第2章·对称图形——圆

2.4　圆周角

第1课时　圆周角的概念与性质

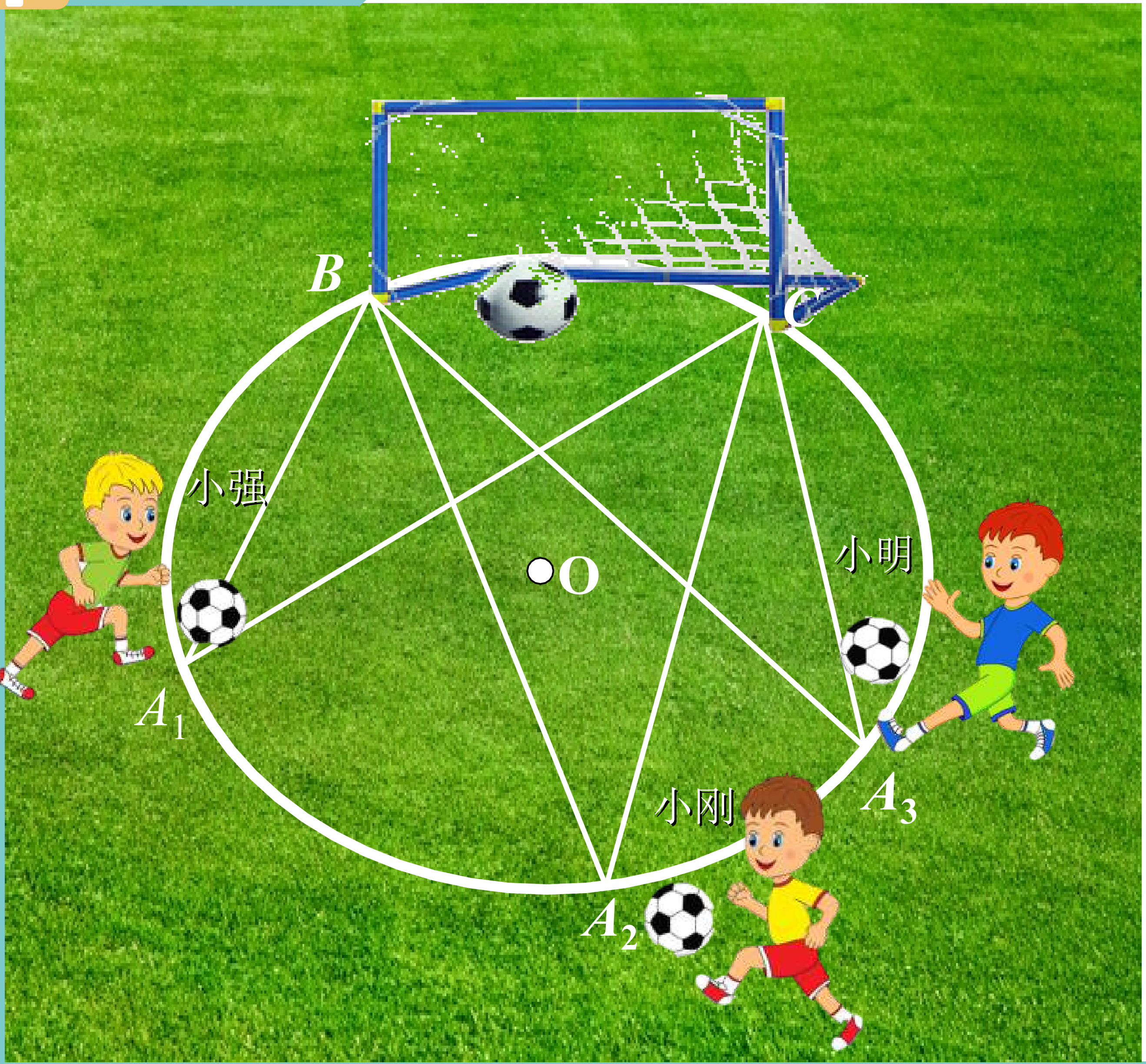
学习目标

1. 理解圆周角的概念；

2. 体验并掌握圆周角定理的探究过程；

3. 能运用圆周角的相关性质解决有关问题.

问题情景

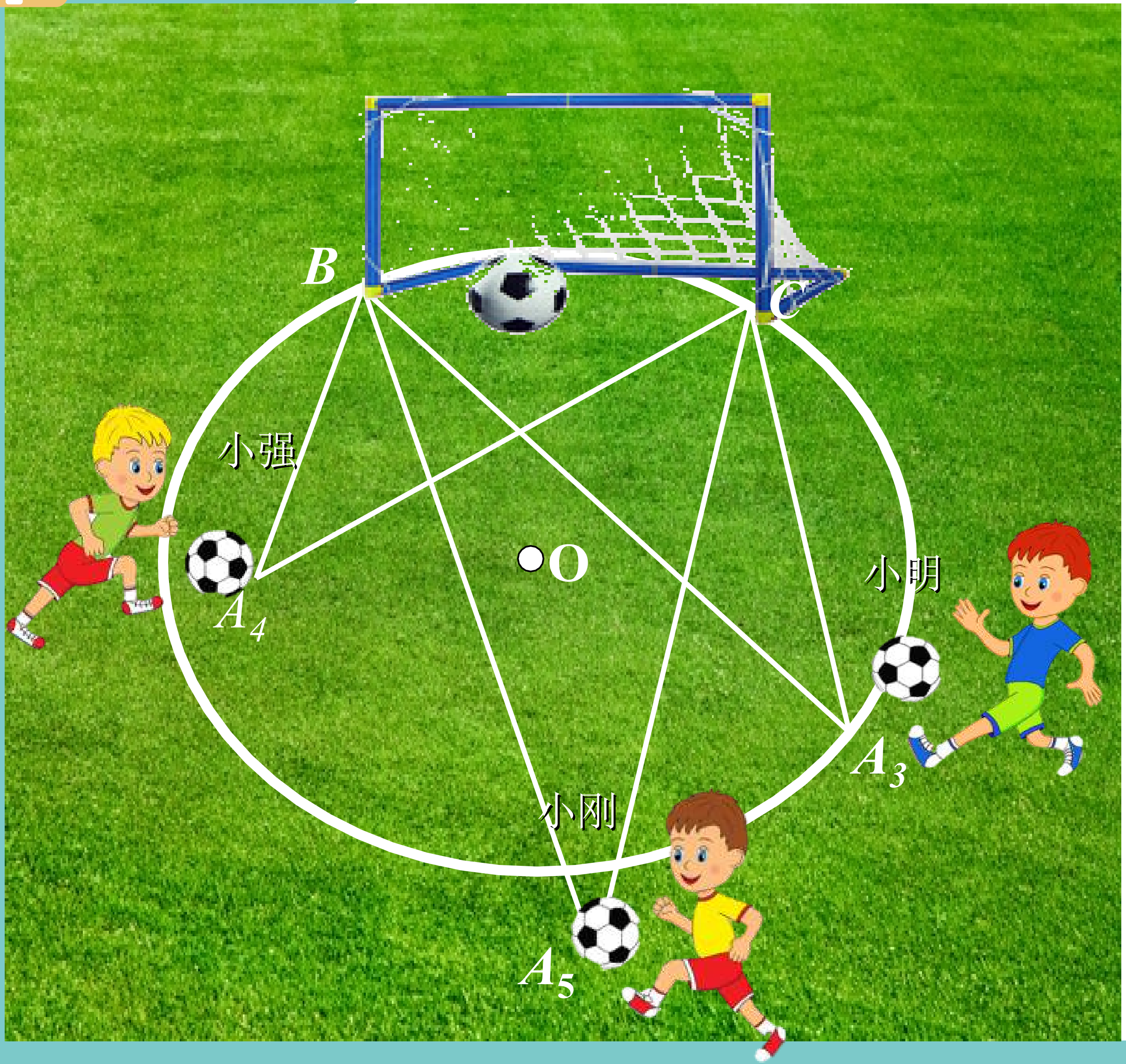


如图，足球训练场上教练在球门前划了一个圆圈，进行无人防守的射门训练.

小强、小刚、小明三名同学分别站在圆上A_1、A_2、A_3三地，他们争论不休，都说自己所在位置射门命中率高（球员技术水平相同，不考虑其他因素）.

请你评一评他们三个人，谁的位置射门更有利？为什么？

问题情景



如图，小强移动到A_4，小刚移动到A_5，小明不动，他们射门的命中率有变化吗？为什么？

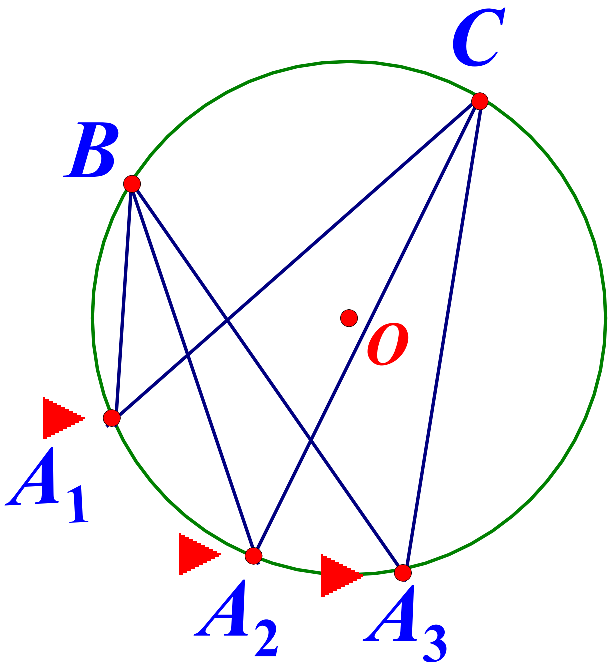
你能把这些角分类吗？说出你的分类标准.

$\angle BA_1C$、$\angle BA_2C$、$\angle BA_3C$这三个角有什么共同特征？

新知归纳

条件1　　条件2

顶点在**圆上**，两边都和圆**相交**的角叫做**圆周角**.



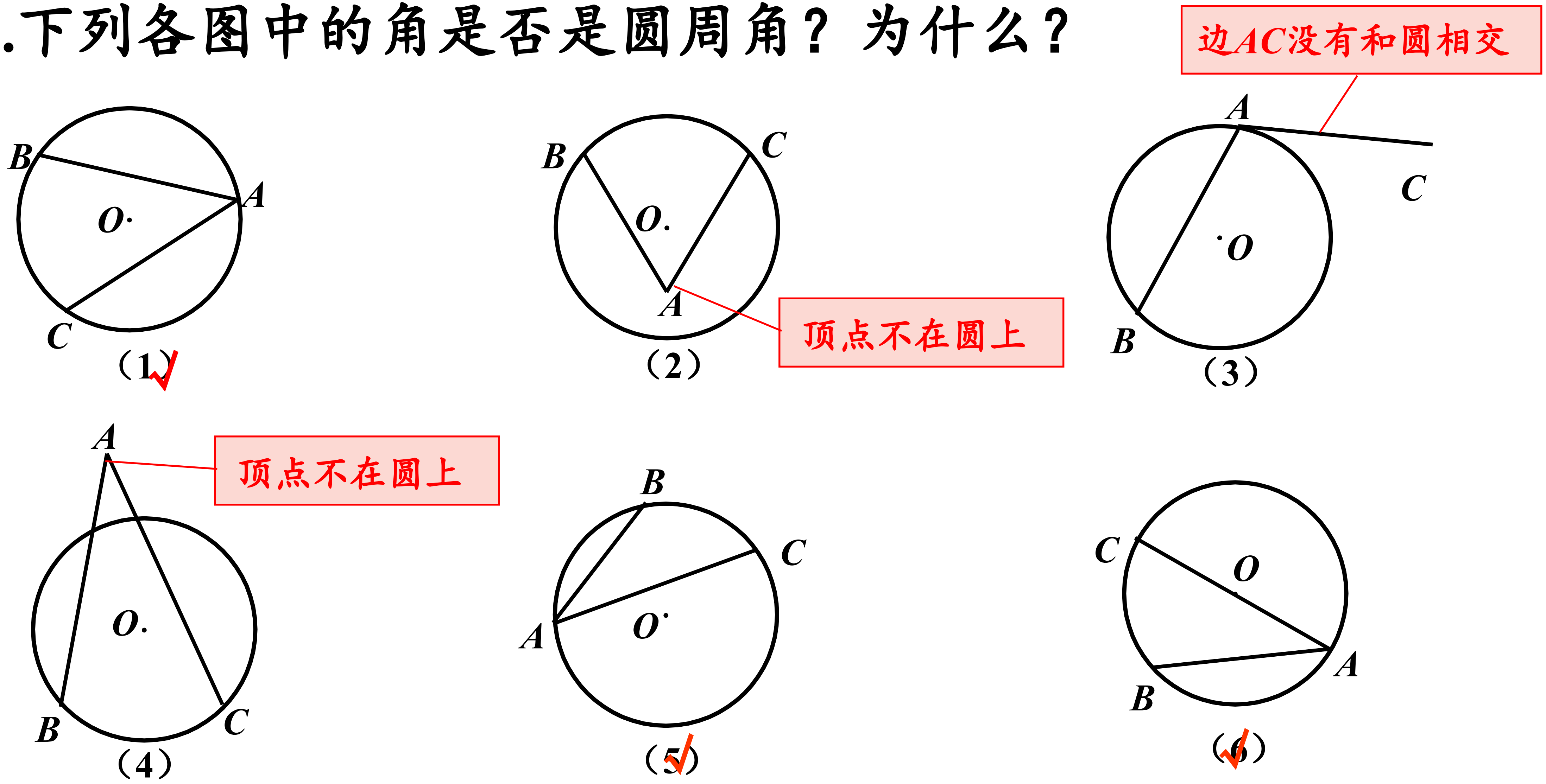
两个条件必须同时具备，缺一不可.

特征：(1)顶点在圆上

(2)角的两边和圆相交

新知巩固

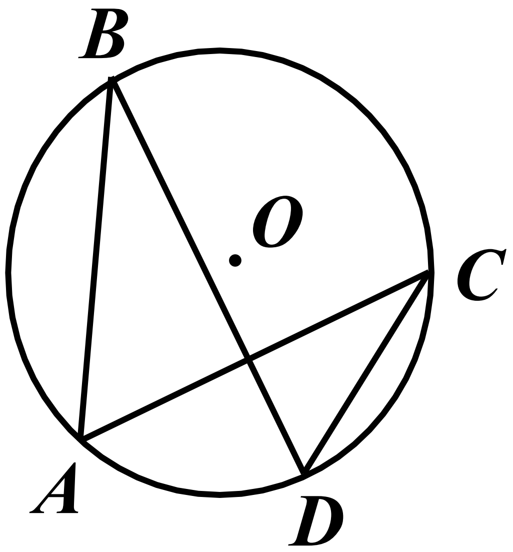
1.下列各图中的角是否是圆周角？为什么？



新知巩固

2.图中有几个圆周角？（ C ）

A.2个　　B.3个　　C.4个　　D.5个



操作与思考

1. 如图，$OB\perp OC$，画$\overset{\frown}{BC}$所对的圆心角和圆周角，你能画出多少个?

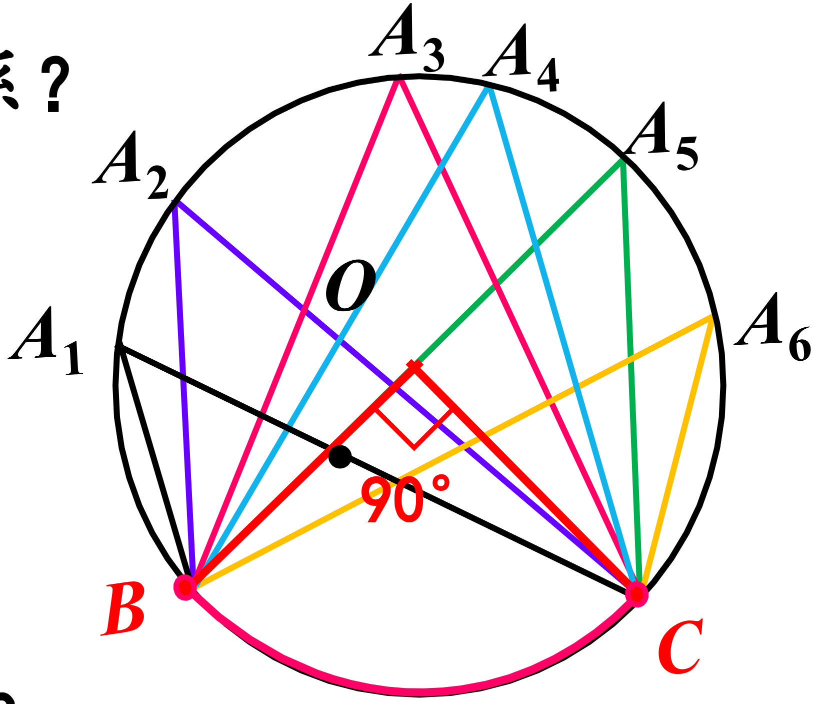
$\overset{\frown}{BC}$所对的圆心角只有一个，圆周角有无数个.

2. 所画出的圆周角与圆心O有哪几种位置关系？

圆心O在$\angle BAC$的内部

圆心O在$\angle BAC$的外部

圆心O在$\angle BAC$的一边上

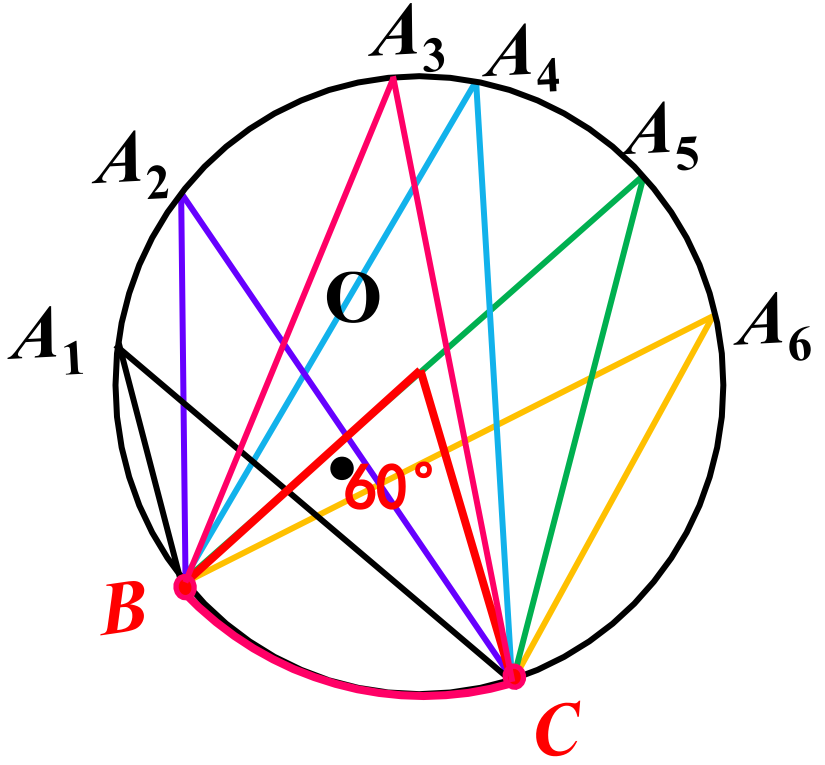


3. 量一量所画圆周角的度数，你有什么发现?

操作与思考

4. 如图，$\angle BOC=60°$，画$\overset{\frown}{BC}$所对的圆周角，结论与上面相同吗？你有什么猜想？能证明你的猜想吗？

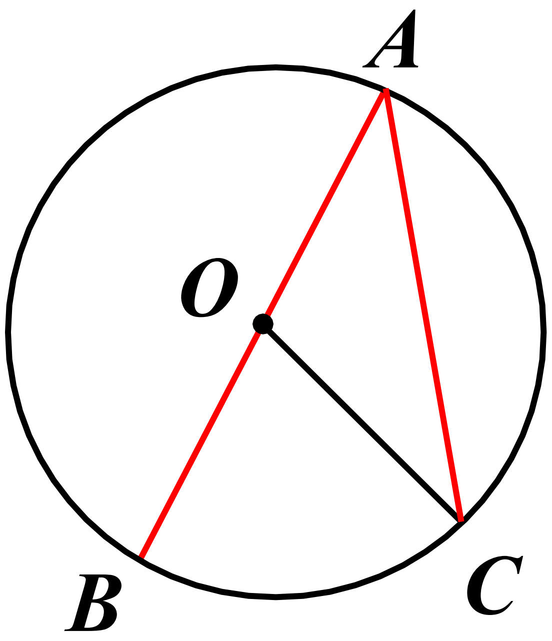
$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$



验证与推理

①圆心O在$\angle BAC$的一边上

（特殊情形）



证明： $\because$ $OA=OC$，

$\therefore$ $\angle OCA=\angle BAC$.

$\because$ $\angle BOC$是$\triangle AOC$的外角，

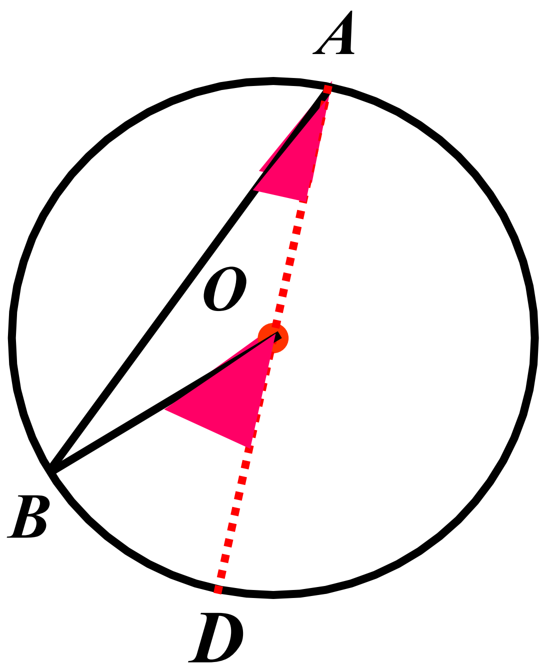
$\therefore$ $\angle BOC=\angle BAC+\angle OCA$.

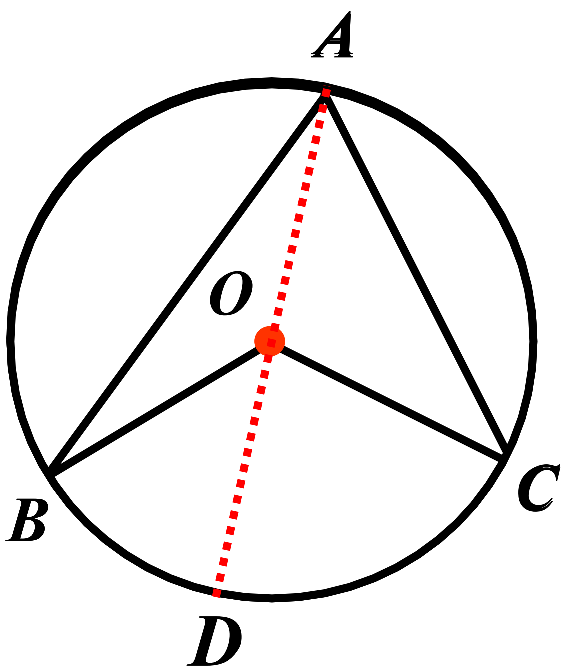
$\therefore$ $\angle BOC=2\angle BAC$.

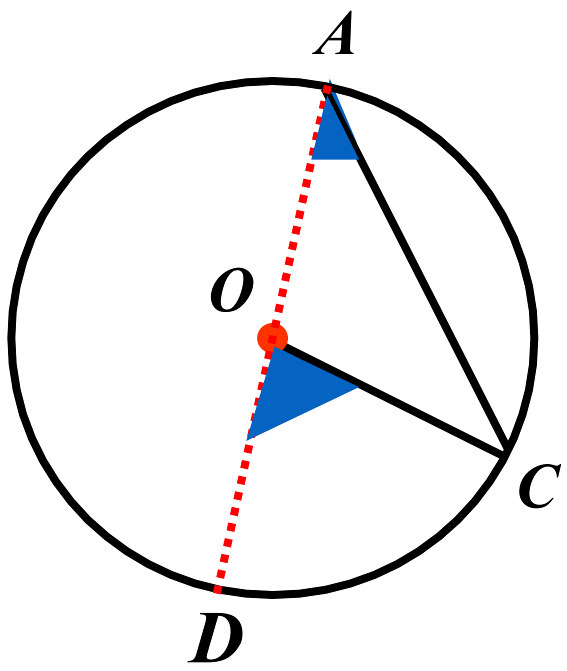
即$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$.

验证与推理

②圆心O在$\angle BAC$的内部







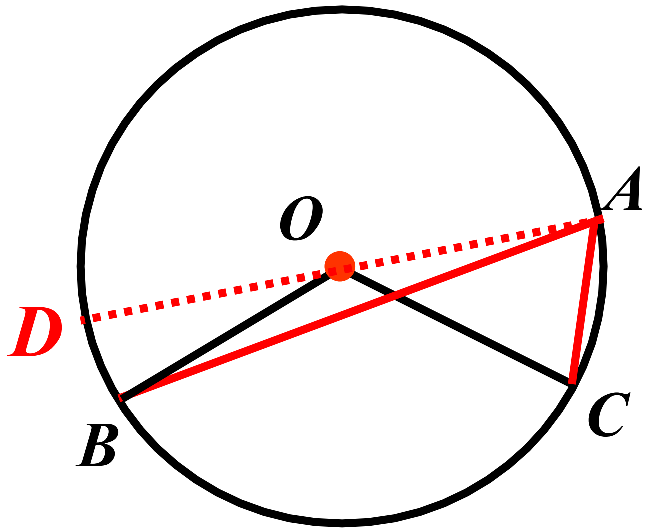
$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD$

$$\begin{aligned}\angle BAC&=\angle BAD+\angle CAD\\&=\frac{1}{2}\angle BOD+\frac{1}{2}\angle COD\\&=\frac{1}{2}\angle BOC\end{aligned}$$

$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$

验证与推理

③圆心O在$\angle BAC$的外部



证明： 作直径AD.

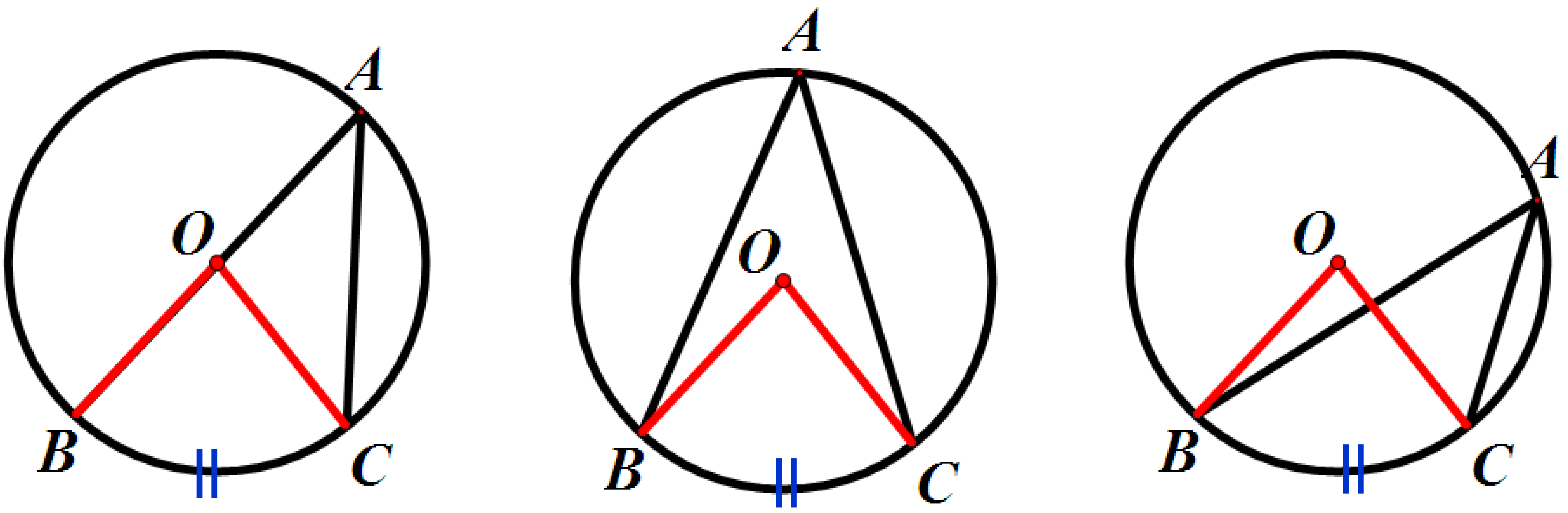
$\because \angle DAB=\frac{1}{2}\angle DOB$

$\angle DAC=\frac{1}{2}\angle DOC$

$\therefore \angle BAC=\angle DAC-\angle DAB$

$=\frac{1}{2}\angle DOC-\frac{1}{2}\angle DOB$

验证与推理



圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半.

$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$

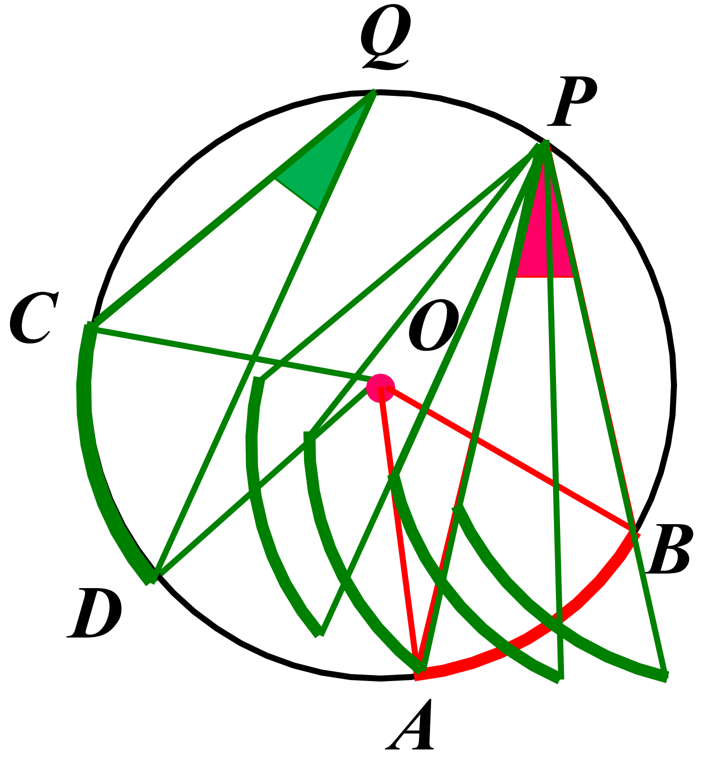
操作与思考

5.若两条弧相等，则它们所对的圆心角有什么关系？所对的圆周角呢？

同弧或等弧所对的圆周角相等.

$\because \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

$\therefore \angle APB=\angle CQD$



新知归纳

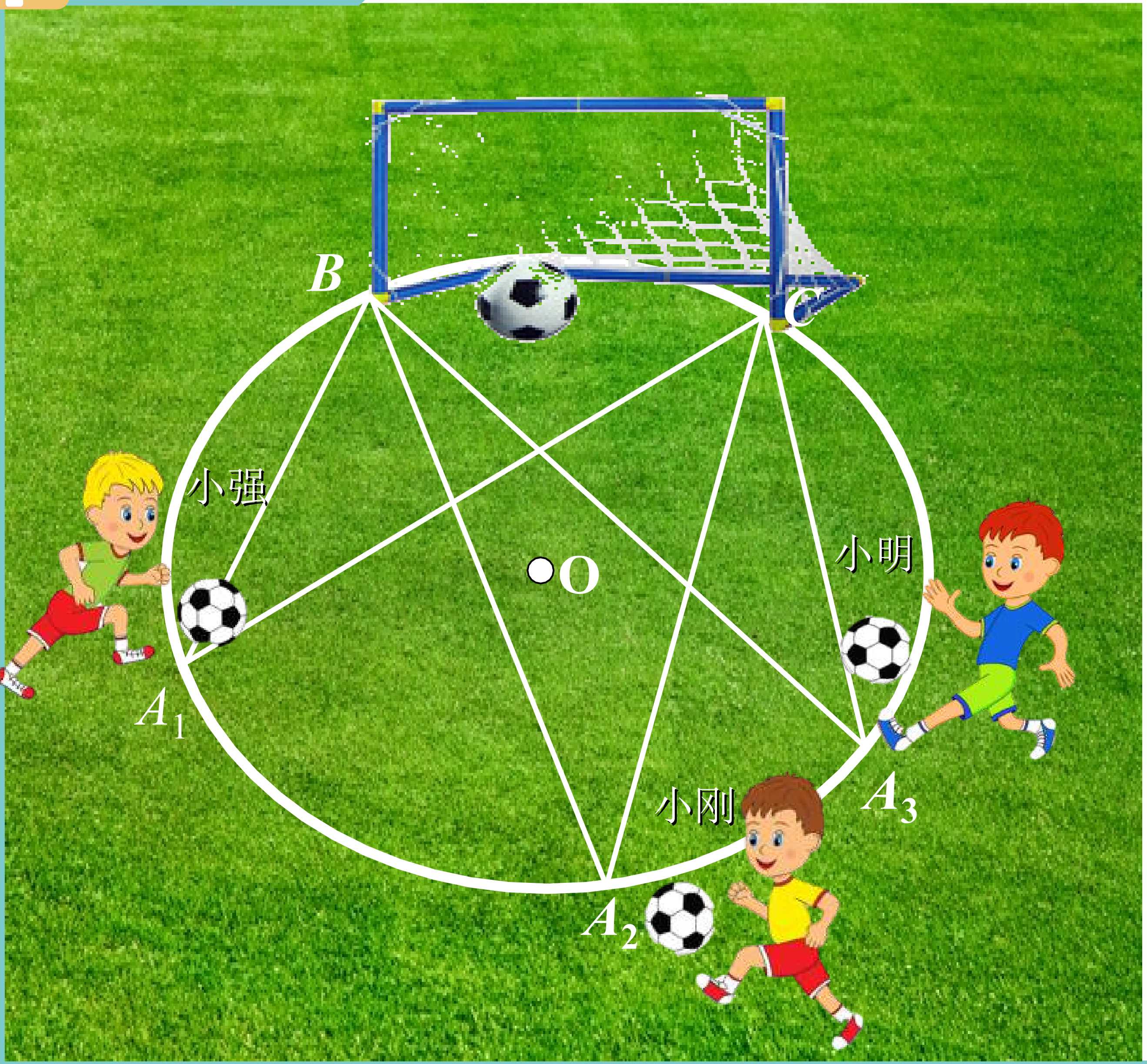
圆周角定理：

圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半.

同弧或等弧所对的圆周角相等.

注意：因为圆心角的度数与它所对的弧的度数相等，所以我们也可以说，圆周角的度数等于它所对弧的度数的一半.

新知应用



请你评一评他们三个人，谁的位置射门更有利？为什么？

根据**同弧所对的圆周角相等，**$\angle BA_1C=\angle BA_2C=\angle BA_3C$，射门角度相同，所以**射门命中率相同**.