湖南省衡阳市名校联考联合体2024年高三下学期数学高考考前仿真联考试题

副标题

考试时间：**分钟 满分：**分

注意事项：

1、填写答题卡的内容用 2B 铅笔填写

2、提前 xx 分钟收取答题卡

一、选择题 （共 8 题）

1．已知集合 $A=\left\{x\left|\,x^2-4<0\right.\right\},B=\{-2,-1,0,1,2\}$ ，则 $A\cap B=$ （ ）

A．$\{-2,-1,0,1,2\}$　　B．$\{-1,0,1\}$　　C．$\varnothing$　　D．$\{x|-2<x<2\}$

2．已知复数 $z=(a+bi)i(a,b\in R,i$ 为虚数单位）的共轭复数为 $\bar{z}$，则“$\bar{z}$ 为纯虚数”的充分必要条件为（ ）

A．$a^2+b^2\neq 0$　　B．$ab=0$　　C．$a=0,b\neq 0$　　D．$a\neq 0,b=0$

3．已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\perp\vec{b},|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=\sqrt{2}$ ，若 $|\lambda\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$ ，则实数 λ 的值为（ ）

A．1 或-1　　B．2 或-2　　C．1 或 2　　D．-1 或 2

4．已知函数 $f(x)=\log_a\left(-x^2+ax+3\right)(a>1)$ ，若 $f(x)$ 在区间 $(1,2)$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是（ ）

A．$(1,2)$　　B．$(1,2]$　　C．$(1,4]$　　D．$[4,+\infty)$

5．已知 m、n 是两条不同的直线，α、β、γ 是三个不同的平面.下列说法中正确的是（ ）

A．若 $m\parallel\alpha,m\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$

B．若 $m\parallel\alpha,n\parallel\alpha$，则 $m\parallel n$

C．若 $\alpha\perp\beta,\beta\perp\gamma$，则 $\alpha\parallel\gamma$

D．若 $m\perp\alpha,m\perp\beta,\alpha\parallel\gamma$，则 $\beta\parallel\gamma$

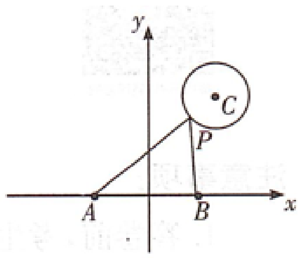
6．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点为 F_1,F_2,M 是椭圆 C 上一动点，直线 $l:y=k(x-1)+2$ 经过的定点为 N，则 $|MF_1|-|MN|$ 的最大值为（ ）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．6

7．将 6 本相同的数学书和 2 本相同的语文书随机排成一排，2 本语文书不相邻的概率为（ ）

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{5}$

8．如图，已知 P 是圆 $C:(x-2)^2+(y-3)^2=2$ 上一点，$A(-1,0),B(1,0)$，则 $\angle APB$ 的正切值的最大值为（ ）



A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

二、多选题 （共 3 题）

9．中国雪乡哈尔滨的看雪最佳时间在 11 月中旬到次年的 2 月上旬，某旅游公司设计了一款冰雪文创产品.试营销以来，这款冰雪文创产品定价 x（单位：元）与销量 y（单位：万件）的数据如下表所示：

产品定价 x（单位：元）	9	9.5	10	10.5	11
销量 y（单位：万件）	11	10	8	6	5

则下列结论正确的是（ ）

A．产品定价 x 的平均值是 10 元

B．产品定价 x 与销量 y 存在正相关关系

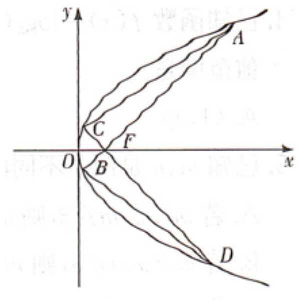
C．产品定价 x 与销量 y 满足一元线性回归模型

D．产品定价 x 与销量 y 的相关系数 $r\approx -0.99$

参考公式：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$．

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2=2.5,\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-\overline{y})^2=26,\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=-8,\sqrt{65}\approx 8.06$．

10．已知抛物线 $\Gamma: y^2=2px(p>0)$ 过点 $P\left(2,2\sqrt{2}\right)$，其焦点为 F，过点 F 作两条互相垂直的直线 l_1,l_2，直线 l_1 与抛物线 Γ 相交于 A、B 两点，直线 l_2 与 Γ 相交于 C、D 两点（如图所示），则下列结论正确的是（ ）



A．抛物线 Γ 的方程为 $y^2=4x$

B．抛物线 Γ 的准线方程为 $x=-2$

C．$\triangle ACF$ 和 $\triangle BFD$ 面积之和的最小值为 7

D．$\triangle ACF$ 和 $\triangle BFD$ 面积之和的最小值为 8

11．已知定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f'(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 中心对称，函数 $g(x)=(x-1)f(x)$，且函数 $g(x)$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递减，函数 $f(x)$、$g(x)$ 的导函数分别是 $f'(x)$、$g'(x)$，则下列结论正确的是（ ）

A．函数 $f'(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称　　B．$g(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称

C．若 $g'(-1)=-2$，则 $g'(3)=2$　　D．$g\left(\sqrt{e}\right)>g(1-\ln 1.5)>0$

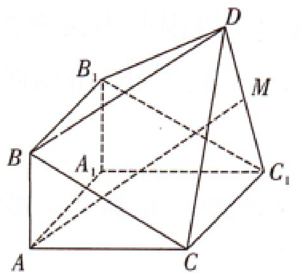
三、填空题 （共 3 题）

12．已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(0<\omega<10,0<\varphi<\pi)$ 图象过点 $P\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，则

$\varphi=$__________；若函数 $f(x)$ 的图象关于点 $Q\left(\dfrac{\pi}{8},0\right)$ 中心对称，则 $f(x)=$__________.

13．如图，由直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 和四棱锥 $D-BB_1C_1C$ 构成的几何体中，

$\angle BAC=\angle B_1A_1C_1=90^\circ, BC=2AB=2BB_1=4, B_1D=BD=C_1D=CD=\sqrt{17}$ ，则该几何体的体积为__________.



14．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=2, S_n=a_{n+1}-2^{n+1}$.若 $S_n>n^2+61n$ ，则 n 的最小值为__________.

四、解答题 （共 5 题）

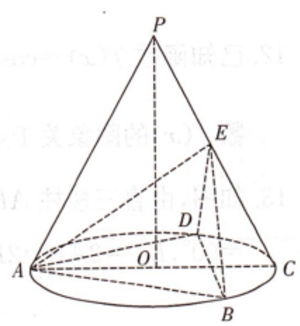
15．在三角形 ABC 中，角 A,B,C 所对的边长分别为 a,b,c ，且 $3\sin A\sin C=2-2\cos 2A$.

（1）证明：$3c=4a$ ；

（2）若 $b=\sqrt{13}, c=a+1$ ，求三角形 ABC 的面积.

16．如图，在圆锥 PO 中，P 是圆锥的顶点，O 是圆锥底面圆的圆心，AC 是圆锥底面圆的直径，等边三角形 ABD 是圆锥底面圆 O 的内接三角形，E 是圆锥母线 PC 的中点，

$PO=6, AC=4$.



（1）求证：平面 $BED\perp$ 平面 ABD；

（2）设点 M 在线段 PO 上，且 $OM=2$ ，求直线 DM 与平面 ABE 所成角的正弦值.

17. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右顶点为A_2，双曲线C的左、右焦点分别为F_1、F_2，且$\left|F_1F_2\right|=4$，双曲线C的一条渐近线方程为$y=\sqrt{3}x$.

（1）求双曲线C的标准方程；

（2）已知过点$P(1,4)$的直线与双曲线C右支交于A,B两点，点Q在线段AB上，若存在实数$\lambda(\lambda>0$且$\lambda\neq1)$，使得$\overrightarrow{AP}=-\lambda\overrightarrow{PB},\overrightarrow{AQ}=\lambda\overrightarrow{QB}$，证明：直线$A_2Q$的斜率为定值.

18．某电竞平台开发了A、B两款训练手脑协同能力的游戏，A款游戏规则是：五关竞击有奖闯关，每位玩家上一关通过才能进入下一关，上一关没有通过则不能进入下一关，且每关第一次没有通过都有再挑战一次的机会，两次均未通过，则闯关失败，各关和同一关的两次挑战能否通过相互独立，竞击的五关分别依据其难度赋分. B款游戏规则是：共设计了$n(n\in\mathrm{N}^*$，且$n\geqslant2)$关，每位玩家都有n次闯关机会，每关闯关成功的概率为$\dfrac{1}{3}$，不成功的概率为$\dfrac{2}{3}$，每关闯关成功与否相互独立；第1次闯关时，若闯关成功则得10分，否则得5分.从第2次闯关开始，若闯关成功则获得上一次闯关得分的两倍，否则得5分.电竞游戏玩家甲先后玩A、B两款游戏.

（1）电竞游戏玩家甲玩A款游戏，若第一关通过的概率为$\dfrac{3}{4}$，第二关通过的概率为$\dfrac{2}{3}$，求甲可以进入第三关的概率；

（2）电竞游戏玩家甲玩B款游戏，记玩家甲第i次闯关获得的分数为$X_i\left(i=1,2,\cdots,n\right)$，求$E\left(X_i\right)$关于$i$的解析式，并求$E\left(X_8\right)$的值.（精确到0.1，参考数据：$\left(\dfrac{2}{3}\right)^7\approx0.059$.）

19. 已知函数$f\left(x\right)=x\ln x+ax$ 在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线与直线$x+2y+2=0$ 垂直.

（1）求实数a的值；

（2）求函数$f\left(x\right)$在区间$\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}^4},\mathrm{e}^2\right]$的最大值和最小值；

（3）证明：$f\left(x\right)\geqslant x^2-\mathrm{e}^{x-2}$.

【答案区】

1. 【答案】B

【解析】【解答】解：因为 $A=\{x|-2<x<2\}$ ， 又 $B=\{-2,-1,0,1,2\}$ ，

所以 $A\cap B=\{-1,0,1\}$.

故选：B.

【分析】本题考查集合的交集运算.先解一元二次不等式求出集合 A ， 再根据集合交集的定义可求出答案.

2. 【答案】D

【解析】【解答】解：因为 $z=(a+b\mathrm{i})\mathrm{i}=-b+a\mathrm{i}(a,b\in\mathrm{R})$ ，

由 $\overline{z}=-b-a\mathrm{i}$ 为纯虚数，即 $-b=0$ 且 $-a\neq0$ ， 即 $a\neq0$ 且 $b=0$.

故选：D.

【分析】本题考查复数的乘法运算，共轭复数的定义，纯虚数的定义.先利用复数的乘法运算求出 z ， 再根据共轭复数的定义求出 $\overline{z}$ ， 利用纯虚数的定义可列出方程组，解方程组可求出答案.

3. 【答案】A

【解析】【解答】解：由 $|\lambda\vec{a}-\vec{b}|^2=\lambda^2\vec{a}^2-2\lambda\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=6\Rightarrow4\lambda^2+2=6\Rightarrow\lambda=\pm1$ ，

故选：A.

【分析】本题考查平面向量的数量积.先对 $\left|\lambda\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{6}$ 两边同时平方，利用完全平方公式进行展开，再利用平面向量数量积的运算，结合平面向量垂直的表示可列出方程，解方程可求出实数 λ 的值.

4. 【答案】D

【解析】【解答】解：令函数 $g(x)=-x^2+ax+3=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+3$ ，

该函数在 $\left(-\infty,\frac{a}{2}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$ 上单调递减.

当 $a>1$ 时，要使 $f(x)$ 在 $(1,2)$ 上单调递增，则 $g(x)$ 在 $(1,2)$ 上单调递增，

且 $x\in(1,2)$ 时， $g(x)>0$ ， 故 $\begin{cases}\frac{a}{2}\geq2,\\ g(1)=-1^2+a+3\geq0\end{cases}$ ， 解得 $a\geq4$.

故选：D

【分析】本题考查复合函数的单调性.先对真数进行构造函数，再进行配方可得：

$g(x)=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+3$ ，利用二次函数的性质分析单调性，可转化为 $g(x)$ 在 $(1,2)$ 上单调递增，利用二次函数的性质可列出不等式组，解不等式组可求出实数 a 的取值范围.

5. 【答案】D

【解析】【解答】解：A：若 $m\parallel\alpha, m\parallel\beta$，则 α 与 β 平行或相交，A 错误；

B：若 $m\parallel\alpha, n\parallel\alpha$，则 m 与 n 可平行、异面或相交，B 错误；

C：若 $\alpha\perp\beta,\beta\perp\gamma$ ，则 $\alpha\parallel\gamma$ 或 $\alpha\cap\gamma=l$ ，C 错误；

D：若 $m\perp\alpha,m\perp\beta$ ，则 $\alpha\parallel\beta$，又 $\alpha\parallel\gamma$，则 $\beta\parallel\gamma$， D 正确.

故选：D.

【分析】本题考查空间中直线，平面的位置关系.利用平面与平面平行的判定定理可判断 A 选项；根据直线与平面平行的性质可判断 B 选项；利用平面与平面垂直的性质可判断 C 选项；利用直线与平面垂直的性质，再结合平面与平面平行的判定定理可判断 D 选项.

6. 【答案】B

【解析】【解答】解：由椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 得 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$ ，

因为点 M 为椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 上的点，则 $|MF_1|+|MF_2|=4$ ，

直线 $l:y=k(x-1)+2$ 经过定点 $N(1,2)$ ，

则 $|MF_1|-|MN|=4-(|MF_2|+|MN|)\leq 4-|NF_2|=4-2=2$ ，

当且仅当 M 在线段 NF_2 上时取等号，

所以 $|MF_1|-|MN|$ 的最大值为 2.

故选：B.

【分析】本题考查椭圆的简单几何性质.先根据椭圆方程找出焦点坐标，再根据直线方程 $l:y=k(x-1)+2$ 可知经过定点 $N(1,2)$ ，利用椭圆的定义可得：

$|MF_1|-|MN|=4-(|MF_2|+|MN|)$ ，根据三点共线可求出最大值..

7. 【答案】A

【解析】【解答】解：依题意，将 6 本相同的数学书和 2 本相同的语文书随机排成一排，

即从 8 个空位中选 2 个位置放语文书，剩余 6 个位置放数学书，摆放种数为：$C_8^2=28$ 种；

利用插空法，6 本数学书之间共有 7 个位置可以放 2 本语文书，摆放种数为：$C_7^2=21$ 种，

由古典概型概率的计算公式得：$\frac{21}{28}=\frac{3}{4}$.

故选：A.

【分析】本题考查排列组合的实际应用.先求出 6 本相同的数学书和 2 本相同的语文书摆放的种数，再用插空法求出 2 本语文书不相邻的摆放种数，利用古典概型概率的计算公式进行计算可求出答案.

8. 【答案】A

【解析】【解答】解：设过 A，B,P 三点的圆的圆心为 M ，且 $M(0,t)$ ，

由于 $\angle AMB=2\angle APB$ ，故 $\angle AMB$ 最大，则 $\angle APB$ 最大，

只需要圆 M 与圆 C 相切于点 P 时，$\angle APB$ 最大，

则有 $\sqrt{t^2+1}+\sqrt{2}=\sqrt{4+(t-3)^2}\Rightarrow 7t^2-30t+23=0\Rightarrow t=1$ 或 $t=\frac{23}{7}$（舍去），

$\therefore t=1$ ，

所以 $M(0,1),A(-1,0),C(2,3)$ ，易知此时 A,M,P,C 四点共线，

此时 $\angle MAB=45^\circ,\therefore\angle MBA=45^\circ$，进而 $\angle AMB=90^\circ$ ，故

$\tan\angle APB=tan\frac{1}{2}\angle AMB=tan45^\circ=1$ ，

故选：A.

【分析】本题考查圆与圆的位置关系.先设过 A，B,P 三点的圆的圆心为 M ，且 $M(0,t)$ ，根据圆心角与圆周角的关系可得 $\angle AMB$ 最大，则 $\angle APB$ 最大，利用两圆外切时可列出关于 t 的方程，解方程可求出圆心 $M(0,1)$ ，利用三点共线结合角的运算可推出 $\angle AMB=90^\circ$ ，据此可求出答案.

9. 【答案】A,C,D

【解析】【解答】解：A.由题可得$\overline{x}=\frac{1}{5}(9+9.5+10+10.5+11)=10$，故 A 正确；