新疆乌鲁木齐2023届高三适应性考试数学试题理试题

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

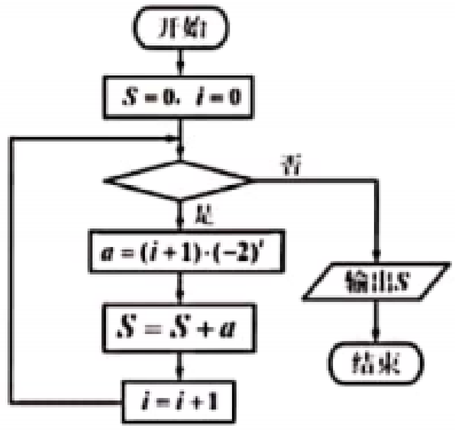
3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设 $f(x)$ 为定义在 **R** 上的奇函数，当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=\log_2(x+1)+ax^2-a+1$（$a$ 为常数），则不等式 $f(3x+4)>-5$ 的解集为（　　）

A． $(-\infty,-1)$　　**B．** $(-1,+\infty)$　　**C．** $(-\infty,-2)$　　**D．** $(-2,+\infty)$

2．为计算 $S=1-2\times 2+3\times 2^2-4\times 2^3+\ldots+100\times(-2)^{99}$， 设计了如图所示的程序框图，则空白框中应填入（　　）



A． $i<100$　　**B．** $i>100$　　**C．** $i\leq 100$　　**D．** $i\geq 100$

3．山东烟台苹果因“果形端正、色泽艳丽、果肉甜脆、香气浓郁”享誉国内外.据统计，烟台苹果（把苹果近似看成球体）的直径（单位：mm）服从正态分布 $N\left(80,5^2\right)$，则直径在 $\left(75,90\right]$ 内的概率为（　　）

附：若 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P\left(\mu-\sigma<X\leq\mu+\sigma\right)=0.6826$，$P\left(\mu-2\sigma<X\leq\mu+2\sigma\right)=0.9544$.

A．0.6826　　**B．0.8413**　　**C．0.8185**　　**D．0.9544**

4．已知函数 $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)+3^{-x}-3^x$，不等式 $f(a\sqrt{x^2+4})+f\left(x^2+5\right)\leq 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则 a 的取值范围为（　　）

A． $[-2,+\infty)$　　**B．** $(-\infty,-2]$　　**C．** $\left[-\dfrac{5}{2},+\infty\right)$　　**D．** $\left(-\infty,-\dfrac{5}{2}\right]$

5．$\left(x^2-2x-3\right)(x+2)^5$ 的展开式中，x^5 项的系数为（　　）

A．－23　　**B．17**　　**C．20**　　**D．63**

6．已知函数 $f\left(x\right)=\ln x+1$，$g\left(x\right)=2e^{x-\frac{1}{2}}$，若 $f\left(m\right)=g\left(n\right)$ 成立，则 $m-n$ 的最小值是（　　）

A．$\frac{1}{2}+\ln 2$　　B．$e-2$　　C．$\ln 2-\frac{1}{2}$　　D．$\sqrt{e}-\frac{1}{2}$

7．已知 x，y 满足不等式 $\begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x+2y\leq t \\ 2x+y\leq 4 \end{cases}$，且目标函数 $z=9x+6y$ 最大值的变化范围[20，22]，则 t 的取值范围（　　）

A．[2，4]　　B．[4，6]　　C．[5，8]　　D．[6，7]

8．若 i 为虚数单位，则复数 $z=\frac{1+i}{1+2i}$ 在复平面上对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

9．已知 $0<a<b<1$，则（　　）

A．$\left(1-a\right)^{\frac{1}{b}}>\left(1-a\right)^{b}$　B．$\left(1-a\right)^{b}>\left(1-a\right)^{\frac{b}{2}}$　C．$\left(1+a\right)^{a}>\left(1+b\right)^{b}$　D．$\left(1-a\right)^{a}>\left(1-b\right)^{b}$

10．已知 $a,b\in \mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases} x, x<0 \\ \frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax, x\geq 0 \end{cases}$，若函数 $y=f(x)-ax-b$ 恰有三个零点，则（　）

A．$a<-1,b<0$　　B．$a<-1,b>0$

C．$a>-1,b<0$　　D．$a>-1,b>0$

11．已知 i 是虚数单位，则复数 $\frac{4}{(1-i)^2}=$（　　）

A．$2i$　　B．$-2i$　　C．2　　D．-2

12．执行如图所示的程序框图，当输出的 $S=2$ 时，则输入的 S 的值为(　　)

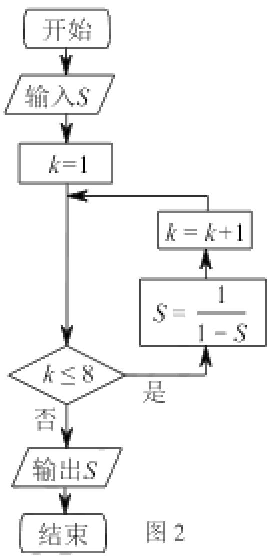


图 2

A．-2　　　　　　B．-1　　　　　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　　　　　D．$\dfrac{1}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知等比数列$\{a_n\}$满足公比$q\neq 1$，S_n为其前n项和，S_2，S_4，S_6构成等差数列，则$S_{2020}=$_______.

14．已知点□是直线□ = □ + 1上的动点，点□是抛物线□ = □^{2}上的动点.设点□为线段□□的中点，□为原点，则|□□|的最小值为_______.

15．已知函数$f(x)=\begin{cases}2-|x+1|,x\leq 1\\(x-1)^2,x>1\end{cases}$函数$g(x)=f(x)+f(-x)$，则不等式$g(x)\leq 2$的解集为____.

16．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\ldots+na_n=2^n$，则$a_n=$________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设$P(n,\ m)=\sum\limits_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k\dfrac{m}{m+k}$，$Q(n,\ m)=C_{n+m}^{n}$，其中$m,\ n\in\mathbf{N}^*$.

（1）当$m=1$时，求$P(n,1)\cdot Q(n,1)$的值；

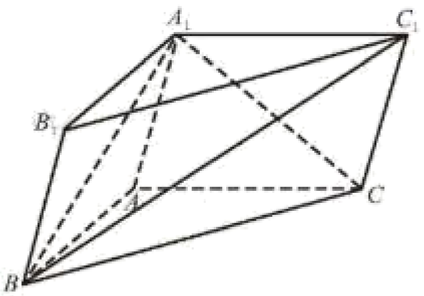
（2）对$\forall m\in\mathbf{N}^+$，证明：$P(n,\ m)\cdot Q(n,\ m)$恒为定值.

18．（12 分）已知函数$f(x)=-4\ln x+\dfrac{1}{2}x^2$.

（1）求$f(x)$的单调区间；

（2）讨论$g(x)=\dfrac{f(x)}{x}+\left(b-\dfrac{1}{2}\right)x$零点的个数.

19．（12 分）如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，ΔABC与ΔA_1BC均为等腰直角三角形，$\angle BAC=\angle BA_1C=90°$，侧面$BAA_1B_1$是菱形.



（1）证明：平面$ABC\perp$平面A_1BC；

（2）求二面角$A-BC_1-C$的余弦值.

20．（12 分）已知顶点是坐标原点的抛物线Γ的焦点F在y轴正半轴上，圆心在直线$y=\dfrac{1}{2}x$上的圆E与x轴相切，且E，F关于点$M\left(-1,0\right)$对称.

（1）求 E 和 Γ 的标准方程；

（2）过点 M 的直线 l 与 E 交于 A，B，与 Γ 交于 C，D，求证：$|CD|>\sqrt{2}|AB|$.

21．（12 分）已知椭圆 **E**：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，且短轴的一个端点 **B** 与两焦点 **A**，**C** 组成的三角形面积为 $\sqrt{3}$.

（Ⅰ）求椭圆 **E** 的方程；

（Ⅱ）若点 **P** 为椭圆 **E** 上的一点，过点 **P** 作椭圆 **E** 的切线交圆 **O**：$x^2+y^2=a^2$ 于不同的两点 **M**，**N**（其中 **M** 在 **N** 的右侧），求四边形 $ACMN$ 面积的最大值.

22．（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $E:y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点为 F，准线为 l，P 是抛物线上 E 上一点，且点 P 的横坐标为 2，$|PF|=3$.

（1）求抛物线 E 的方程；

（2）过点 F 的直线 m 与抛物线 E 交于 A、B 两点，过点 F 且与直线 m 垂直的直线 n 与准线 l 交于点 M，设 AB 的中点为 N，若 O、M N、F 四点共圆，求直线 m 的方程.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．**D**

【解析】

由 $f(0)=0$ 可得 $a=1$，所以 $f(x)=\log_2(x+1)+x^2(x\geq 0)$，由 $f(x)$ 为定义在 **R** 上的奇函数结合增函数+增函数=增函数，可知 $y=f(x)$ 在 R 上单调递增，注意到 $f(-2)=-f(2)=-5$，再利用函数单调性即可解决.

【详解】

因为 $f(x)$ 在 R 上是奇函数.所以 $f(0)=0$，解得 $a=1$，所以当 $x\geq 0$ 时，

$f(x)=\log_2(x+1)+x^2$，且 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)$ 单调递增，所以

$y=f(x)$ 在 R 上单调递增，因为 $f(2)=5$，$f(-2)=-5$，

故有$3x+4>-2$，解得$x>-2$．

故选：D.

【点睛】

本题考查利用函数的奇偶性、单调性解不等式，考查学生对函数性质的灵活运用能力，是一道中档题.

2．A

【解析】

根据程序框图输出的S的值即可得到空白框中应填入的内容．

【详解】

由程序框图的运行，可得：S＝0，i＝0

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝1，S＝1，i＝1

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝2×（﹣2），S＝1+2×（﹣2），i＝2

满足判断框内的条件，执行循环体，a＝3×（﹣2）^{2}，S＝1+2×（﹣2）+3×（﹣2）^{2}，i＝3

…

观察规律可知：满足判断框内的条件，执行循环体，a＝99×（﹣2）^{99}，S＝1+2×（﹣2）+3×（﹣2）^{2}+…+1×（﹣2）^{99}，i＝1，此时，应该不满足判断框内的条件，退出循环，输出S的值，所以判断框中的条件应是i＜1．

故选：A．

【点睛】

本题考查了当型循环结构，当型循环是先判断后执行，满足条件执行循环，不满足条件时算法结束，属于基础题．

3．C

【解析】

根据服从的正态分布可得$\mu=80$，$\sigma=5$，将所求概率转化为$P\left(\mu-\sigma<X\leq\mu+2\sigma\right)$，结合正态分布曲线的性质可求得结果.

【详解】

由题意，$\mu=80$，$\sigma=5$，则$P\left(75<X\leq 85\right)=0.6826$，$P\left(70<X\leq 90\right)=0.9544$，

所以$P\left(85<X\leq 90\right)=\dfrac{1}{2}\times\left(0.9544-0.6826\right)=0.1359$，$P\left(75<X\leq 90\right)=0.6826+0.1359=0.8185$.

故果实直径在$\left(75,90\right]$内的概率为0.8185.

故选：C

【点睛】

本题考查根据正态分布求解待定区间的概率问题，考查了正态曲线的对称性，属于基础题.

4．C

【解析】

确定函数为奇函数，且单调递减，不等式转化为$a\geq\frac{-x^2-5}{\sqrt{x^2+4}}=-\left(\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}\right)$，利用双勾函数单调性求最值得到答案.

【详解】

$f(-x)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)+3^x-3^{-x}=-f(x), f(x)$是奇函数，

$f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)+3^{-x}-3^x=\ln(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x})+3^{-x}-3^x$，

易知$y=\ln(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}), y=3^{-x}, y=-3^x$均为减函数，故$f\left(x\right)$且在$R$上单调递减，

不等式$f(a\sqrt{x^2+4})+f\left(x^2+5\right)\leq 0$，即$f(a\sqrt{x^2+4})\leq f\left(-x^2-5\right)$，

结合函数的单调性可得$a\sqrt{x^2+4}\geq -x^2-5$，即$a\geq\frac{-x^2-5}{\sqrt{x^2+4}}=-\left(\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}\right)$，

设$t=\sqrt{x^2+4}$，$t\geq 2$，故$y=-\left(t+\frac{1}{t}\right)$单调递减，故$-\left(\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}\right)_{\max}=-\frac{5}{2}$，

当$t=2$，即$x=0$时取最大值，所以$a\geq -\frac{5}{2}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了根据函数单调性和奇偶性解不等式，参数分离求最值是解题的关键.

5．**B**

【解析】

根据二项式展开式的通项公式，结合乘法分配律，求得x^5的系数.

【详解】

$(x+2)^5$的展开式的通项公式为$T_{r+1}=C_5^r x^{5-r}\cdot 2^r$.则

①$\left(x^2-2x-3\right)$出(-3)，则$(x+2)^5$出x^5，该项为：$(-3)\cdot C_5^0\cdot 2^0\cdot x^5=-3x^5$；

②$\left(x^2-2x-3\right)$出$(-2x)$，则$(x+2)^5$出x^4，该项为：$(-2)\cdot C_5^1\cdot 2^1\cdot x^5=-20x^5$；

③$\left(x^2-2x-3\right)$出x^2，则$(x+2)^5$出x^3，该项为：$1\cdot C_5^2\cdot 2^2\cdot x^5=40x^5$；

综上所述：合并后的x^5项的系数为**17**.

故选：**B**

【点睛】

本小题考查二项式定理及展开式系数的求解方法等基础知识，考查理解能力，计算能力，分类讨论和应用意识.

6．**A**

【解析】

分析：设 $f(m)=g(n)=t$，则 $t>0$，把 m,n 用 t 表示，然后令 $h(t)=m-n$，由导数求得 $h(t)$ 的最小值.

详解：设 $f(m)=g(n)=t$，则 $t>0$，$m=e^{t-1}$，$n=\ln\frac{t}{2}+\frac{1}{2}=\ln t-\ln 2+\frac{1}{2}$，

$\therefore m-n=e^{t-1}-\ln t+\ln 2-\frac{1}{2}$，令 $h(t)=e^{t-1}-\ln t+\ln 2-\frac{1}{2}$，

则 $h'(t)=e^{t-1}-\frac{1}{t}$，$h''(t)=e^{t-1}+\frac{1}{t^2}>0$，$\therefore h'(t)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的增函数，

又 $h'(1)=0$，$\therefore$当 $t\in(0,1)$ 时，$h'(t)<0$，当 $t\in(1,+\infty)$ 时，$h'(t)>0$，

即 $h(t)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，$h(1)$ 是极小值也是最小值，

$h(1)=\frac{1}{2}+\ln 2$，$\therefore m-n$ 的最小值是 $\frac{1}{2}+\ln 2$.

故选 **A**.

点睛: 本题易错选 **B**，利用导数法求函数的最值，解题时学生可能不会将其中求 $b-a$ 的最小值问题，通过构造新函数，转化为求函数 $h(t)$ 的最小值问题，另外通过二次求导，确定函数的单调区间也很容易出错.

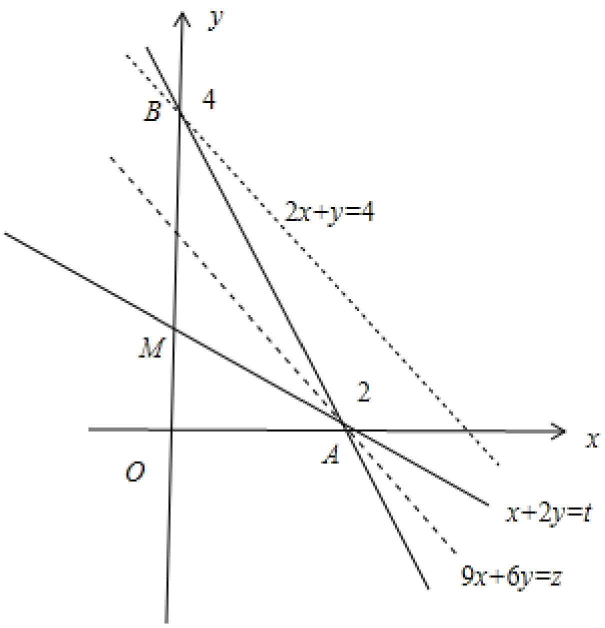
7．**B**

【解析】

作出可行域，对 t 进行分类讨论分析目标函数的最大值，即可求解.

【详解】

画出不等式组 $\begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 所表示的可行域如图 $\triangle AOB$



当 $t\le2$ 时，可行域即为如图中的ΔOAM，此时目标函数 $z=9x+6y$ 在 A（2，0）取得最大值 $Z=18$ 不符合题意

$t>2$ 时可知目标函数 $Z=9x+6y$ 在$\begin{cases}x+2y=t\\2x+y=4\end{cases}$的交点（$\dfrac{8-t}{3},\dfrac{2t-4}{3}$）处取得最大值，此时 $Z=t+16$

由题意可得，$20\le t+16\le22$ 解可得 $4\le t\le6$

故选：B．

【点睛】

此题考查线性规划，根据可行域结合目标函数的最大值的取值范围求参数的取值范围，涉及分类讨论思想，关键在于熟练掌握截距型目标函数的最大值最优解的处理办法.

8．D

【解析】

根据复数的运算，化简得到 $z=\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}i$，再结合复数的表示，即可求解，得到答案.

【详解】

由题意，根据复数的运算，可得 $z=\dfrac{1+i}{1+2i}=\dfrac{(1+i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{3-i}{5}=\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}i$，

所对应的点为$\left(\dfrac{3}{5},-\dfrac{1}{5}\right)$位于第四象限.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了复数的运算，以及复数的几何意义，其中解答中熟记复数的运算法则，准确化简复数为代数形式是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

9．D

【解析】

根据指数函数的单调性，即当底数大于**1**时单调递增，当底数大于零小于**1**时单调递减，对选项逐一验证即可得到正确答案.

【详解】

因为$0<a<1$，所以$0<1-a<1$，所以$y=\left(1-a\right)^{x}$是减函数，

又因为$0<b<1$，所以$\frac{1}{b}>b$，$b>\frac{b}{2}$，

所以$\left(1-a\right)^{\frac{1}{b}}<\left(1-a\right)^{b}$，$\left(1-a\right)^{b}<\left(1-a\right)^{\frac{b}{2}}$，所以**A,B**两项均错；

又$1<1+a<1+b$，所以$\left(1+a\right)^{a}<\left(1+b\right)^{a}<\left(1+b\right)^{b}$，所以**C**错；

对于**D**，$\left(1-a\right)^{a}>\left(1-a\right)^{b}>\left(1-b\right)^{b}$，所以$\left(1-a\right)^{a}>\left(1-b\right)^{b}$，

故选**D.**

【点睛】

这个题目考查的是应用不等式的性质和指对函数的单调性比较大小，两个式子比较大小的常用方法有：做差和**0**比，作商和**1**比，或者直接利用不等式的性质得到大小关系，有时可以代入一些特殊的数据得到具体值，进而得到大小关系.

10．**C**

【解析】

当$x<0$时，$y=f(x)-ax-b=x-ax-b=(1-a)x-b$最多一个零点；当$x\ldots 0$时，

$y=f(x)-ax-b=\frac{1}{3}x^{3}-\frac{1}{2}(a+1)x^{2}+ax-ax-b=\frac{1}{3}x^{3}-\frac{1}{2}(a+1)x^{2}-b$，利用导数研究函数的单调性，根据单调性画函数草图，根据草图可得.

【详解】

当$x<0$时，$y=f(x)-ax-b=x-ax-b=(1-a)x-b=0$，得$x=\frac{b}{1-a}$；$y=f(x)-ax-b$最多一个零点；

当$x\ldots 0$时，$y=f(x)-ax-b=\frac{1}{3}x^{3}-\frac{1}{2}(a+1)x^{2}+ax-ax-b=\frac{1}{3}x^{3}-\frac{1}{2}(a+1)x^{2}-b$，

$y'=x^{2}-(a+1)x$，

当$a+1„0$，即$a„-1$时，$y'\ldots 0$，$y=f(x)-ax-b$在$[0，+\infty)$上递增，$y=f(x)-ax-b$最多一个零点.不合题意；

当$a+1>0$，即$a>-1$时，令$y'>0$得$x\in[a+1，+\infty)$，函数递增，令$y'<0$得$x\in[0，a+1)$，函数递减；函数最多有**2**个零点；

根据题意函数$y=f(x)-ax-b$恰有**3**个零点$\Leftrightarrow$函数$y=f(x)-ax-b$在$(-\infty,0)$上有一个零点，在$[0，+\infty)$