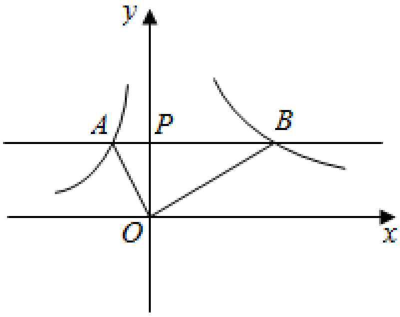
专题01 已知k求面积

1．如图，在同一平面直角坐标系中，P是y轴正半轴上的一点，过点P作直线$AB//x$轴，分别与双曲线$y=-\frac{1}{x}$（$x<0$）、$y=\frac{4}{x}$（$x>0$）相交于点A、B，连接OA、OB，求$\triangle AOB$的面积．



【答案】$S_{\triangle}AOB=\frac{5}{2}$．

【分析】根据反比例函数的比例系数k的几何意义求解即可．

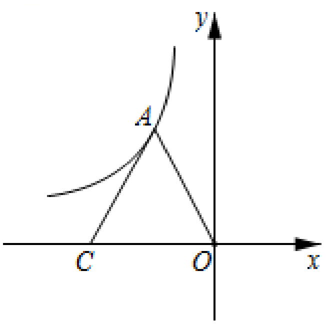
【详解】解：∵$AB\perp y$轴，

∴$S_{\triangle}OAP=\frac{1}{2}$，$S_{\triangle}OBP=\frac{4}{2}=2$，

∴$S_{\triangle}AOB=S_{\triangle}OBP+S_{\triangle}OAP=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$．

【点睛】本题考查反比例函数系数k的几何意义，解题的关键是理解反比例函数的比例系数k的几何意义，属于中考常考题型．

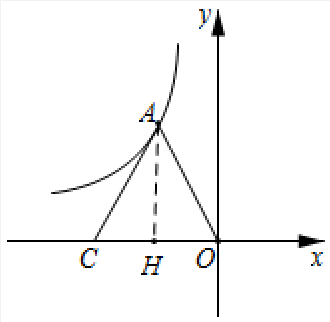
2．如图，点A在反比例函数$y=\frac{-9}{x}\left(x<0\right)$的图象上，点$C$在$x$轴负半轴上，$AC=AO$，求$\triangle ACO$的面积．



【答案】9

【分析】作$AB\perp OC$于点B，设点$A\left(a,b\right)$，根据题意可得$OC=2OB=-2a$，$AB=b$，且$ab=-9$，最后根据三角形的面积公式$S_{\triangle ACO}=\frac{1}{2}OC\cdot AB$计算求解即可．

【详解】解析：如图，过点A作$AB\perp x$轴，垂足为点B，



设点 A 坐标为$\left(a,b\right)$，

则$OB=-a, AB=b$．

又∵ $AC=AO$．

∴ $CB=BO$，

∴ $CO=2OB=-2a$，

∴ $S_{\Delta ACO}=\frac{1}{2}\cdot CO\cdot AB=\frac{1}{2}\times\left(-2a\right)\cdot b=-ab$．

又∵点 A 在反比例函数 $y=\frac{-9}{x}$ 的图象上，

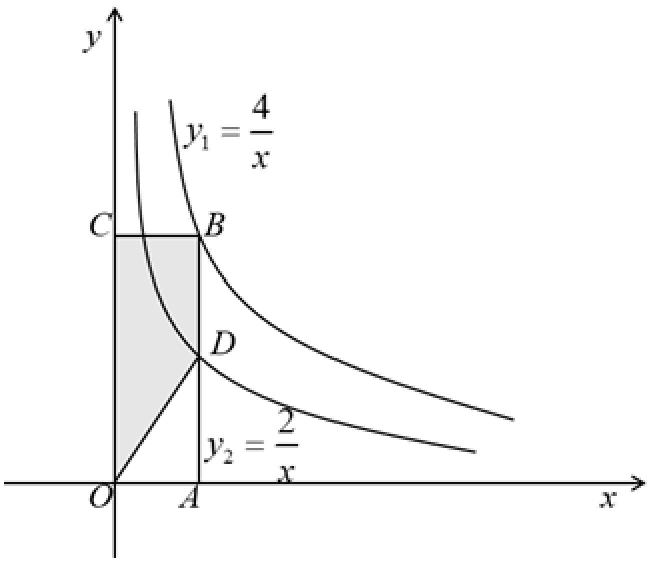
∴代入得 $ab=-9$，

∴ $S_{\Delta ACO}=-ab=-\left(-9\right)=9$．

故答案为 9．

【点睛】本题考查反比例函数 k 的几何意义、等腰三角形的性质等，熟悉掌握反比例函数的性质、等腰三角形的性质以及三角形的面积公式是本题的解题关键．

3．如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 为矩形，点 B 在函数 $y_1=\frac{4}{x}$（$x>0$）的图象上，边 AB 与函数 $y_2=\frac{2}{x}$（$x>0$）的图象交于点 D．求四边形 $ODBC$ 的面积．



【答案】3

【分析】根据反比例函数 k 的几何意义可知：△AOD 的面积为 1，矩形 $ABCO$ 的面积为 4，从而可以求出阴影部分 $ODBC$ 的面积．

【详解】解：∵点 D 是函数 $y_2=\frac{2}{x}$（$x>0$）图象上的一点，

∴△AOD 的面积为$\frac{1}{2}\times2=1$，

∵点 B 在函数 $y_1=\frac{4}{x}$（$x>0$）的图象上，四边形 $ABCO$ 为矩形，

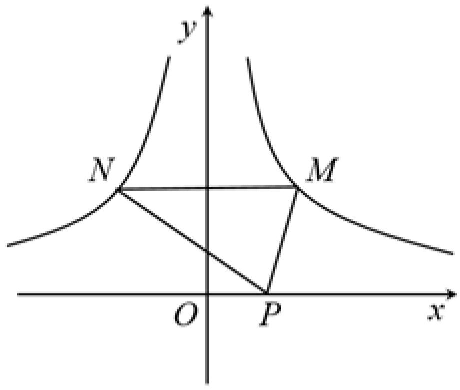
∴矩形 $ABCO$ 的面积为 4，

∴阴影部分 $ODBC$ 的面积＝矩形 $ABCO$ 的面积-△AOD 的面积＝4-1＝3，

故选：B．

【点睛】本题考查反比例函数的几何意义，解题的关键是正确理解的几何意义．

4．如图，点 M 是反比例函数 $y=\frac{5}{x}(x>0)$ 图像上的一个动点，过点 M 作 x 轴的平行线交反比例函数 $y=-\frac{5}{x}(x<0)$ 图像于点 N.



(1)若点 M（$\frac{5}{3}$，3），求点 N 的坐标；

(2)若点 P 是 x 轴上的任意一点，那么△PMN 的面积是否发生变化？若不变，求出它的面积是多少？若变化，请说明理由．

【答案】(1) $N\left(-\frac{5}{3},3\right)$

(2)不变，5

【分析】（1）将 y=3 代入 $y=-\frac{5}{x}(x<0)$，求得点 N 的坐标；

（2）连接 OM，ON，记 MN 与 y 轴的交点为点 H，由反比例函数系数 k 的几何意义求得△MOH 和△NOH 的面积，得到△MON 的面积，由 MN∥x 轴得到△MON 和△MNP 的面积相等，从而得到△PMN

的面积不变．

（1）

∵$MN\ P y$ 轴，

∴点 M、N 的 y 值相等，

将 y=3 代入 $y=-\frac{5}{x}(x<0)$，

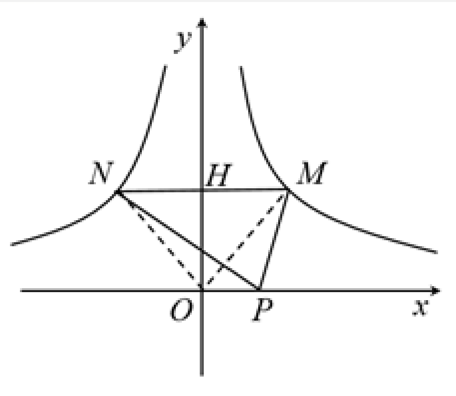
得 $x=-\frac{5}{3}$，

∴ $N\left(-\frac{5}{3},3\right)$；

（2）

不变，

如图，连接 OM，ON，记 MN 与 y 轴的交点为点 H，



∵$MN\ P x$ 轴，点 M 和点 N 分别在函数 $y=\frac{5}{x}$ 和函数 $y=-\frac{5}{x}$ 图象上，

∴ $S_{VMOH}=\frac{5}{2},S_{VNOH}=\frac{|-5|}{2}=\frac{5}{2},S_{VMON}=S_{VPMN}$，

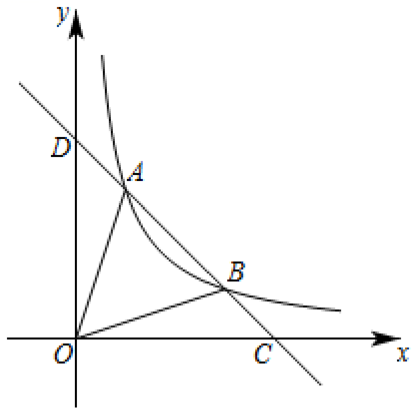
∴ $S_{VMON}=S_{VMOH}+S_{VNOH}=\frac{5}{2}+\frac{5}{2}=5$，

∴$S_{\triangle PMN}$=5，

∴△PMN 的面积不变，且△PMN 的面积为 5．

【点睛】本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，解题的关键是连接 MO 和 NO，得到△MON 和△PMN 的面积相等．

5．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=ax+b$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 交于 A（1，3），B（3，m）两点，与 x 轴交于点 C，与 y 轴交于点 D，连接 OA，OB．



(1)求 a，b，k 的值；

(2)求△OAB 的面积；

(3)在 x 轴上是否存在点 P，使△PCD 的面积等于△OAB 的面积的 3 倍，若存在，请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

【答案】(1)a=-1，b=4，k=3

(2)4

(3)存在，P（-2，0）或（10，0）

【分析】（1）把 A 点的坐标代入反例函数解析式即可求出反比例函数解析式，进而得出 B 的坐标，把 A、B 的坐标代入一次函数解析式即可求出一次函数解析式；

（2）先由直线解析式求得 D（0，4），C（4，0），根据△AOB 的面积=△BOD 的面积-△AOD 的面积求得△AOB 的面积；

（3）根据题意得到$\frac{1}{2}$ PC•OD=12，即$\frac{1}{2}PC\times 4$=12，即可求得 PC 的长，从而求得 P 的坐标．

（1）

将点 A（1，3）代入 y=$\frac{k}{x}(x>0)$ 得：3=$\frac{k}{1}$，

解得 k=3，

故反比例函数的表达式为：y=$\frac{3}{x}$，

将点 B（3，m）代入 y=$\frac{3}{x}$ 得：m=1，

故点 B（3，1），

将点 A（1，3），B（3，1）代入 y=ax+b，得$\begin{cases}a+b=3\\3a+b=1\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-1\\b=4\end{cases}$；

故 a=-1，b=4，k=3；

（2）

由一次函数 $y=-x+4$ 可知，D（0，4），C（4，0），

则$\triangle AOB$ 的面积=$\triangle BOD$ 的面积-$\triangle AOD$ 的面积=$\frac{1}{2}\times4\times3-\frac{1}{2}\times4\times1$=4；

（3）

∵$\triangle PCD$ 的面积等于$\triangle OAB$ 的面积的 3 倍.

∴$\frac{1}{2}PC\bullet OD$=12，即$\frac{1}{2}PC\times4=12$，

∴PC=6，

∴P（-2，0）或（10，0）.

【点睛】本题主要考查了反比例函数和一次函数的交点问题，用待定系数法求反比例函数和一次函数的解析式的应用，主要考查学生的计算能力.

6．已知点A为函数 $y=\frac{4}{x}$（$x>0$）图象上任意一点，连接OA并延长至点B，使$AB=OA$，过点B作$BC\,/\!/\,x$轴交函数图象于点C，连接OC.

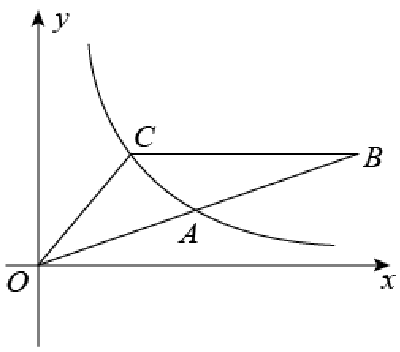


图1

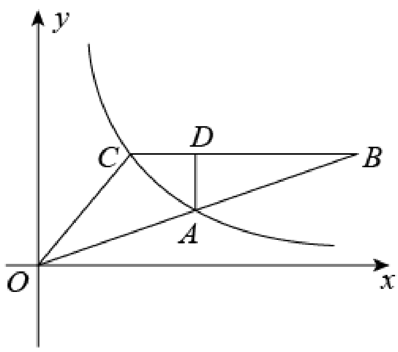


图2

(1)如图 1，若点A的坐标为$(4,n)$，求n及点C的坐标；

(2)如图 2，过点A作$AD\perp BC$，垂足为D，求四边形$OCDA$的面积.

【答案】(1)$(2,2)$

(2)4

【分析】（1）先由反比例函数解析式求出 A 点坐标，再由中点坐标公式求得 B 点坐标，由于 $BC\,/\!/\,x$ 轴，得到点 B 和点 C 的纵坐标相同，从而得到点 C 的纵坐标，再由反比例函数解析式求出点 C 的横坐标，即可解决；

（2）设出 A 点坐标，由 $OA=AB$ 得到 B 点坐标，由于 $BC\,/\!/\,x$ 轴，$AD\perp BC$，可以得到 $AD\,/\!/\,y$

轴，由此写出点 D 坐标，由于 $BC \parallel x$ 轴，且点 C 在图象上，求出点 C 的坐标，故可以得到 BC 和 BD 的长度，进而求得 $\triangledown OBC$ 和 $\triangle ADB$ 的面积，进而求解.

（1）

解：将点A坐标代入到反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 中得，

$4n=4$，

∴ $n=1$，

∴点A的坐标为 $(4,1)$.

∵ $AB=OA$， $O(0,0)$，

∴点 B 的坐标为 $(8,2)$.

∵ $BC \parallel x$ 轴，

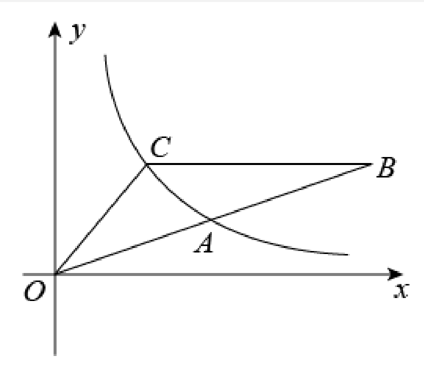
∴点 C 的纵坐标为 2，

令 $y=2$，

则 $\frac{4}{x}=2$，

∴ $x=2$，

∴点 C 的坐标为 $(2,2)$；



（2）

解：设 $A\left(m,\frac{4}{m}\right)$.

∵ $AB=OA$，

∴点 B 的坐标为 $\left(2m,\frac{8}{m}\right)$.

∵ $BC \parallel x$ 轴，

∴ $BC \perp y$ 轴，

又∵ $AD\perp BC$，

∴ AD // y 轴，

∴点 D 的坐标为 $\left(m,\dfrac{8}{m}\right)$.

∵ BC // x 轴，且点 C 在函数图象上，

∴ $C\left(\dfrac{m}{2},\dfrac{8}{m}\right)$

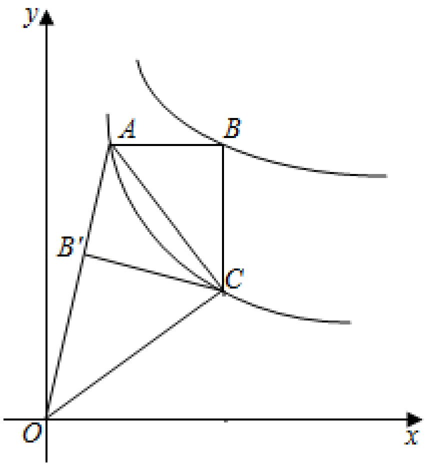
∵ $S_{\triangle OBC}=\dfrac{1}{2}BC\cdot\dfrac{8}{m}=\left(2m-\dfrac{m}{2}\right)\cdot\dfrac{4}{m}=6$，

$S_{\triangle ADB}=\dfrac{1}{2}BD\cdot AD=\dfrac{1}{2}m\cdot\dfrac{4}{m}=2$.

∴四边形 $OCDA$ 的面积为 $S_{\triangle OBC}-S_{\triangle ADB}=6-2=4$.

【点睛】本题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，熟知平行于坐标轴的直线上的点的坐标特征，是解决本题的关键.

7．如图，点 B 在函数 $y=\dfrac{2}{x}$（$x>0$）的图象上，过点 B 分别作 x 轴和 y 轴的平行线交函数 $y=\dfrac{1}{x}$（$x>0$）的图象于点 A，C.



(1)若点 B 的坐标为（1，2），求 A，C 两点的坐标；

(2)若点 B 是 $y=\dfrac{2}{x}$（$x>0$）的图象上任意一点，求△ABC 的面积．

(3)OC 平分 OA 与 x 轴正半轴的夹角，将△ABC 沿 AC 翻折后得到△$AB'C$，点 B'落在 OA 上，求四边形 $OABC$ 的面积．

【答案】(1) $A\left(\dfrac{1}{2},2\right)$，$C(1,1)$

(2) $\dfrac{1}{4}$

(3)1

【分析】（1）由 $BC\parallel y$ 轴， $AB\parallel x$ 轴，可得 A、C 的纵坐标和横坐标，代入 $y=\frac{1}{x}$ 即可得出点 A、C 的坐标；

（2）设 $B\left(m,\frac{2}{m}\right)$，由（1）同理得 $C\left(m,\frac{1}{m}\right)$，$A\left(\frac{m}{2},\frac{2}{m}\right)$，即可得出△$ABC$ 的面积；

（3）延长 BC 交 x 轴于 D 点，利用角平分线的性质可得 $CD=CB'$，再证 $Rt\triangle OCD\cong Rt\triangle OCB'$（$HL$），得 $S_{\triangle}OCD=S_{\triangle}OB'C$，从而解决问题．

（1）

解：（1）∵ $BC\parallel y$ 轴，B（1，2），

∴当 $x=1$ 时，$y=1$，

即 C（1，1），

∵ $AB\parallel x$ 轴，

∴当 $y=2$ 时，$x=\frac{1}{2}$，

即 $A\left(\frac{1}{2},2\right)$；

（2）

解：当点 B 是 $y=\frac{2}{x}$（$x>0$）的图象上任意一点时，

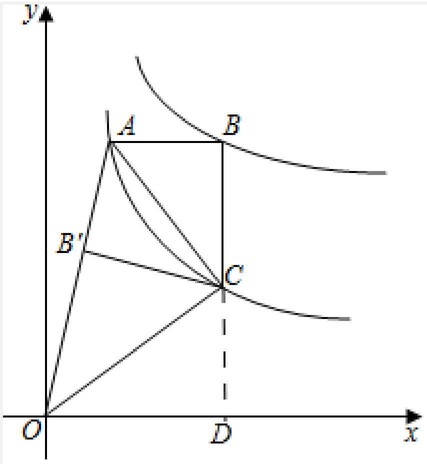
设 $B\left(m,\frac{2}{m}\right)$，

由（1）同理得 $C\left(m,\frac{1}{m}\right)$，$A\left(\frac{m}{2},\frac{2}{m}\right)$，

∴$S_{\triangle}ABC=\frac{1}{2}AB\times BC=\frac{1}{2}\left(m-\frac{m}{2}\right)\left(\frac{2}{m}-\frac{1}{m}\right)=\frac{1}{4}$；

（3）

解：延长 BC 交 x 轴于 D 点，



∵ $AB // x$ 轴， $BC // y$ 轴，则$\angle ABC=90°$，

∴$\angle CDO=180°-\angle ABC=90°$，

∴$CD\perp x$ 轴，

∵将$\triangle ABC$ 沿 AC 翻折后得到$\triangle AB'C$，点 B'落在 OA 上，

∴$\angle CB'O=\angle ABC=\angle AB'C=90°$，

∴$CB'\perp OA$，

∵OC 平分$\angle AOD$，$CD\perp x$ 轴，$CB'\perp OA$，

∴$CD=CB'$，

在 $Rt\triangle OCD$ 和 $Rt\triangle OCB'$中，

$\begin{cases} OC=OC \\ CD=CB' \end{cases}$，

∴$Rt\triangle OCD\cong Rt\triangle OCB'$（$HL$），

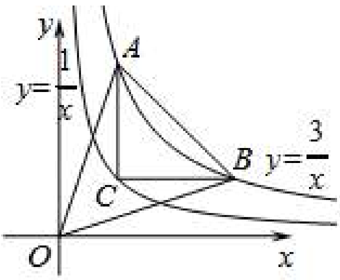
∴ $S_{\triangle OCD}=S_{\triangle OB'C}$，

由（2）知，$S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}$，

∴四边形 $OABC$ 的面积为$\frac{1}{4}\times 2+\frac{1}{2}=1$.

【点睛】本题是反比例函数综合题，主要考查了反比例函数图象上点的坐标的特征，坐标与图形的性质，角平分线的性质，全等三角形的判定与性质等知识，熟练的运用反比例函数的性质是解本题的关键.

8．如图，点 C 在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$的图象上，$CA // y$ 轴，交反比例函数 $y=\frac{3}{x}$的图象于点 A，$CB // x$ 轴，交反比例函数 $y=\frac{3}{x}$的图象于点 B，连结 AB、OA 和 OB，已知 $CA=2$，求$\triangle ABO$ 的面积.



【答案】4

【分析】设 A（a，$\frac{3}{a}$），则 C（a，$\frac{1}{a}$），根据题意求得 $a=1$，从而求得 A（1，3），C（1，1），进一步求得 B（3，1），然后作 $BE\perp x$ 轴于 E，延长 AC 交 x 轴于 D，根据 $S_{\triangle ABO}=S_{\triangle AOD}+S_{梯形ABED}-S_{\triangle BOE}$ 和反比例函数系数 k 的几何意义得出 $S_{\triangle ABO}=S_{梯形ABED}$，即可求得结果．

【详解】解：设 A（a，$\frac{3}{a}$），则 C（a，$\frac{1}{a}$），

∵$CA=2$，

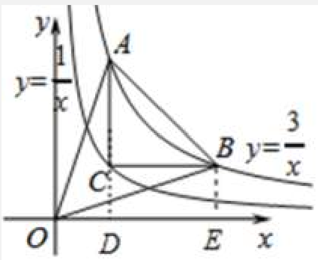
∴$\frac{3}{a}-\frac{1}{a}=2$，

解得 $a=1$，

∴A（1，3），C（1，1），

∴B（3，1），

作 $BE\perp x$ 轴于 E，延长 AC 交 x 轴于 D，



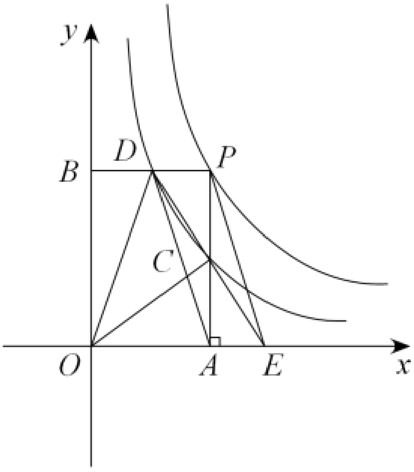
∵$S_{\triangle ABO}=S_{\triangle AOD}+S_{梯形ABED}-S_{\triangle BOE}$，$S_{\triangle AOD}=S_{\triangle BOE}=\frac{3}{2}$，

∴$S_{\triangle ABO}=S_{梯形ABED}=\frac{1}{2}$（1＋3）（3－1）＝4；

故答案为：4．

【点睛】本题主要考查了反比例函数系数 k 的几何意义，准确计算是解题的关键．

9．如图是反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 与反比例函数在第一象限中的图象，点 P 是 $y=\frac{4}{x}$ 图象上一动点，$PA\perp X$ 轴于点 A，交函数 $y=\frac{2}{x}$ 图象于点 C，$PB\perp Y$ 轴于点 B，交函数 $y=\frac{2}{x}$ 图象于点 D，点 D 的横坐标为 a．



（1）用字母 a 表示点 P 的坐标；

（2）求四边形 $ODPC$ 的面积；

（3）连接 DC 交 X 轴于点 E，连接 DA、PE，求证：四边形 $DAEP$ 是平行四边形．

【答案】（1）P（$2a$，$\frac{2}{a}$）；（2）2；（3）见解析

【分析】（1）先求出点 D 的纵坐标得到点 P 的纵坐标，代入解析式即可得到点 P 的横坐标；

（2）利用矩形的面积计算公式及反比例函数 k 值的几何意义，利用 $S_{\text{四边形}OAPB}-S_{\Delta OBD}-S_{\Delta OAC}$，即可求出答案；

（3）证明△DPC≌△EAC，即可得到结论．

【详解】解：（1）∵点 D 的横坐标为 a，且点 D 在函数 $y=\frac{2}{x}$ 图象上，

∴点 D 的纵坐标 $y=\frac{2}{a}$，

又 $PB\perp y$ 轴，且点 P 在 $y=\frac{4}{x}$ 图象上，

∴点 P 的纵坐标 $y=\frac{2}{a}$，

∴点 P 的横坐标为 $x=2a$，

∴P（$2a$，$\frac{2}{a}$）；

（2）∵ $S_{\text{四边形}OAPB}=2a\times\frac{2}{a}=4$， $S_{\Delta OBD}=S_{\Delta OAC}=\frac{1}{2}\times a\times\frac{2}{a}=1$，

∴ $S_{\text{四边形}ODPC}=4-2=2$；

（3）∵$PA\perp x$ 轴于点 A，交函数 $y=\frac{2}{x}$ 图象于点 C，

∴点 C 的坐标为（$2a$，$\frac{1}{a}$），

又 P（$2a$，$\frac{2}{a}$），