第 13 章　轴对称　培优

一、单选题

1. （ 分 ）平面直角坐标系中，点 P(－2，3)关于 x 轴对称的点的坐标为（　）

A. (2，－3)　　B. (－2，3)　　C. (－2，－3)　　D. (2，3)

【答案】 C

【考点】关于坐标轴对称的点的坐标特征

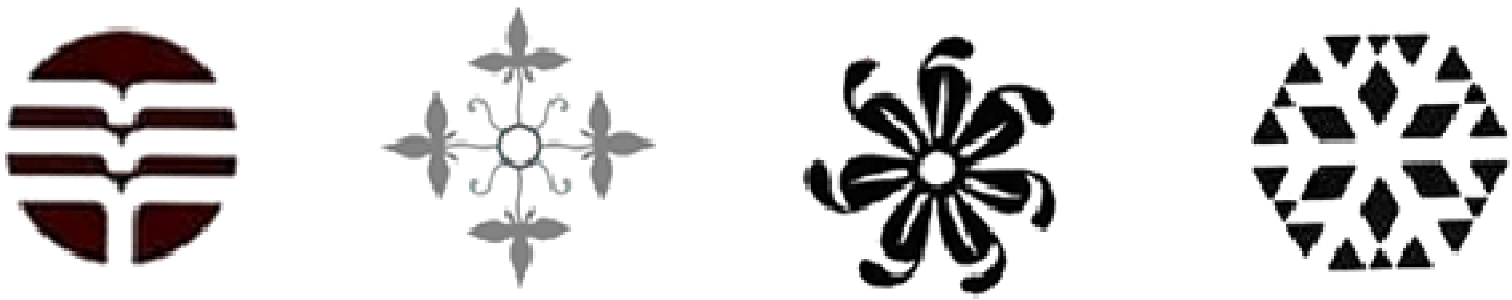
【解析】【解答】解：∵关于 x 轴对称点的坐标特点：横坐标相同，纵坐标互为相反数，

∴点 P（－2，3）关于 x 轴的对称点坐标是（－2，－3），

故答选：C．

【分析】关于 x 轴对称点的坐标特点：横坐标相同，纵坐标互为相反数；可得.

2. （ 分 ）下列图案中，既是中心对称图形也是轴对称图形的个数为（　）



A. 1个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【答案】 B

【考点】轴对称图形

【解析】【解答】解：第一个图形是轴对称图形，不是中心对称图形；

第二个图形是轴对称图形，是中心对称图形；

第三个图形不是轴对称图形，是中心对称图形；

第四个图形是轴对称图形，也是中心对称图形.

故选：B．

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念进行判断即可.

3. （ 分 ）在下列命题中，正确的是（　）

A. 一组对边平行的四边形是平行四边形　　B. 有一个角是直角的四边形是矩形

C. 有一组邻边相等的四边形是菱形　　D. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形

【答案】 D

【考点】平行四边形的判定，菱形的判定，矩形的判定

【解析】【解答】解：A 、有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，错误；

B 、有一个角是直角的平行四边形是矩形，错误；

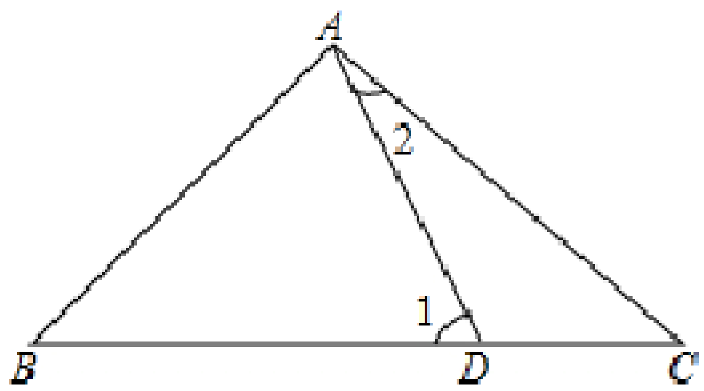
C 、有一组邻边相等的平行四边形是菱形，错误；

D 、对角线互相垂直平分的四边形是菱形，正确；

故答案为：D.

【分析】分别利用矩形的判定方法、以及菱形的判定与性质和平行四边形的判定方法分析得出答案.

4. (分) 如图，已知 AB=AC=BD ，那么∠1 与∠2 之间的关系是（ ）



A. $\angle 1=2\angle 2$　　B. $\angle 1+\angle 2=180°$　　C. $\angle 1+3\angle 2=180°$　　D. $\angle 1-\angle 2=180°$

【答案】 D

【考点】三角形内角和定理，三角形的外角性质，等腰三角形的性质

【解析】【解答】解：∵AB=AC=BD ，

∴∠BAD= ∠1，∠B= ∠C，

∴∠B=180°－2∠1=∠C，

∵∠C= ∠1－∠2，

∴180°－2∠1=∠1－∠2，

∴3∠1－∠2=180°.

故答案为：D.

【分析】根据等边对等角可得∠BAD= ∠1，∠B= ∠C，利用三角形的内角和可得∠B=180°－2∠1=∠C，由三角形外角的性质可得∠C= ∠1－∠2，从而可得 180°－2∠1=∠1－∠2，据此即得结论.

5. (分) 下列图形既是轴对称图形又是中心对称图形的图形是( )

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形　　C. 长方形　　D. 梯形

【答案】 C

【考点】轴对称图形，中心对称及中心对称图形

【解析】【解答】解：A 、等腰三角形是轴对称图形，不是中心对称图形；

B 、等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形；

C 、长方形是轴对称图形，是中心对称图形；

D 、梯形既不是轴对称图形，又不是中心对称图形.

故答案为：C.

【分析】把一个图形沿着某一条直线折叠，如果直线两旁的部分能够完全重合，那么这个图形就是轴对称图形,把一个图形绕着某个点旋转 180°，如果它能与原图形完全重合，那么这个图形就是中心对称图形， 据此作出判断即可.

6. （ 分 ）在平面直角坐标系中，点 P（3，-4）关于 x 轴对称的点的坐标是 （ ）

A. （3，4） （3，－4)B. （－3，－4C) （4，3） D.

【答案】 A

【考点】关于坐标轴对称的点的坐标特征

【解析】

【分析】平面直角坐标系中任意一点 P（x，y)，关于 x 轴的对称点的坐标是（x，-y)，据此即可求得点（3，-4)关于 x 轴对称的点的坐标.

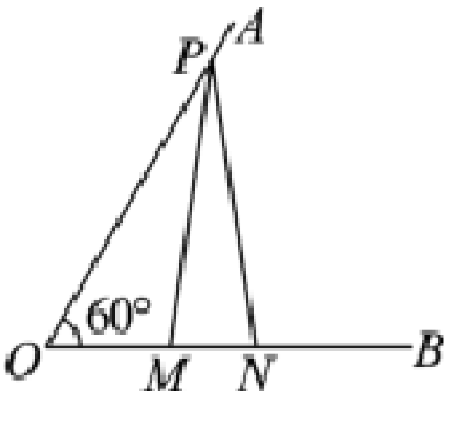
【解答】∵点（3，-4)关于 x 轴对称；

∴对称的点的坐标是（3，4).

故选 A .

【点评】这一类题目是需要识记的基础题

7. （ 分 ）如图，已知 ∠AOB = 60° ，点 P 在边 OA 上， OP = 12 ，点 M ，N 在边 OB 上， PM = PN ，若 MN = 2 ，则 OM = （ ）

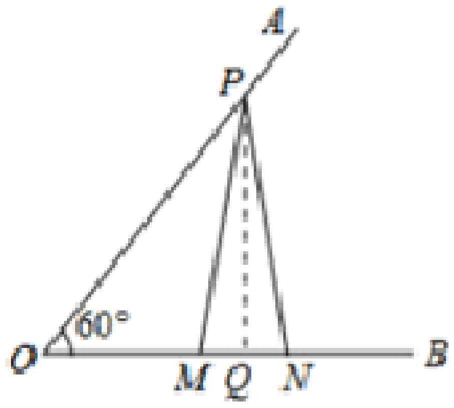


A. 8 B. 6 C. 5

【答案】 C

【考点】等腰三角形的性质，含 30°角的直角三角形

【解析】【解答】解：过 P 作 PQ ⊥MN ，



∵PM=PN ，

∴MQ=NQ=1 ，

在 Rt△OPQ 中，OP=12，∠AOB=60°，

∴∠OPQ=30°，

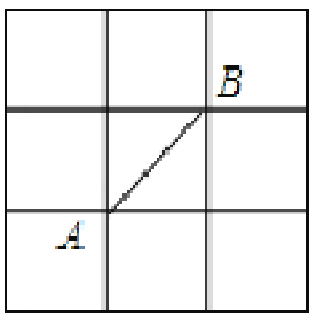
∴OQ= $\frac{1}{2}$OP =6，

则 OM=OQ-QM=6-1=5.

故答案为：C.

【分析】过 P 作 PQ ⊥MN ，根据等腰三角形的性质可得 MQ=NQ=1 ，然后在 Rt△OPQ 中根据含 30°角的直角三角形的边之间的关系可求出 OQ 的值，进而得到 OM 的值.

8. （ 分 ）如图，正方形网格中的每个小正方形边长都是 1. 已知 A 、B 是两格点，若△ABC 为等腰三角形，且 $S_{\triangle ABC}$ =1.5，则满足条件的格点 C 有（ ）

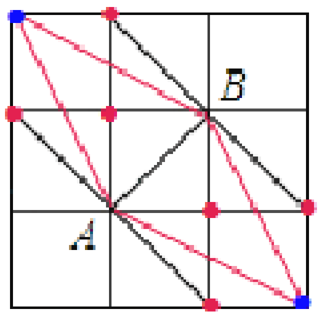


A. 1个 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4

【答案】 B

【考点】等腰三角形的判定

【解析】【解答】解：如上图：分情况讨论.



①AB 为等腰△ABC 底边时，符合△ABC 为等腰三角形的 C 点有 4 个；

②AB 为等腰△ABC 其中的一条腰时，符合△ABC 为等腰三角形的 C 点有 4 个.

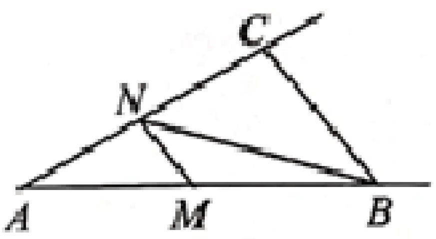
因为 $S_{\triangle ABC}$ =1.5,

所以满足条件的格点 C 只有两个，如图中蓝色的点.

故选 B .

【分析】根据题意，结合图形，分两种情况讨论：①AB 为等腰△ABC 底边；②AB 为等腰△ABC 其中的一条腰；然后根据 $S_{\triangle ABC}$ =1.5，再确定点 C 的位置.

9.（ 分 ）如图,在△ABC 中,∠ABC=50°,∠ACB=100°,点 M 是射线 AB 上的一个动点,过点 M 作 MN ∥BC 交射线 AC 于点 N，连结 BN 。若△BMN 中有两个角相等，则∠MNB 的度数不可能是(　　)



A. 25°　　　　B. 30°　　　　C. 50°　　　　D. 65°

【答案】 B

【考点】平行线的性质，三角形内角和定理，等腰三角形的性质

【解析】【解答】解：①当 M 在 AB 上时，

∵MN ∥BC，

∴∠BMN=180° -∠ABC=180° -50°=130°,

∵MN=MB ,

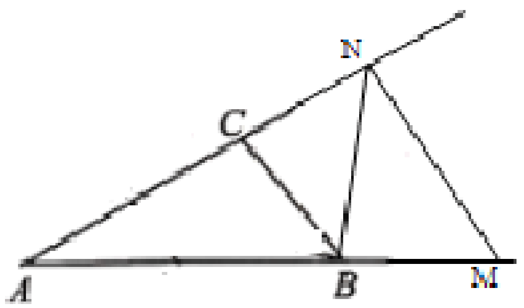
∴∠MBN= ∠BMN= $\frac{180^\circ \quad \angle BMN}{2}=\frac{180^\circ \quad 50^\circ}{2}=65^\circ$,

②当 M 在 AB 的延长线上时，

∵MN ∥BC，

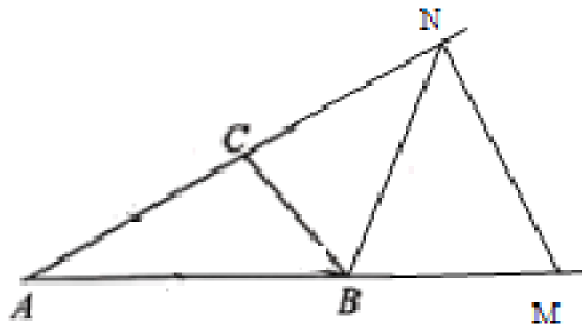
∴∠BMN= ∠ABC=50° ,

ⅰ当 BM=BN ，如图，



∠MNB= ∠BMN=50° ，

ii 当 NM=NB 时，如图，

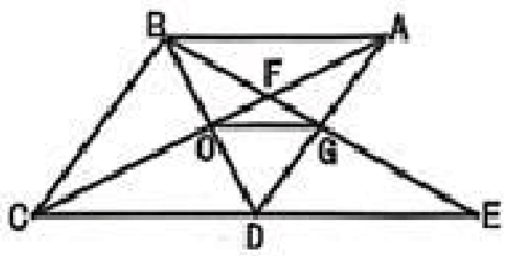


∠MNB= 180° 2 ×50° = 80°；

故答案为：B.

【分析】分两种情况讨论，即①当 M 在 AB 上时，②当 M 在 AB 的延长线上时，其中②再分两种情况，即 i 当 BM=BN ，ii 当 NM=NB 时，分别根据平行线的性质，结合等腰三角形的性质和三角形的内角和定理求解即可.

10. （ 分 ）如图，在菱形 ABCD 中，∠BAD=60° ，AC 与 BD 交于点 O，E 为 CD 延长线上的一点，且 CD=DE ，连接 BE 分别交 AC 、AD 于点 F、G，连接 OG ，则下列结论中一定成立的是（ ）



①OG= $\frac{1}{2}$ AB ；②与△DEG 全等的三角形共有 5 个；③四边形 ODEG 与四边形 OBAG 面积相等；④由点 A 、B 、D 、E 构成的四边形是菱形

A. ①③④ ①④ B. ①②③ C. ②③④ D.

【答案】 A

【考点】三角形全等的判定，等边三角形的判定与性质，菱形的判定与性质

【解析】【解答】

①∵四边形 ABCD 为菱形， 且 CD=DE

∴AB=DE, AB //DE

∴∠BAG= ∠EDG ，∠ABG= ∠E

∴△ABG ≌△EDG （ASA ）

∴BG=EG，点 G 为 BE 中点，

∵O 为 BD 中点，

∴OG 为△BDE 中位线

∴$OG=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}AB$ ，故本选项正确。

②∵四边形 ABCD 为菱形，∠BAD=60°，

∴△BCD 与△ABD 都是等边三角形，

∵点 O 为对角线交点

∴OA=OC，OB=OD，

∴△BOC ≌△DOC ≌△BOA ≌△DOA

∵AG=DG ，

∴点 G 为 AD 中点，且 BG ⊥AD

∴△DGB ≌△AGB

易证△DGB ≌△DOC

∴△BOC ≌△DOC ≌△BOA ≌△DOA ≌△DGB ≌△AGB ≌△DGE

∴和△DEG 全等的三角形共有 6 个。故本选项错误。

③∵点 O 为 BD 中点，

∴$S_{\triangle OBG}=S_{\triangle ODG}$

∵△ABG ≌△EDG

∴$S_{\triangle ABG}=S_{\triangle DEG}$

∴$S_{四边形ODEG}=S_{\triangle DEG}+S_{\triangle ODG}=S_{\triangle ABG}+S_{\triangle OBG}=S_{四边形OBAG}$ ，故本选项正确。

④连接 AE

∵AB=CD=DE，且 AB ∥CE，

∴四边形 ABDE 为平行四边形，

∵△BCD 为等边三角形，

∴BD=CD=DE

∴四边形 ABDE 为菱形。故本选项正确。

所以结论成立的是①③④。

故答案为：A

【分析】考查菱形的性质、菱形的判定方法、三角形中位线定理、等边三角形的性质、全等三角形的判定方法，解题时注意前面选项的结论在后面证明过程中的运用。

二、填空题目

11.（ 分 ）在 ΔABC 中，AB = AC ， AB 的垂直平分线与 AC 所在的直线相交所得的钝角为 130° ，则∠B 等于________ 度。

【答案】 70 或 20

【考点】角的运算，线段垂直平分线的性质

【解析】【解答】解：∵AB 的垂直平分线与 AC 所在直线相交所得的钝角为 130°，

即∠EDC=130°，∠ADE=50°，∠AED=90°，

①如图 1，当△ABC 是锐角三角形时，∠A=90°－∠ADE=90°－50°=40°.

∵AB=AC ，∴∠B= ∠C $= \frac{180° - 40°}{2} =$ 70°，

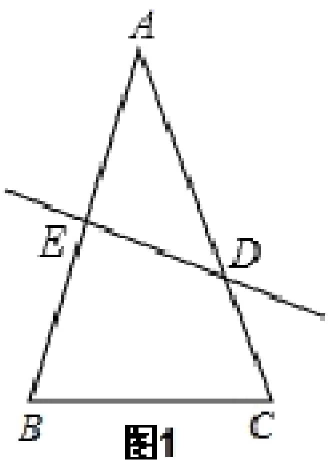


图1

②如图 2，当△ABC 是钝角三角形时，∠BAC= ∠ADE+ ∠AED=50°+90°=140°.

∵AB=AC ，∴∠B= ∠C $= \frac{180° - 140°}{2} =$ 20°.

综上所述：底角 B 的度数是 70°或 20°.

故答案为：70 或 20.

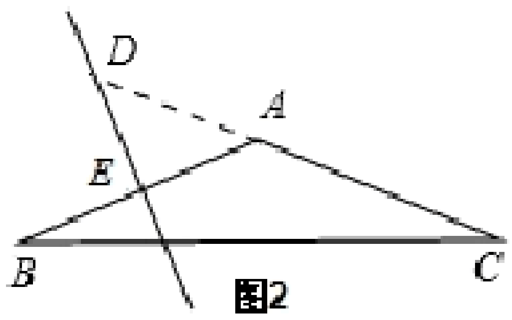


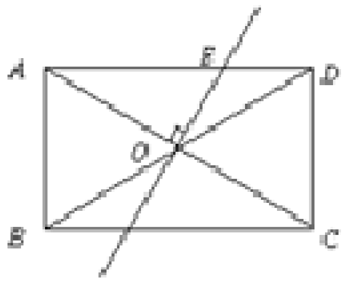
图2

【分析】首先根据题意作图，然后由 AB 的垂直平分线与 AC 所在直线相交所得的钝角为 130°，即可得∠ADE=50°，∠AED=90°，然后分两种情况讨论：

①当三角形是锐角三角形时，即可求得∠A 的度数，

②当三角形是钝角三角形时，可得∠A 的邻补角的度数；又由 AB=AC ， 根据等边对等角与三角形内角和的定理，即可求得底角 B 的大小.

12. (4分) 如图，矩形 ABCD 中，AB=6 ，BC=8 ，过对角线交点 O 作 OE ⊥AC 交 AD 于 E， 则 AE 的长是________ .



【答案】 $\frac{25}{4}$

【考点】矩形的性质，相似三角形的判定与性质

【解析】【解答】解：∵OE ⊥AC ，四边形 ABCD 是矩形，

∴∠AOE= ∠ADC=90° ，

又∵∠EAO= ∠CAD ，

∴△AEO ∽△ACD ，

∴ $\frac{AE}{AC}=\frac{AO}{AD}$ ，

∵AB=6 ，BC=8 ，结合勾股定理，

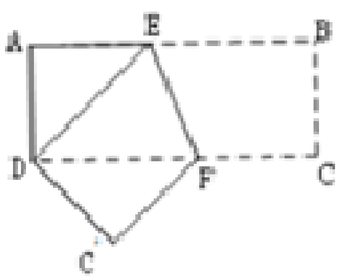
∴AC=10 ，AO=5 ，AD=BC=8 ，CD=AB=6 ，

∴ $AE=\frac{AO\cdot AC}{AD}=\frac{5\times10}{8}=\frac{25}{4}$ ，

故答案为： $\frac{25}{4}$.

【分析】根据 OE ⊥AC ，∠AOE=90° ，由矩形的性质可知，∠ADC= ∠AOE=90° ，又因为∠EAO= ∠CAD ，可推出△AEO ∽△ACD ，则 $\frac{AE}{AC}=\frac{AO}{AD}$ ，结合矩形的性质，对边相等，对角线平分且相等，计算出 AE 的长度即可.

13. (4分) 矩形纸片 ABCD 中，AD=4cm ，AB=10cm ，按如图方式折叠，使点 B 与点 D 重合，折痕为 EF，则 CF=________cm .



【答案】 $\frac{21}{5}$

【考点】勾股定理，矩形的性质，轴对称的性质

【解析】【解答】解：由折叠性质可知 CF = C′ F,

由矩形性质可得 DC′ = BC = AD = 4 ，DC=AB=10 ， ∠C′= ∠C= 90

设 CF = C′ F=x ，则 DF=10-x

在 R_t△DC′ F中， $4^2 + x^2 = (10 \quad x)^2$

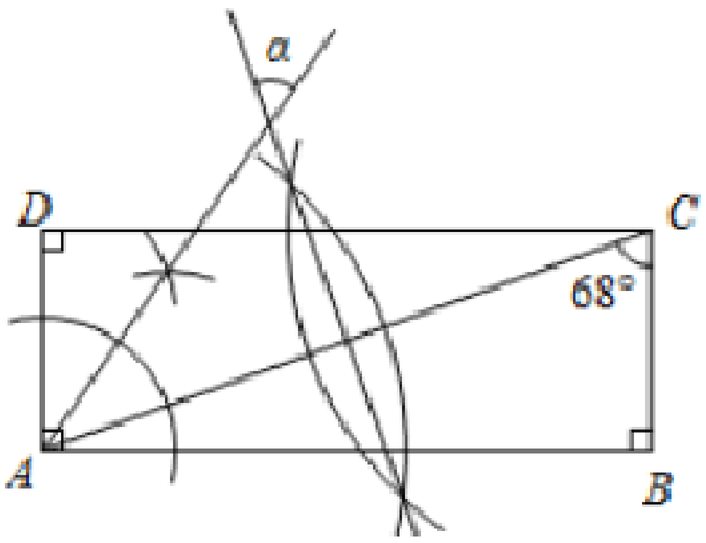
解得： $x = \frac{21}{5}$

∴CF= $\frac{21}{5}$

故答案为： $\frac{21}{5}$.

【分析】根据折叠的性质可知 CF = C′ F.设 CF = C′ F=x ，由矩形性质则得到 DF 为 10-x,于是可知 AE=10-x；在 R_t△DC′ F中，利用勾股定理即可求出 C′ F的长，从而使问题得解.

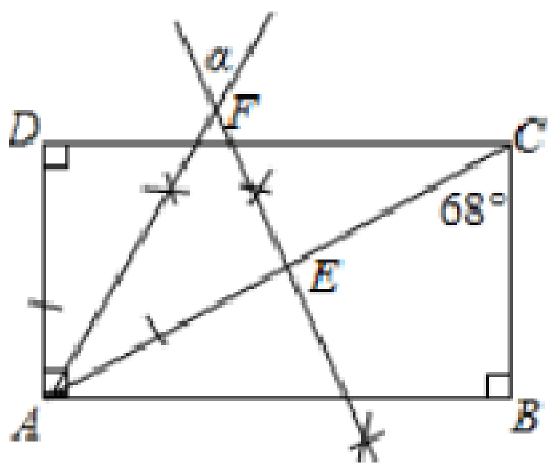
14. (分 ）如图，依据尺规作图的痕迹，计算 ∠α= ________.



【答案】 56°

【考点】三角形内角和定理，线段垂直平分线的性质，作图-角的平分线，作图-线段垂直平分线

【解析】【解答】根据图示可知 AF 平分∠DAC ，EF 垂直平分 AC ，



∵AD//BC ，∴∠DAC= ∠ACB=68° ，

∵AF 平分∠DAC ，∴∠FAE= $\frac{1}{2}$ ∠ DAC=34° ，

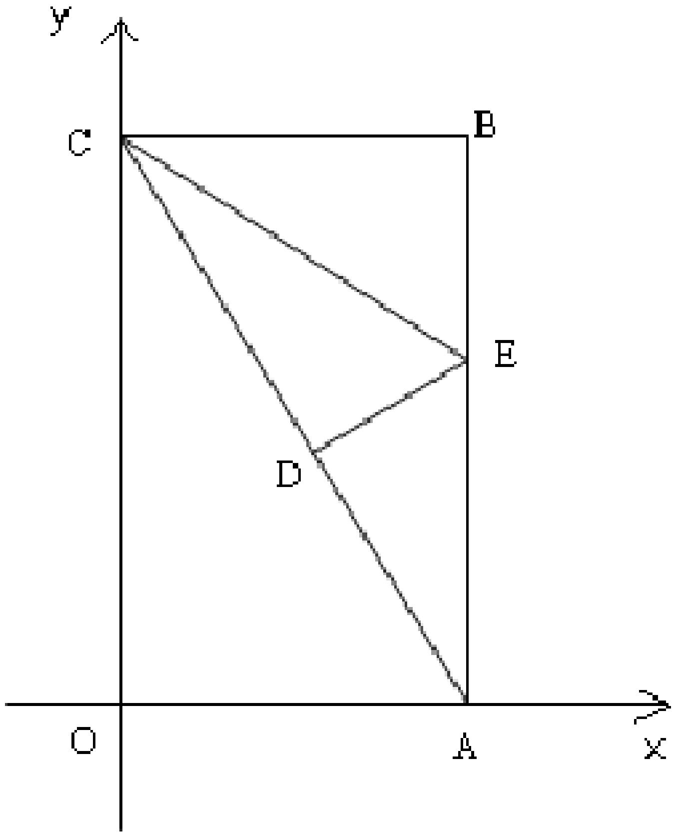
∵EF ⊥AC ，∴∠AEF=90° ，∴∠AFE=90° -∠FAE=56° ，

∴∠α =∠AFE=56°，

故答案为：56°.

【分析】根据图示可知 AF 平分∠DAC ，EF 垂直平分 AC ，根据垂直于同一条直线的两条直线互相平行得出 AD//BC ，根据二直线平行内错角相等得出∠DAC= ∠ACB=68°，根据角平分线的定义得出∠FAE= $\frac{1}{2}$ ∠DAC=34°，然后根据直角三角形的两锐角互余得出∠AFE 的度数，最后根据对顶角相等得出∠α =∠AFE=56°。

15. （4分）如图，在平面直角坐标系中，长方形 OABC 的边 OA 在 x 轴上，OC 在 y 轴上，OA=1 ，OC=2 ，对角线 AC 的垂直平分线交 AB 于点 E，交 AC 于点 D. 若 y 轴上有一点 P（不与点 C 重合），能使△AEP 是以为 AE 为腰的等腰三角形，则点 P 的坐标为________.



【答案】 $(0,\frac{3}{4})$ ， $(0,\ \frac{3}{4})$ 或 $(0,\frac{1}{2})$

【考点】坐标与图形性质，线段垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，勾股定理

【解析】【解答】解：∵对角线 AC 的垂直平分线交 AB 于点 E，

∴AE=CE ，

∵ 长方形 OABC 中，OA=1 ，OC=2 ，

∴AB=OC=2 ，BC=OA=1 ，

∴设 AE=m ，则 BE=2-m ，CE=m ，

∴在 Rt BCE 中，$BE^2+BC^2=CE^2$ ， 即：$(2-m)^2+1^2=m^2$ ，

解得：m= $\frac{5}{4}$ ，

∴E（1， $\frac{5}{4}$ ），