}}$．

（1）求数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 的通项公式；

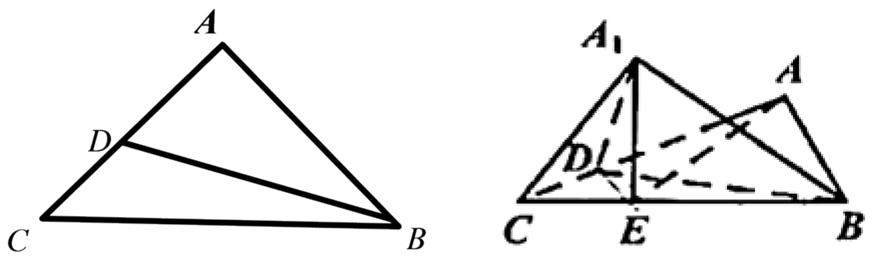
（2）令$c_n=\dfrac{a_n}{b_n}\left(n\in N^*\right)$，证明：$c_1+c_2+\cdots+c_n<3$.

21．（12分）记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$S_n=n^2$，等比数列$\{b_n\}$满足$b_1=a_1$，$b_3=a_5$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求$\{b_n\}$的前n项和T_n.

22．（10分）如图，$\triangle ABC$为等腰直角三角形，$AB=AC=3$，***D*** 为 ***AC*** 上一点，将$\triangle ABD$沿 ***BD*** 折起，得到三棱锥A_1-BCD，且使得A_1在底面 ***BCD*** 的投影 ***E*** 在线段 ***BC*** 上，连接 ***AE***.



（1）证明：$BD\perp AE$；

（2）若$\tan\angle ABD=\dfrac{1}{2}$，求二面角$C-BA_1-D$的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

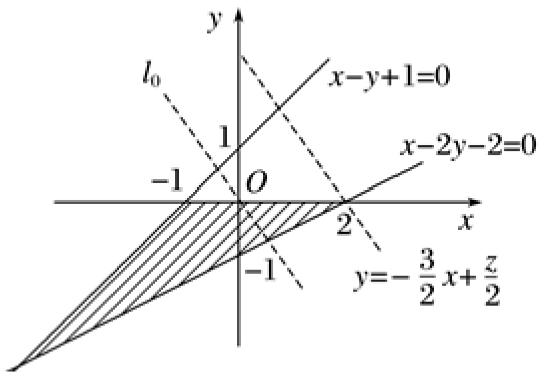
1、**C**

【解析】

作出不等式组所表示的可行域，平移直线$z=3x+2y$，找出直线在y轴上的截距最大时对应的最优解，代入目标函数计算即可.

【详解】

作出满足约束条件$\begin{cases} x-2y-2\le 0 \\ x-y+1\ge 0 \\ y\le 0 \end{cases}$ 的可行域如图阴影部分（包括边界）所示.



由$z=3x+2y$，得$y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{z}{2}$，平移直线$y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{z}{2}$，当直线$y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{z}{2}$经过点$\left(2,0\right)$时，该直线在$y$轴上的截距最大，此时$z$取最大值，

即$z_{\max}=3\times 2+2\times 0=6$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查简单的线性规划问题，考查线性目标函数的最值，一般利用平移直线的方法找到最优解，考查数形结合思想的应用，属于基础题.

2、**A**

【解析】

根据题意，由圆的切线求得双曲线的渐近线的方程，再分焦点在 **x**、**y** 轴上两种情况讨论，进而求得双曲线的离心率.

【详解】

设双曲线 **C** 的渐近线方程为 **y=kx**，是圆的切线得：$\dfrac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}=1,\therefore k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ，

得双曲线的一条渐近线的方程为 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$∴焦点在 **x**、**y** 轴上两种情况讨论：

①当焦点在 **x** 轴上时有：$\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3^2+3}}{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$;

②当焦点在 **y** 轴上时有：$\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3^2+3}}{\sqrt{3}}=2$;

∴求得双曲线的离心率 **2** 或$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

.

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查直线与圆的位置关系、双曲线的简单性质等基础知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想．解题的关键是：由圆的切线求得直线 的方程，再由双曲线中渐近线的方程的关系建立等式，从而解出双曲线的离心率的值．此题易忽视两解得出错误答案.

3、B

【解析】

利用正态分布密度曲线的对称性可得出$P\left(X<0\right)=P\left(X>2\right)$，进而可得出结果.

【详解】

Q X ： $N\left(1,4\right)$，所以，$P\left(X<0\right)=P\left(X>2\right)=0.3$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用正态分布密度曲线的对称性求概率，属于基础题.

4、D

【解析】

结合三视图可知,该几何体的上半部分是半个圆锥,下半部分是一个底面边长为4,高为4的正三棱柱,分别求出体积即可.

【详解】

由三视图可知该几何体的上半部分是半个圆锥,下半部分是一个底面边长为4,高为4的正三棱柱,则上半部分的半个圆锥的体积$V_1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times4\pi\times2\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$,下半部分的正三棱柱的体积$V_2=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}\times4=16\sqrt{3}$,故该几何体的体积$V=V_1+V_2=\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}+16\sqrt{3}$.

故选:D.

【点睛】

本题考查三视图,考查空间几何体的体积,考查空间想象能力与运算求解能力,属于中档题.

5、B

【解析】

根据$f\left(x\right)$整体的奇偶性和部分的奇偶性，判断出m的值.

【详解】

依题意 $f\left(x\right)$ 是奇函数.而 $y=x^{3}+\sin x$ 为奇函数， $y=e^{x}+e^{-x}$ 为偶函数，所以 $g\left(x\right)=\left(1+x\right)\left(m-x\right)$ 为偶函数，故

$g(x)-g(-x)=0$，也即$(1+x)(m-x)-(1-x)(m+x)=0$，化简得$(2m-2)x=0$，所以$m=1$.

故选：**B**

【点睛】

本小题主要考查根据函数的奇偶性求参数值，属于基础题.

6、**C**

【解析】

结合基本初等函数的奇偶性及单调性，结合各选项进行判断即可.

【详解】

A：$y=\sqrt{x}$为非奇非偶函数，不符合题意；

B：$f(x)=x\sin x$在$(0,+\infty)$上不单调，不符合题意；

C：$y=x^2+|x|$为偶函数，且在$(0,+\infty)$上单调递增，符合题意；

D：$y=|x+1|$为非奇非偶函数，不符合题意.

故选：**C.**

【点睛】

本小题主要考查函数的单调性和奇偶性，属于基础题.

7、**A**

【解析】

利用复数的除法运算化简z，求得z对应的坐标，由此判断对应点所在象限.

【详解】

$\because z=\dfrac{2}{1-i}=\dfrac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=1+i$，$\therefore$对应的点的坐标为$(1,1)$，位于第一象限.

故选：**A.**

【点睛】

本小题主要考查复数除法运算，考查复数对应点所在象限，属于基础题.

8、**A**

【解析】

解出集合B，利用交集的定义可求得集合$A\cap B$.

【详解】

因为$B=\left\{x\left|-2x^{2}+5x+3>0\right.\right\}=\left\{x\left|2x^{2}-5x-3<0\right.\right\}=\left\{x\left|-\frac{1}{2}<x<3\right.\right\}$，又$A=\{-1,0,1,2\}$，所以$A\cap B=\{0,1,2\}$.

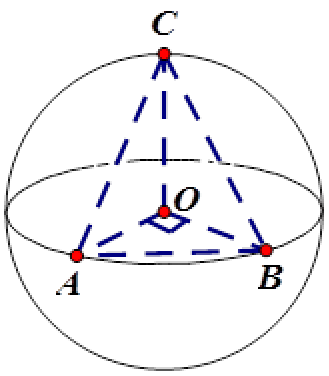
故选：**A.**

【点睛】

本题考查交集的计算，同时也考查了一元二次不等式的求解，考查计算能力，属于基础题.

9、**C**

【解析】



如图所示，当点 **C** 位于垂直于面AOB的直径端点时，三棱锥$O-ABC$的体积最大，设球O的半径为R，此时

$V_{O-ABC}=V_{C-AOB}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}R^{2}\times R=\frac{1}{6}R^{3}=36$，故$R=6$，则球$O$的表面积为$S=4\pi R^{2}=144\pi$，故选 **C**.

考点：外接球表面积和椎体的体积.

10、**D**

【解析】

把已知等式变形，然后利用数代数形式的乘除运算化简，再由复数模的公式计算得答案.

【详解】

解：$z=\frac{2}{1+i}=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1-i$，

则$|z|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数模的求法，是基础题.

11、**D**

【解析】

试题分析：由$m\perp$平面α，直线l满足$l\perp m$，且$l\not\subset\alpha$，所以$l//\alpha$，又$n\perp$平面β，$l\perp n,l\not\subset\beta$，所以$l//\beta$

，由直线m,n为异面直线，且$m\perp$平面$\alpha,n\perp$平面β，则α与β相交，否则，若$\alpha//\beta$则推出$m//n$，与m,n异面矛盾，所以α,β相交，且交线平行于l，故选**D**.

考点：平面与平面的位置关系，平面的基本性质及其推论.

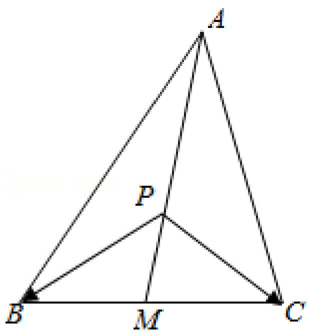
12、**B**

【解析】

由***M***是***BC***的中点，知***AM***是***BC***边上的中线，又由点***P***在***AM***上且满足$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$可得:***P***是三角形***ABC***的重心，根据重心的性质，即可求解.

【详解】

解：∵***M***是***BC***的中点，知***AM***是***BC***边上的中线，



又由点***P***在***AM***上且满足$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$

∴***P***是三角形***ABC***的重心

$\therefore \overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)$

$=\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{AP}=-|\overrightarrow{PA}|^2$

又∵***AM*＝1**

$\therefore|\overrightarrow{PA}|=\dfrac{2}{3}$

$\therefore \overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)=-\dfrac{4}{9}$

故选***B***.

【点睛】

判断***P***点是否是三角形的重心有如下几种办法：①定义：三条中线的交点．②性质：$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$或$\overrightarrow{AP}^2+\overrightarrow{BP}^2+\overrightarrow{CP}^2$取得最小值③坐标法：***P***点坐标是三个顶点坐标的平均数.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13、$\sqrt{3}$

【解析】

由正弦定理，三角函数恒等变换的应用化简已知等式，结合范围 $B\in(0,\pi)$ 可求 B 的值，利用正弦定理可求 b 的值，进而根据余弦定理，基本不等式可求 ac 的最大值，进而根据三角形的面积公式即可求解.

【详解】

解：$\because 2b\cos B=a\cos C+c\cos A$，

$\therefore$ 由正弦定理可得：$2\sin B\cos B=\sin A\cos C+\sin C\cos A=\sin(A+C)$，

$\because A+B+C=\pi$，

$\therefore \sin(A+C)=\sin B$，

又$\because B\in(0,\pi)$，$\therefore \sin B\neq 0$，$\therefore 2\cos B=1$，即 $\cos B=\dfrac{1}{2}$，可得：$B=\dfrac{\pi}{3}$，

$\because \triangle ABC$ 外接圆的半径为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \dfrac{b}{\sin\frac{\pi}{2}}=2\times\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，解得 $b=2$，由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，可得 $a^2+c^2-ac=4$，又 $a^2+c^2\geq 2ac$，

$\therefore 4=a^2+c^2-ac\geq 2ac-ac=ac$（当且仅当 $a=c$ 时取等号），即 ac 最大值为 4，

$\therefore \triangle ABC$ 面积的最大值为 $\dfrac{1}{2}\times 4\sin B=\sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.

【点睛】

本题主要考查了正弦定理，三角函数恒等变换的应用，余弦定理，基本不等式，三角形的面积公式在解三角形中的应用，考查了转化思想，属于中档题.

14、-1

【解析】

由向量垂直得向量的数量积为 0，根据数量积的坐标运算可得结论.

【详解】

由已知 $2\vec{m}+\vec{n}=(4,1)$，$\because \vec{g}\perp\left(2\vec{m}+\vec{n}\right)$，$\therefore \vec{g}\cdot\left(2\vec{m}+\vec{n}\right)=4+\lambda=0$，$\lambda=-4$.

故答案为：-1.

【点睛】

本题考查向量垂直的坐标运算．掌握向量垂直与数量积的关系是解题关键.