第 2 章 第 3 讲 函数的奇偶性、周期性与对称性-【勤径学升】2025 年高考数学一轮总复习（人教 B 版 2019）

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、填空题

1．函数的奇偶性

奇偶性	定义	图象特点
偶函数	一般地，设函数 $y=f\left(x\right)$ 的定义域为 D，如果对 D 内的任意一个 x，都有 $-x\in D$，且________，则称 $y=f\left(x\right)$ 为偶函数	关于___对称
奇函数	一般地，设函数 $y=f\left(x\right)$ 的定义域为 D，如果对 D 内的任意一个 x，都有 $-x\in D$，且________，则称 $y=f\left(x\right)$ 为奇函数	关于___对称

2．函数的周期性

（1）周期函数：对于函数 $y=f\left(x\right)$，如果存在一个非零常数 T，使得当 x 取定义域内的任何值时，都有 $f\left(x+T\right)=f\left(x\right)$，那么就称函数 $y=f\left(x\right)$ 为周期函数，称 T 为这个函数的周期.

（2）最小正周期：如果在周期函数 $f\left(x\right)$ 的所有周期中存在一个最小的正数，那么这个最小正数就叫做 $f\left(x\right)$ 的________正周期.

二、判断题

3．函数 $y=x^2$ 在 $x\in\left(0,+\infty\right)$ 上是偶函数．(　　　　)

4．若函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，则一定有 $f\left(0\right)=0$．(　　　　)

5．若 T 是函数的一个周期，则 $nT\left(n\in\mathbf{Z},n\neq 0\right)$ 也是函数的周期．(　　　　)

6．若函数 $f\left(x\right)$ 满足关系 $f\left(a+x\right)=-f\left(b-x\right)$，则函数 $f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(\dfrac{a+b}{2},0\right)$

对称.(　　　　)

三、单选题

7．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\mathrm{e}^{x},x\geq 0\\ g\left(x\right),x<0\end{cases}$ 为偶函数，则 $g\left(\ln\frac{1}{2}\right)=$（　）

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．-2　　D．$-\frac{1}{2}$

8．若函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x+3\right)=f\left(x-1\right)$，且当 $x\in\left[-2,0\right]$ 时，$f\left(x\right)=3^{-x}+1$，则 $f\left(2022\right)=$（　）

A．$\frac{10}{9}$　　B．10　　C．4　　D．2

四、填空题

9．函数 $f\left(x\right)=\frac{\lg\left(1-x^{2}\right)}{\left|x+3\right|-3}$ 是________函数.（填“奇”“偶”“非奇非偶”）

10．已知函数 $f\left(x\right)$ 对任意实数 x 都有 $f\left(1-x\right)=f\left(1+x\right)$，当 $x>1$ 时，$f\left(x\right)=\frac{1}{x-1}$，则 $f\left(-1\right)=$________.

五、解答题

11．判断下列函数的奇偶性.

(1) $f\left(x\right)=x^{3}-\frac{1}{x}$；

(2) $f\left(x\right)=\frac{\lg\left(4-x^{2}\right)}{\left|x-2\right|+\left|x+4\right|}$；

(3) $f\left(x\right)=\sqrt{x^{2}-1}+\sqrt{1-x^{2}}$；

(4) $f\left(x\right)=\begin{cases}-x^{2}+2x+1,x>0\\ x^{2}+2x-1,x<0\end{cases}$.

六、填空题

12．已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且当 $x<0$ 时，$f(x)=x^{2}-x+1$，则函数 $f(x)$

的解析式为______.

13．若 $f\left(x\right)=\ln\left|a+\frac{1}{1-x}\right|+b$ 是奇函数，则 $a=$________，$b=$________.

七、多选题

14．已知奇函数 $f\left(x\right)$ 与偶函数 $g\left(x\right)$ 的定义域、值域均为 $\mathbf{R}$，则下列结论正确的是（　）

A．$f\left(x\right)+g\left(x\right)$ 是奇函数　　B．$f\left(x\right)\left|g\left(x\right)\right|$ 是奇函数

C．$f\left(x\right)g\left(x\right)$ 是偶函数　　D．$f\left(g\left(x\right)\right)$ 是偶函数

八、填空题

15．已知函数 $f\left(x\right)=2022x+\frac{\sin x}{1+x^{2}}\cdot\cos x+e^{x}-e^{-x}+3$，$f\left(a\right)=-3$，则 $f\left(-a\right)=$________.

九、单选题

16．若函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f\left(x+y\right)+f\left(x-y\right)=f\left(x\right)f\left(y\right)$，$f\left(1\right)=1$，则 $\sum_{k=1}^{22}f\left(k\right)=$（　）

A．-3　　B．-2　　C．0　　D．1

17．设函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为R，$f\left(x+1\right)$ 为奇函数，$f\left(x+2\right)$ 为偶函数，当 $x\in\left[1,2\right]$ 时，$f\left(x\right)=ax^{2}+b$.若 $f\left(0\right)+f\left(3\right)=6$，则 $f\left(\frac{9}{2}\right)=$（　）

A．$-\frac{9}{4}$　　B．$-\frac{3}{2}$　　C．$\frac{7}{4}$　　D．$\frac{5}{2}$

18．已知函数 $f\left(x\right)$，$g\left(x\right)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$，且 $f\left(x\right)+g\left(2-x\right)=5$，$g\left(x\right)-f\left(x-4\right)=7$.若 $y=g\left(x\right)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称，$g\left(2\right)=4$，则 $\sum_{k=1}^{22}f\left(k\right)=$（　）

A．-21　　B．-22　　C．-23　　D．-24

19．定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f(2-x)=2-f(x)$.若 $f\left(x\right)$ 的图象关于直线 $x=3$ 对称，则下列选项中一定成立的是（　）

A．$f\left(-3\right)=1$　　B．$f\left(0\right)=0$　　C．$f\left(3\right)=2$　　D．$f\left(5\right)=-1$

20．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(x-1\right)+\frac{1}{\left(x-1\right)^{3}}+3$，$f\left(-2022\right)+f\left(-2021\right)+$

$\cdots+f\left(-1\right)+f\left(0\right)+f\left(2\right)+f\left(3\right)+\cdots+f\left(2023\right)+f\left(2024\right)=$（　）

A．10130　　B．10132　　C．12136　　D．12138

21．已知奇函数$f\left(x\right)$在R上是增函数，$g\left(x\right)=xf\left(x\right)$.若$a=g\left(-\log_{2}5.1\right)$，$b=g\left(2^{0.5}\right)$，

$c=g\left(3\right)$，则a，b，c的大小关系为（　）

A．$a<b<c$　　B．$c<b<a$

C．$b<a<c$　　D．$b<c<a$

22．已知$f\left(x\right)$为R上的奇函数，$f\left(2\right)=2$，若对$\forall x_1$，$x_2\in\left(0,+\infty\right)$，当$x_1>x_2$时，都有

$\left(x_1-x_2\right)\left[\frac{f\left(x_1\right)}{x_2}-\frac{f\left(x_2\right)}{x_1}\right]<0$，则不等式$\left(x+1\right)f\left(x+1\right)>4$的解集为（　）

A．$\left(-3,1\right)$　　B．$\left(-3,-1\right)\cup\left(-1,1\right)$

C．$\left(-\infty,-1\right)\cup\left(-1,1\right)$　　D．$\left(-\infty,-3\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

23．已知$f\left(x\right)$是定义在**R**上的奇函数，若$f\left(x+\frac{3}{2}\right)$为偶函数且$f\left(1\right)=2$，则

$f\left(2020\right)+f\left(2021\right)+f\left(2022\right)=$（　）

A．-2　　B．4　　C．-4　　D．6

十、多选题

24．已知定义在**R**上的偶函数$f\left(x\right)$，满足$f\left(x\right)+f\left(2-x\right)=2$，则下列结论正确的是（　）

A．$f\left(x\right)$的图象关于$x=1$对称

B．$f\left(x+4\right)=f\left(x\right)$

C．若函数$f\left(x\right)$在区间$\left[0,1\right]$上单调递增，则$f\left(x\right)$在区间$\left[2021,2022\right]$上单调递增

D．若函数$f\left(x\right)$在区间$\left(0,1\right)$上的解析式为$f\left(x\right)=\ln x+1$，则$f\left(x\right)$在区间$\left(2,3\right)$上的解析式为$f\left(x\right)=\ln\left(x-1\right)+1$

十一、单选题

25．已知偶函数$f\left(x\right)$在区间$\left[0,+\infty\right)$上单调递减.若$f\left(\lg x\right)>f\left(1\right)$，则$x$的取值范围是（　）

A．$\left(\frac{1}{10},1\right)$　　B．$\left(0,\frac{1}{10}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$　　C．$\left(\frac{1}{10},10\right)$　　D．$\left(0,\frac{1}{10}\right)\cup\left(10,+\infty\right)$

十二、多选题

26．已知函数$f(x)$为R上的奇函数，$g\left(x\right)=f\left(x+1\right)$为偶函数，下列说法正确的有（　）

A．$f(x)$图象关于直线$x=-1$对称　　B．$g\left(2023\right)=0$

C．$g(x)$的最小正周期为4　　D．对任意$x\in\mathrm{R}$都有$f\left(2-x\right)=f\left(x\right)$

十三、单选题

27．设函数$f\left(x\right)=\frac{\left(x-1\right)^2+\sin x}{x^2+1}$的最大值为$a$，最小值为$b$，则$a+b=$（　）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

28．设函数$y=f\left(x\right)$的定义域为D，若对任意的x_1，$x_2\in D$，且$x_1+x_2=2a$，恒有$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)=2b$，则称函数$f\left(x\right)$具有对称性，其中点$\left(a,b\right)$为函数$y=f\left(x\right)$的对称中心.研究函数$f\left(x\right)=x+1+\frac{1}{x-1}+\tan\left(x-1\right)$的对称中心，则$f\left(\frac{1}{2022}\right)+f\left(\frac{3}{2022}\right)+f\left(\frac{5}{2022}\right)+\cdots+f\left(\frac{4043}{2022}\right)=$（　）

A．2022　　B．4043　　C．4044　　D．8086

十四、填空题

29．函数$f\left(x\right)=2^{|x|}+x^2$，则不等式$f\left(2x-1\right)<f\left(x-2\right)$的解集为________.

30．已知函数$f\left(x\right)$是定义在$\mathbf{R}$上的偶函数，当$x<0$时，$f\left(x\right)$单调递增.若实数a满足$f\left(3^{-|a+1|}\right)>f\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，则$a$的取值范围是________.

十五、单选题

31．已知定义在R上的函数$y=f(x)$满足$f(-x)=-f(x)$，函数$y=f(x+1)$为偶函数，且当$x\in[0,1]$时，$f(x)=\log_2(x+a)$，则$f(2022)+f(2023)=$（　）

A．-1　　B．1　　C．504　　D．无法确定

32．函数$y=f\left(x\right)$的图象关于点$\left(a,b\right)$成中心对称的充要条件是函数$y=f\left(x+a\right)-b$为奇函数.由此结论可求$f\left(x\right)=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\cdots+\frac{x+2020}{x+2021}$的对称中心为（　）

A．$\left(1011,1011\right)$　　B．$\left(-1011,2021\right)$

C．$\left(\frac{1}{1011},2021\right)$　　D．$\left(-\frac{1}{2022},1011\right)$

参考答案：

题号	7	8	14	16	17	18	19	20	21	22
答案	A	B	BD	A	D	D	A	D	C	B
题号	23	24	25	26	27	28	31	32		
答案	C	BC	C	ABD	D	C	A	B		

1． $f(-x)=f(x)$ y 轴 $f(-x)=-f(x)$ 原点

【分析】略

【详解】略

2．最小

【分析】略

【详解】略

3．错误

【分析】根虎偶函数定义可得出结论.

【详解】因为函数 $y=x^2\left(x>0\right)$ 的定义域不关于原点对称，

故函数 $y=x^2$ 在$x\in(0,+\infty)$上不是偶函数.

故答案为：错误.

4．错误

【分析】利用奇函数的定义可得出结论.

【详解】若奇函数 $f\left(x\right)$ 在 $x=0$ 处没有定义，则 $f\left(0\right)$ 不存在，

故答案为：错误.

5．正确

【分析】根据函数周期的定义可得结论.

【详解】由函数周期性的定义可知，若 T 是函数的一个周期，则 $nT\left(n\in\mathbf{Z},n\neq0\right)$ 也是函数的周期.

故答案为：正确.

6．正确

【分析】由对称性判断即可；

【详解】由于 $f\left(a+\left(b-x\right)\right)=-f\left(b-\left(b-x\right)\right)$，故 $f\left(a+b-x\right)=-f\left(x\right)$，所以$f(x)$

图象上的每一个点$\left(x,f\left(x\right)\right)$的关于$\left(\frac{a+b}{2},0\right)$的对称点$\left(a+b-x,-f\left(x\right)\right)$都在$f(x)$的图象上.

所以函数$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(\frac{a+b}{2},0\right)$对称.

故答案为：正确

7．A

【分析】先根据函数是偶函数得出$x<0$时函数解析式，再应用指数和对数运算即可求解.

【详解】∵函数$f\left(x\right)$为偶函数，

∴当$x<0$时，$-x>0$，$f\left(-x\right)=e^{-x}$，∴$f\left(x\right)=e^{-x}$，即$g\left(x\right)=e^{-x}$.

又$\ln\frac{1}{2}=-\ln 2<0$，故$g\left(\ln\frac{1}{2}\right)=e^{-\ln\frac{1}{2}}=e^{\ln 2}=2$

故选：A.

8．B

【分析】利用周期性求值即可.

【详解】由$f\left(x+3\right)=f\left(x-1\right)$，得$f\left(x+4\right)=f\left(x\right)$，

∴函数$f\left(x\right)$是周期函数，且4是它的一个周期.

又当$x\in\left[-2,0\right]$时，$f\left(x\right)=3^{-x}+1$，

∴$f\left(2022\right)=f\left(4\times 506-2\right)=f\left(-2\right)=9+1=10$，

故选：B.

9．奇

【分析】求出函数定义域并化简函数，再利用函数奇偶性定义判断即可.

【详解】由$\begin{cases}1-x^2>0\\ \left|x+3\right|-3\neq 0\end{cases}$，得$-1<x<0$或$0<x<1$，即$f\left(x\right)$的定义域为$\left(-1,0\right)\cup\left(0,1\right)$，

则$f\left(x\right)=\frac{\lg\left(1-x^2\right)}{x}$，$f\left(-x\right)=\frac{\lg\left(1-x^2\right)}{-x}=-f\left(x\right)$，所以$f\left(x\right)$是奇函数.

故答案为：奇

10．$\frac{1}{2}$/0.5

【分析】取$x=2$得到$f\left(-1\right)=f\left(3\right)$，计算得到答案.

【详解】$f\left(1-x\right)=f\left(1+x\right)$，取 $x=2$ 得到 $f\left(-1\right)=f\left(3\right)=\frac{1}{3-1}=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$

11．(1)奇函数.

(2)偶函数

(3)既是奇函数又是偶函数

(4)奇函数.

【分析】（1）求函数的定义域，确定定义域关于原点对称，求 $f\left(-x\right)$，根据其与 $f\left(x\right)$ 的关系判断结论；

（2）求函数的定义域，确定定义域关于原点对称，化简函数解析式并求 $f\left(-x\right)$，结合定义判断结论；

（3）求函数的定义域，确定定义域关于原点对称，结合定义判断结论，

（4）画出函数图象，结合图象判断结论.

【详解】（1）函数 $f\left(x\right)=x^{3}-\frac{1}{x}$ 的定义域为 $\left\{x\middle|x\neq 0\right\}$，定义域关于原点对称，

并且对于定义域内的任意一个 x 都有 $f\left(-x\right)=\left(-x\right)^{3}-\frac{1}{-x}=-\left(x^{3}-\frac{1}{x}\right)=-f\left(x\right)$，

从而函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数.

（2）由 $\begin{cases}4-x^{2}>0\\ \left|x-2\right|+\left|x+4\right|\neq 0\end{cases}$，得 $-2<x<2$，即函数 $f\left(x\right)$ 的定义域是 $\left\{x\middle|-2<x<2\right\}$，

定义域关于原点对称.

因此 $f\left(x\right)=\frac{\lg\left(4-x^{2}\right)}{\left(2-x\right)+\left(x+4\right)}=\frac{1}{6}\lg\left(4-x^{2}\right)$，所以$f(-x)=f(x)$，

因此函数 $f\left(x\right)$ 是偶函数.

（3）$f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left\{-1,1\right\}$，关于原点对称.

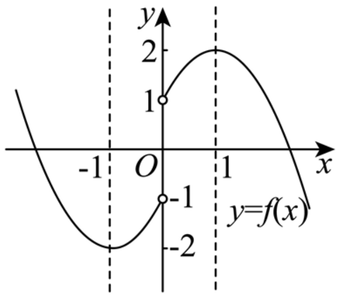
又 $f\left(-1\right)=f\left(1\right)=0$，$f\left(-1\right)=-f\left(1\right)=0$，

所以 $f\left(x\right)$ 既是奇函数又是偶函数.

（4）如图，画出函数 $f\left(x\right)$ 的图象，

观察图象可得，函数$f\left(x\right)$的图象关于原点对称，

所以函数$f\left(x\right)$为奇函数



12． $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2-x+1,x<0\\0,x=0\\-x^2-x-1,x>0\end{cases}$

【分析】利用$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数和$x<0$时的解析式，求出$x>0$时的解析式，注意定义在$\mathbf{R}$上的奇函数满足$f\left(0\right)=0$.

【详解】当$x>0$时，$-x<0$，所以$f(-x)=\left(-x\right)^2+x+1=x^2+x+1$，因为$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，故$f\left(0\right)=0$，且$f(-x)=-f\left(x\right)$，所以$-f(x)=x^2+x+1$，所以$f(x)=-x^2-x-1$，

综上：函数$f(x)$的解析式为：$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2-x+1,x<0\\0,x=0\\-x^2-x-1,x>0\end{cases}$

故答案为：$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2-x+1,x<0\\0,x=0\\-x^2-x-1,x>0\end{cases}$

13． $-\frac{1}{2}/-0.5$ $\ln 2$

【分析】由奇函数的定义域关于原点对称求得a的值，由奇函数在0处有定义则$f\left(0\right)=0$求出b的值.

【详解】因为函数$f\left(x\right)=\ln\left|a+\frac{1}{1-x}\right|+b$为奇函数，所以其定义域关于原点对称.

由$a+\frac{1}{1-x}\neq 0$可得，$\left(1-x\right)\left(a+1-ax\right)\neq 0$，

所以$x=\frac{a+1}{a}=-1$，解得$a=-\frac{1}{2}$，

即函数的定义域为$\left(-\infty,-1\right)\cup\left(-1,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$，再由$f\left(0\right)=0$可得，$b=\ln 2$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/135311304343012010